К.Тыныстанов атындагы Ысык-Көл мамлекеттик университети

Колдонмо математика кафедрасы

Ажыгулова Н.Т.

БИРИНЧИ ТАРТИПТЕГИ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИ ЧЫГАРУУ

«Эсептөө техникалары жана автоматташтырылган системаларды программалык жабдуу», «Башкаруу жана маалыматтарды иштетүүнүн автоматташтырылган системасы », математика эмес адистиктери боюнча окуган студенттер үчүн методикалык колдонмо

Каракол – 2010

УДК 517
ББК 22.161.1
А 34

К. Тыныстанов атындагы ЫМУнун окуу-методикалык кеңешинин чечими ((2010-жылдын 27-апрелиндеги №8 протоколу) менен басууга сунуш кылынды

Рецензент: тех. илим. докт., профессор Джаныбеков Ч.

пед. илим. доктору Асаналиев М.К.

Ажыгулова Н.Т.

А 34 Биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелерди чыгаруу /К. Тыныстанов атын. ЫМУ. – Каракол: 2010. – 24 б.

ISBN 978 – 9967 – 441 – 43 – 9

Усулдук колдонмо кыргыз тилинде окуган жана «Эсептөө техникалары жана автоматташтырылган системаларды программалык жабдуу», «Башкаруу жана маалыматтарды иштетүүнүн автоматташтырылган системасы », математика эмес адистиктери боюнча окуган студенттер үчүн жазылган. Усулдук колдонмо биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелерди чыгаруунун ыкмаларын, көп сандаган мисалдарды жана тапшырма катары берилген практикалык көнүгүүлөрдү камтыйт.

А 1602070100 – 10
ISBN 978 – 9967 – 441 – 43 – 9

УДК 517
ББК 22.161.1

1. Дифференциалдык теңдемелер жөнүндө негизги түшүнүктөр

Дифференциалдык теңдеме деп, көз каранды эмес x өзгөрмөсүн, y функциясын жана анын туундуларын же дифференциалдарын өз ара байланыштырган теңдеме аталат.

Теңдемеге кирген туундунун же дифференциалдын жогорку тартиби дифференциалдык теңдеменин *тартиби* деп аталат.

Биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдеме төмөнкү түрдө болот:

$$F(x, y, y') = 0 \text{ же } y' = f(x, y). \qquad (1)$$

Теңдемедеги белгисиз функциянын ордуна койгондо, аны теңдештикке айланта турган $y = \varphi(x)$ дифференциалдануучу функциясы дифференциалдык теңдеменин *чыгарылышы* деп аталат.

D областында (1) биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдеменин жалпы чыгарылышы деп, төмөнкү касиеттерге ээ болгон $y = \varphi(x, c)$ функциясы аталат:1) C турактуусунун каалагандай маанисинде ал функция берилген теңдеменин чыгарылышы болуп эсептелет; 2) $(x_{0,} y_0) \in D$ болгондой $y(x_0) = y_0$ кааалагандай баштапкы шарты үчүн $y = \varphi(x, C_0)$ чыгарылышы берилген баштапкы шартты канагаттандырган $C = C_0$ бир гана мааниси жашайт.

Жалпы чыгарылышты айкын эмес түрдө берген $\Phi(x,y,c)=0$ түрүндөгү барабардык дифференциалдык теңдеменин *жалпы интегралы* деп аталат.

$C=C_0$ маанисинде $y=\varphi(x,c)$ жалпы чыгарылышынан алынган $y=\varphi(x,C_0)$ чыгарылышы *жекече чыгарылыш* деп аталат. Бул учурда $\Phi(x,y,C_0)=0$ барабардыгы теңдеменин *жекече интегралы* деп аталат.

$y(x_0)=y_0$ баштапкы шартын канагаттандырган $y'=f(x,y)$ теңдемесинин жекече чыгарылышын табуу маселеси *Коши маселеси* деп аталат.

Дифференциалдык теңдеменин чыгарылышын табуу процесси дифференциалдык теңдемени *интегралдоо* деп аталат.

(1) теңдеменин жалпы чыгарылышын табуу методу $f(x,y)$ функциясынын түрүнөн көз каранды. Жалпы чыгарылышты табууга мүмкүн болгон биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелердин кээ бир типтерин карайлы.

