

## О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

*Раскрывается роль математического моделирования физических явлений в проведении научных исследований. Подчеркивается важность проведения вычислительных экспериментов для теоретического исследования сложных процессов, допускающих математическое описание.*

Из известного определения математики, данного Ф.Энгельсом [1], следует, что математика является моделью действительного мира. Она образует сравнительно самостоятельный раздел науки, который находится на стыке между естествознанием и философией, и дает удобный аппарат для описания разнообразных явлений природы. Математика превратилась в незаменимого помощника крупнейших научных исследований. На определенных этапах развития знаний она является единственным средством познания.

В связи с этим возникает важный вопрос, на который следует обращать внимание студентов, – это вопрос о математических моделях реальных явлений. Нужно подчеркивать, что построение математических моделей является мощным методом познания мира, управления различными явлениями и прогнозирования их.

В процессе преподавания математики необходимо напомнить студентам о математических моделях, изучаемых в школьном курсе. Это, например, развитие понятия числа, уравнения и системы уравнений; геометрические модели и т.д.

При изучении курса высшей математики студенты знакомятся с примерами применения математических понятий (производной, интеграла, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики и др.) для моделирования реальных явлений. Очень важно при этом обращать внимание студентов на универсальность математических методов, т.е. что они могут описывать явления самой различной природы. В этом заключается познавательная роль математических методов.

Как пишет академик Н.Н.Моисеев [2], «любая модель – это некоторая абстракция – звено в цепочке познания – от опыта к абстракции, к осмысливанию открытых явлений и снова к практике, к использованию добытых знаний». Но не всякую модель можно проверить на практике (т.е. проверить ее адекватность). Трудности создания математических моделей увеличиваются с усложнением связи между математикой и практикой, с увеличением ступеней абстрагирования. Поэтому большая роль в подготовке специалистов, умеющих создать и применять математические модели, принадлежит не только математикам и физикам, а также преподавателям спецкафедр.

Одной из характерных особенностей нашего времени является широкое применение математических методов и ЭВМ в самых различных областях человеческой деятельности. Бурный процесс математизации науки, техники, народного хозяйства начался в 50-х годах XX века после появления и быстрого совершенствования ЭВМ. Он привел к формированию современной прикладной математики, которая включает круг вопросов, связанных с использованием математических методов и вычислительной техники. Изменилась технология научных исследований, колоссально увеличились возможности теоретического изучения, прогноза сложных процессов, проектирования инженерных конструкций. Решение крупных научно-технических проблем, примерами которых могут служить проблемы овладения ядерной энергией и освоения космоса, стало возможным лишь благодаря применению математического моделирования и новых численных методов, предназначенных для ЭВМ.

Первая крупная проблема – овладение ядерной энергией – требует решения комплекса сложных задач физики и механики (управление работой реактора, использование энергии деления ядер урана, защита от проникающего излучения, охлаждение стенок реактора, изучение тепловых полей и упругих напряжений в стенках, решение многих других задач). Все эти задачи необходимо решать до начала работы реактора, используя для них математическое описание (модель) и проводя численные расчеты на ЭВМ.

Вторая крупная проблема – освоение космоса – связана с созданием летательных аппаратов и решением для них многих задач аэродинамики и баллистики (например, расчет движения ракеты и управление ее полетом). Здесь также имеется комплекс сложных задач механики, физики и техники, которые могут быть решены только с использованием численных методов.

Укажем еще одну проблему, стоящую перед человечеством, – поиск новых источников

энергии – использование реакции управляемого термоядерного синтеза ядер дейтерия и трития. Запасы термоядерного горючего на земле практически неисчерпаемы, а продукты реакции не загрязняют атмосферу. Однако термоядерная реакция начинается только при экстремальных условиях – при высокой температуре (порядка десятков и сотен миллионов градусов) и огромном сжатии (в тысячи раз) дейтерия и трития; кроме того, требуется удержать горючее вещество в этом состоянии в течение времени, достаточного для развития реакции горения (синтеза). Создание таких условий – пока еще нерешенная научно-техническая проблема. Существует несколько проектов нагрева, сжатия и удержания термоядерного горючего (плазмы). При их реализации возникает много вопросов, которые надо решать до начала проектирования даже экспериментальных установок. Необходимо, прежде всего, изучить поведение плазмы при высоких температурах и плотностях в магнитных полях и выяснить условия, при которых возможна сама реакция термоядерного синтеза.

Такие исследования проводятся на основе математического описания (математической модели) физических процессов и последующего решения соответствующих математических задач на ЭВМ при помощи вычислительных алгоритмов.

В настоящее время можно говорить, что появился новый способ теоретического исследования сложных процессов, допускающих математическое описание, – вычислительный эксперимент, т.е. исследование естественнонаучных проблем средствами вычислительной математики. Поясним существо этого способа исследования на примере решения какой-либо физической проблемы. Пусть требуется изучить некоторый физический процесс. Математическому исследованию предшествует выбор физического приближения, т.е. решение вопроса о том, какие факторы надо учесть, а какими можно пренебречь. После этого проводится исследование проблемы методом вычислительного эксперимента, в котором можно выделить несколько основных этапов.

На первом этапе проводится выбор математической модели, т.е. приближенное описание