2. Өзгөрмөлөрү ажыратылуучу биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелер

Өзгөрмөлөрү ажыратылуучу биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдеме деп, төмөнкү түрдөгү теңдеме аталат:

$$y'=f(x)g(y), \tag{2}$$

мында барабардыктын оң жагы x өзгөрмөсүнөн гана көз каранды болгон функциянын y өзгөрмөсүнөн гана көз каранды болгон функцияга болгон көбөйтүндүсү.

Аны төмөнкүдөй өзгөртөбүз:

$$\frac{dy}{dx} = f(x)g(y), \quad \frac{dy}{g(y)} = f(x)\,dx.$$

Өзгөрмөлөрү ажыратылган теңдемени алдык. Теңдеменин сол жагын у боюнча, оң жагын х боюнча интегралдап, (2) теңдеменин жалпы интегралын табабыз:

$$\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)dx + C.$$

1-мисал. Дифференциалдык теңдеменин жалпы чыгарылышын тапкыла.

$$xyy' = 1 - x^2$$

Чыгаруу. Бул теңдеменин түрүн аныктоо үчүн y'ти табабыз:

$$y' = \frac{1 - x^2}{xy} \text{ же } \frac{dy}{dx} = \frac{1 - x^2}{x}\frac{1}{y}$$

Теңдеменин оң жагы x өзгөрмөсүнөн гана көз каранды болгон функциянын y өзгөрмөсүнөн гана көз каранды болгон функцияга болгон көбөйтүндүсү. Демек бул (2)-түрдөгү өзгөрмөлөрү ажыратылуучу теңдеме. Аны төмөнкүдөй өзгөртөбүз:

$$ódy = \frac{1-x^2}{x}dx \ , \ ydy = (\frac{1}{x} - x)dx \ .$$

Теңдеменин сол жагын y боюнча, оң жагын x боюнча интегралдап, берилген теңдеменин жалпы интегралын табабыз:

$$\int ydy \ = \int (\frac{1}{x} - x)dx,$$

$$\frac{y^2}{2} = \ln x - \frac{x^2}{2} + C,$$

$$\frac{y^2}{2} + \frac{x^2}{2} = \ln x + C \ , \ y^2 + x^2 = 2\ln x + C,$$

$$y^2 + x^2 = \ln x^2 + \ln C \ , \ \ y^2 + x^2 = \ln Cx^2 .$$

Мында C каалагандай турактуунун санга болгон көбөйтүндүсү жана турактуунун логарифми турактуу сан деген эрежени колдондук.

2-мисал. Дифференциалдык теңдеменин жекече чыгарылышын тапкыла жана чыгарылышын текшергиле.

$$Dy = dx \ , \text{ эгер } \ x = 2 \text{ болгондо } \ y = 4.$$

Чыгаруу. Берилген теңдеменин эки жагын тең интегралдайбыз.

$$\int dy = \int dx \ , y = x + C$$

Акыркы барабардыктын эки жагынан тең дифференциал алып, жалпы чыгарылышты текшеребиз:

$$dy = dx.$$

Жекече чыгарылышты табуу үчүн жалпы чыгарылышка $x = 2$ жана $y = 4$ маанилерин коебуз:

$$4=2+C,\ C=2.$$

C=2 маанисин жалпы чыгарылышка коюп, жекече чыгарылышты алабыз:

$$y = x+2.$$

Жекече чыгарылышты текшерүү үчүн, акыркы барабардыктын эки жагынан тең дифференциал алабыз:

$$dy = dx.$$

3-мисал. Дифференциалдык теңдеменин жекече чыгарылышын тапкыла.

$3y^2\,dy = xdx,\quad x = 0$ болгондо $y = 1.$

Чыгаруу. Берилген теңдеме өзгөрмөлөрү ажыратылган болгондуктан, аны түз эле интегралдайбыз:

$$\int 3y^2 dy = \int xdx\,,$$

$$3\frac{y^3}{3}=\frac{x^2}{2}+C\quad,\quad y^3=\frac{x^2}{2}+C$$ жалпы чыгарылыш.

Жалпы чыгарылышка $x=0,\ y=1$ баштапкы маанилерин коюп, C турактуусунун маанисин табабыз:

$$1^3=\frac{0^2}{2}+C\,,\ \ C=1.$$

C турактуусунун маанисин жалпы чыгарылышка коюп, жекече чыгарылышка ээ болобуз:

$$y^3=\frac{x^2}{2}+1.$$

3. Бир тектүү биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдеме

Эгер $f(x,y)$ функциясы үчүн

$$f(\lambda x, \lambda y) = f(x, y) \qquad (3)$$

шарты аткарылса, анда $y' = f(x, y)$ биринчи тартиптеги теңдеме x жана y өзгөрмөлөрүнө карата *бир тектүү* деп аталат.

$$y = \vartheta x, \qquad (4)$$

барабардыгынын жардамы менен (1)-бир тектүү теңдеме жаңы ϑ функциясына карата өзгөрмөлөрү ажыратылуучу теңдемеге алынып келинет.

1-мисал. Дифференциалдык теңдеменин жалпы чыгарылышын тапкыла.

$$(y^2 - x^2)y' + 2xy = 0$$

Чыгаруу. Берилген теңдемени төмөнкү түрдө жазабыз:

$$y' = -\frac{2xy}{y^2 - x^2} = \frac{2xy}{x^2 - y^2} \qquad (*)$$

Белгилөө киргизебиз:

$$f(x,y) = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$$

Мында өзгөрмөлөрдү ажыратууга болбойт. (3) - шарттын аткарылышын текшеребиз:

$$f(\lambda x, \lambda y) = \frac{2(\lambda x)(\lambda y)}{(\lambda x)^2 - (\lambda y)^2} = \frac{\lambda^2 2xy}{\lambda^2 (x^2 - y^2)} = \frac{2xy}{x^2 - y^2} = f(x, y).$$

Демек, берилген дифференциалдык теңдеме бир тектүү. (4)-белгилөөнү колдонобуз:

$$y = \vartheta x, \quad y' = \vartheta' x + x'\vartheta, \quad y' = \vartheta' x + \vartheta,$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d\vartheta}{dx} x + \vartheta .$$

(*) теңдемеге y, y' маанилерин коюп, төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\frac{d\vartheta}{dx} x + \vartheta = \frac{2x(\vartheta x)}{x^2 - (\vartheta x)^2}, \quad \frac{d\vartheta}{dx} x = \frac{2\vartheta}{1 - \vartheta^2} - \vartheta,$$

$$\frac{d\vartheta}{dx} x = \frac{2\vartheta - \vartheta(1 - \vartheta^2)}{1 - \vartheta^2} = \frac{\vartheta + \vartheta^3}{1 - \vartheta^2}.$$

x жана ϑ га карата өзгөрмөлөрү ажыратылуучу теңдемени алдык. Өзгөрмөлөрүн ажыратып жана интегралдап, теңдеменин жалпы чыгарылышын алабыз:

$$\frac{1 - \vartheta^2}{\vartheta(1 + \vartheta^2)} d\vartheta = \frac{dx}{x}, \quad \int \frac{dx}{x} = \int \frac{(1 + \vartheta^2) - 2\vartheta^2}{\vartheta(1 + \vartheta^2)} d\vartheta,$$

$$\ln x = \int \frac{d\vartheta}{\vartheta} - \int \frac{2\vartheta d\vartheta}{1 + \vartheta^2}, \quad \ln x = \ln \vartheta - \ln(1 + \vartheta^2) + \ln C,$$

$$\ln x = \ln \frac{C\vartheta}{1 + \vartheta^2}, \quad x = \frac{C\vartheta}{1 + \vartheta^2}, \quad x(1 + \vartheta^2) = C\vartheta,$$

$$y = \vartheta x \quad \Rightarrow \quad \vartheta = \frac{y}{x},$$

$$x\left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right) = C\frac{y}{x}, \qquad x^2 + y^2 = Cy .$$

Акыркы барабардык берилген теңдеменин жалпы интегралы.

2-мисал. Бир тектүү теңдеменин жалпы чыгарылышын тапкыла.

$$(x + y)dx - xdy = 0$$

Чыгаруу. Берилген теңдеме x жана y өзгөрмөлөрүнө карата биринчи даражадагы бир тектүү дифференциалдык теңдеме.

Белгилөө киргизебиз:

$y = \vartheta x$, мында ϑ-xтен жаңы функция.

Көбөйтүндүнүн дифференциалын табабыз:

$$dy = xd\vartheta + \vartheta dx.$$

y жана dy маанилерин берилген теңдемеге коебуз:

$$(x + \vartheta x)dx - x(xd\vartheta + \vartheta dx) = 0.$$

Акыркы теңдемеден кыскартууларды жүргүзөбүз:

$$xdx + \vartheta xdx - x^2 d\vartheta - \vartheta xdx = 0,$$

$$xdx - x^2 d\vartheta = 0, \qquad dx - xd\vartheta = 0.$$

Акыркы теңдеменин өзгөрмөлөрүн ажыратабыз:

$$d\vartheta = \frac{dx}{x}.$$

Теңдеменин эки жагын тең интегралдайбыз:

$$\int d\vartheta = \int \frac{dx}{x}, \quad \vartheta = \ln x + \ln C \text{ же } \vartheta = \ln(Cx).$$

ϑ нын маанисин $y = \vartheta x$ барабардыгына коебуз:

$y = x\ln(Cx)$ -жалпы чыгарылыш.

3-мисал. Бир тектүү теңдеменин жекече чыгарылышын тапкыла.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xy + y^2}{x^2}, \quad x = 1 \quad y = -1.$$

Чыгаруу.

$$x^2 dy = (xy + y^2)dx,$$

$$y = \vartheta x, \quad dy = \vartheta dx + xd\vartheta.$$

y жана dy маанилерин коебуз:

$$x^2(\vartheta dx + xd\vartheta) = (x\vartheta x + \vartheta^2 x^2)dx,$$
$$x^2(\vartheta dx + xd\vartheta) = x^2(\vartheta + \vartheta^2)dx.$$

Теңдемени x^2ка кыскартабыз:

$$\vartheta dx + xd\vartheta = \vartheta dx + \vartheta^2 dx, \quad xd\vartheta = \vartheta^2 dx.$$

Алынган теңдеменин өзгөрмөлөрүн ажыратып, интегралдайбыз:

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta^2} = \frac{dx}{x}, \quad \int \frac{d\vartheta}{\vartheta^2} = \int \frac{dx}{x}, \quad -\frac{1}{\vartheta} = \ln x + C, \quad \vartheta = \frac{y}{x},$$

анда $-\dfrac{x}{y} = \ln x + C$ -жалпы чыгарылыш.

$x = 1, \quad y = -1$ баштапкы берилгендер боюнча С турактуусун таап, жалпы чыгарылышка коебуз:

$$-\frac{1}{1} = \ln 1 + C \quad \text{же} \quad C=1,$$

$$-\frac{x}{y} = \ln x + 1, \quad \ln x = -\frac{x}{y} - 1 = -\frac{x+y}{y}, \quad x = e^{-\frac{x+y}{y}}$$ -жекече чыгарылыш.

4. Биринчи тартиптеги сызыктуу дифференциалдык теңдемелер

$$y' + P(x)y = Q(x), \tag{5}$$

түрүндөгү теңдеме *биринчи тартиптеги сызыктуу дифференциалдык теңдеме* деп аталат.

Эгер $Q(x) \equiv 0,$ анда (5)-теңдеме сызыктуу *бир тектүү эмес*, $Q(x) \equiv 0$ болсо, сызыктуу *бир тектүү* деп аталат.

(5)-теңдемени Бернулли методу менен интегралдоону карайлы. Төмөнкү белгилөөнү киргизебиз:

$$y(x) = u(x)\vartheta(x), \tag{6}$$

мында $u(x)$ жана $\vartheta(x)$-эки белгисиз функциялар. Анда (5)-теңдеме төмөнкү түргө келет:

$$\begin{aligned} &y = u\vartheta, \quad y' = u'\vartheta + u\vartheta', \\ &u'\vartheta + u\vartheta' + P(x)u\vartheta = Q(x), \\ &u[\vartheta' + P(x)\vartheta] + \vartheta u' = Q(x). \end{aligned} \tag{7}$$

Эки белгисиз функциянын бирөө (мисалы ϑ) каалагандай тандалып алынышы мүмкүн. ϑ функциясы катарында $\vartheta' + P(x)\vartheta = 0$ теңдемесинин каалагандай жекече чыгарылышы кабыл алынышы мүмкүн (мисалы, $\vartheta = e^{-\int P(x)dx}$). Анда (7)-теңдеме төмөнкү түргө келет:

$$\vartheta u' = Q(x) \quad \text{же} \quad u' = \frac{Q(x)}{\vartheta} = Q(x)e^{\int P(x)dx},$$

$$u = C + \int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx.$$

(5)-теңдеменин жалпы чыгарылышы (6) - формула боюнча табылат:

$$y = u\vartheta = e^{-\int P(x)dx}[c + \int Q(x)e^{\int p(x)dx}dx].$$

1-мисал. Биринчи тартиптеги сызыктуу дифференциалдык теңдеменин жалпы чыгарылышын тапкыла.

$$y' - y = e^x.$$

Чыгаруу.

$$y = u\vartheta, \quad y' = u'\vartheta + u\vartheta'$$

Берилген теңдемеге $y,\quad y'$ тин маанилерин коебуз:

$$u'\vartheta + u\vartheta' - u\vartheta = e^x,$$
$$u'\vartheta + u(\vartheta' - \vartheta) = e^x,$$

1) $\vartheta' - \vartheta = 0,\quad \dfrac{d\vartheta}{dx} - \vartheta = 0,\quad \dfrac{d\vartheta}{\vartheta} - dx = 0$

Өзгөрмөлөрү ажыратылган теңдемени интегралдайбыз:

$$\int \frac{d\vartheta}{\vartheta} = \int dx,\quad \ln\vartheta = x,\quad \vartheta = e^x.$$

2) $u'\vartheta = e^x$

ϑ нын ордуна табылган маанини коебуз:

$$u'e^x = e^x,\quad \frac{du}{dx}e^x = e^x,\quad \frac{du}{dx} = 1,\quad du = dx,$$
$$\int du = \int dx,\quad u = x + C.$$

$y = u\vartheta = (x + C)e^x$ -жалпы чыгарылыш.

2-мисал. Сызыктуу дифференциалдык теңдеменин жалпы чыгарылышын тапкыла.

$$y' - tgx \cdot y = 2\cos x.$$

Чыгаруу. $y = u\vartheta,\quad y' = u'\vartheta + u\vartheta'$

Берилген дифференциалдык теңдемеге $y,\quad y'$ тин маанилерин коебуз:

$$u'\vartheta + u\vartheta' - tgx \cdot u\vartheta = 2\cos x,$$
$$u'\vartheta + u(\vartheta' - tgx\,\vartheta) = 2\cos x.$$

1) $\vartheta' - tgx\,\vartheta = 0,\quad \dfrac{d\vartheta}{dx} - tgx\,\vartheta = 0,$

$$\int\frac{d\vartheta}{\vartheta}=\int tgxdx,\quad \ln\vartheta=-\ln\cos x,\quad \vartheta=\frac{1}{\cos x}.$$

2) $u'\vartheta=2\cos x,\quad \dfrac{du}{dx}\vartheta=2\cos x,$

$$\vartheta du=2\cos xdx,\quad \frac{1}{\cos x}du=2\cos xdx.$$

Эки жагын тең *cosx* ка көбөйтөбүз:

$$du=2\cos^2 xdx$$

Акыркы барабардыктын эки жагын тең интегралдайбыз:

$$u=2\int\cos^2 xdx=2\int\frac{1}{2}(1+\cos 2x)dx=2\frac{1}{2}\int(1+\cos 2x)dx=x+\frac{1}{2}\sin 2x+C,$$

$y=u\vartheta=\dfrac{1}{\cos x}(x+\dfrac{1}{2}\sin 2x+C)$ -жалпы чыгарылыш.

3-мисал. Сызыктуу дифференциалдык теңдеменин жекече чыгарылышын тапкыла.

$$\frac{dy}{dx}-2\frac{y}{x}=x^3,\quad x=1\quad y=1.5.$$

Чыгаруу.

$$y'-2\frac{y}{x}=x^3,$$

$$y=u\vartheta,\quad y'=u'\vartheta+u\vartheta',$$

$$u'\vartheta+u\vartheta'-2\frac{u\vartheta}{x}=x^3,\quad u'\vartheta+u(\vartheta'-\frac{2\vartheta}{x})=x^3,$$

1) $\vartheta'-\dfrac{2\vartheta}{x}=0,\quad \dfrac{d\vartheta}{dx}-2\dfrac{\vartheta}{x}=0,$

Акыркы теңдеменин өзгөрмөлөрүн ажыратып, интегралдайбыз:

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta} = 2\frac{dx}{x}, \quad \int\frac{d\vartheta}{\vartheta} = \int 2\frac{dx}{x},$$

$$\ln\vartheta = 2\ln x, \quad \vartheta = x^2,$$

2) $u'\vartheta = x^3, \quad \frac{du}{dx}x^2 = x^3$

Теңдеменин эки жагын тең x^2 ка кыскартып, өзгөрмөлөрүн ажыратабыз:

$$\frac{du}{dx} = x, \quad du = xdx,$$

$$\int du = \int xdx, \quad u = \frac{x^2}{2} + C,$$

$y = u\vartheta = x^2(\frac{x^2}{2} + C)$ -жалпы чыгарылыш.

Жалпы чыгарылышка баштапкы маанилерди коюп, турактуу C ны табабыз:

$$1.5 = (\frac{1}{2} + C)1, \quad C = 1,$$

$y = u\vartheta = x^2(\frac{x^2}{2} + 1) -$ жекече чыгарылыш.

5. Тапшырмалар

I.Төмөнкү дифференциалдык теңдемелердин өзгөрмөлөрүн ажыратуу аркылуу жалпы жана жекече чыгарылыштарын тапкыла:

1. $(x+1)dx+(y-1)dy=0$;
2. $8(x-1)dx+(y+1)dy=0;$
3. $(y+4)dx+(x-5)dy=0;$
4. $(x+5)dx-4dy=0;$
5. $\sqrt{1-x^2}dy-3dx=0;$
6. $xdx-2dy=0; x=3, y=1;$
7. $dx-2ydy=0,\ x=1,\ y=2;$
8. $(y-4)dx-(x+1)dy=0,\ x=1,\ y=10;$
9. $(x-2)dy-(y+3)dx=0,\ x=3,\ y=-1;$
10. $xdx+(y-5)dy=0,\ x=-4,\ y=8;$
11. $xydx+(x+1)dy=0;$
12. $\sqrt{y^2+1}dx=xydy;$
13. $(x^2-1)y'+2xy^2=0,\ y(0)=1;$
14. $y'ctgx+y=2,\ y(0)=-1;$
15. $xy'+y=y^2,\ y(1)=0.5;$

II. Төмөнкү бир тектүү биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелерди чыгаргыла:

16. $(x+2y)dx-xdy=0;$

17. $(x-y)dx+(x+y)dy=0;$

18. $(y^2-2xy)dx+x^2dy=0;$

19. $2x^3y'=y(2x^2-y^2);$

20. $y^2+x^2y'=xyy';$

21. $(x^2+y^2)y'=2xy;$

22. $xy'-y=xtg\dfrac{y}{x};$

23. $xy'=y-xe^{\frac{y}{x}};$

24. $x(x+2y)dx+(x^2-y^2)dy=0;$

25. $y'=\dfrac{x+3y}{2x};$

26. $y'=\dfrac{x+2y}{-x};$

27. $y'=\dfrac{2x+y}{x};$

28. $y'=\dfrac{x-y}{x-2y};$

29. $y'=\dfrac{y}{x+y};$

30. $xdy-ydx=ydy;$

III. Биринчи тартиптеги сызыктуу дифференциалдык теңдемелердин жалпы жана жекече чыгарылыштарын тапкыла:

31. $xy'-2y=2x^4;$

32. $(2x+1)y'=4x+2y;$

33. $y' + ytgx = \sec x;$

34. $(xy + e^x)dx - xdy = 0;$

35. $x^2 y' + xy + 1 = 0;$

36. $y = x(y' - x\cos x);$

37. $2x(x^2 + y)dx = dy;$

38. $(x + y^2)dy = ydx;$

39. $y' = \dfrac{y}{3x - y^2};$

40. $(1 - 2xy)y' = y(y - 1);$

41. $y' + \dfrac{3}{x}y = \dfrac{2}{x^3},\ x = 1,\ y = 1;$

42. $y' - 2xy = 1,\ x = 0,\ y = 0;$

43. $xy' = x + 2y,\ x = 0,\ y = 0;$

44. $xy' = x + \dfrac{1}{2}y,\ x = 0,\ y = 0;$

45. $xy' = x - y,\ x = 0,\ y = 0;$

46. $xy' = x + y,\ x = 0,\ y = 0;$

Жооптор

1. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = C^{2;}$

2. $y = x\ln(Cx);$

3. $(x-5)(y+4) = C;$

4. $y = \dfrac{x}{\sqrt{\ln x}};$

5. $y = 3\arcsin x + C$;

6. $x^2 = 4y + C,\ x^2 = 4y + 5$;

7. $x\sin(\frac{y}{x}) = C$;

8. $y = C(x + 1 + 4),\ y = 3x + 7$;

9. $x^3 + 3x^2y - y^3 = C^3$;

10. $x^2 + (y - 5)^2 = C^2,\ x^2 + (y - 5)^2 = 25$;

11. $y = C(x + 1)e^{-x}, x = -1$;

12. $\ln|x| = C + \sqrt{y^2 + 1}$;

13. $y(\ln\left|x^2 - 1\right| + C) = 1,\ y = 0,\ y\left[\ln(1 - x^2) + 1\right] = 1$;

14. $y = 2 + C\cos x,\ y = 2 - 3\cos x$;

15. $y(1 - Cx) = 1,\ y = 0,\ y(1 + x) = 1$;

16. $x + y = Cx^2,\ x = 0$;

17. $\ln(x^2 + y^2) = C - 2arctg(\frac{y}{x})$;

18. $x(y - x) = Cy,\ y = 0$;

19. $x = \pm y\sqrt{\ln Cx},\ y = 0$;

20. $y = Ce^{\frac{y}{x}}$;

21. $y^2 - x^2 = Cy,\ y = 0$;

22. $\sin\frac{y}{x} = Cx$;

23. $y = -x\ln\ln Cx$;

24. $x^3 + 3x^2 y - y^3 = C;$

25. $y = C|x|^{\frac{3}{2}} - x, \ (x \neq 0);$

26. $y = Cx^{-2} - \frac{1}{3}x, \ (x \neq 0);$

27. $y = Cx + 2x\ln|x|, \ (x \neq 0);$

28. $x^2 - 2xy + 2y^2 = C;$

29. $x = y(C + \ln|y|), \ (y \neq 0);$

30. $x = y(C - \ln|y|), \ (y \neq 0);$

31. $y = Cx^2 + x^4;$

32. $y = (2x+1)(C + \ln|2x+1|) + 1;$

33. $y = \sin x + C\cos x;$

34. $y = e^x(\ln|x| + C), \ x = 0;$

35. $xy = C - \ln|x|;$

36. $y = x(C + \sin x);$

37. $y = Ce^{x^2} - x^2 - 1;$

38. $x = y^2 + Cy, \ y = o;$

39. $x = Cy^3 + y^2, \ y = o;$

40. $(y-1)^2 x = y - \ln Cy, \ y = 0, \ y = 1;$

41. $y = -\frac{1}{x^3} + \frac{2}{x^2};$

42. $y = e^{x^2} \int_0^x e^{-x^2}\,dx;$

43. $y = Cx^2 - x \ (x \neq 0),\ x = 0 \ (y \neq 0);$

44. $y = C\sqrt{|x|} + 2x \ (x \neq 0),\ x = 0 \ (y \neq 0);$

45. $y = \frac{1}{2}x \ (x \neq 0),\ x = 0 \ (y \neq 0);$

46. $y = Cx + x\ln|x| \ (x \neq 0),\ x = 0 \ (y \neq 0);$

АДАБИЯТТАР

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по высшей математике. -М.: Высшая школа, 1973. -с.404-423.
2. Гусак А.А. Задачи и упражнения по высшей математике. -Минск: Вышэйшая школа, 1988. -с.154-159. Часть 2.
3. Еругин Н.П. Книга для чтения по объему курсу дифференциальных уравнений. -Минск: Наука и техника, 1972. -с.18-52.
4. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. -Минск: Вышэйшая школа, 1967. -с.7-64.
5. Мурзакматов М.У. Жогорку математика. -Каракол, 2001. -64-75 б. 2-бөлүм.
6. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. -М.: Наука, 1970. -с.7-12.
7. Петровский. И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. -М.: Наука, 1970. -с.22-28.
8. Филлипов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. -М.: Наука, 1973. -с.9-18.

МАЗМУНУ

Ажыгулова Н.Т.

Биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелерди чыгаруу

(«Эсептөө техникалары жана автоматташтырылган системаларды программалык жабдуу», «Башкаруу жана маалыматтарды иштетүүнүн автоматташтырылган системасы », математика эмес адистиктери боюнча окуган студенттер үчүн методикалык колдонмо)

Тех. редактор: Жакыпова Ч.А.
Редактор-корректор: ф.-м.и.к. Тогочуев А.Ж.,
ага окутуучу Султанбаев Э.А.
Компьютердик калыпка салган: Жумашева Ж.Ж.

К. Тыныстанов атындагы ЫМУнун
полиграфиялык комплексинде басылды.
Заказ 341. Нуска 50.
Тел. 22696.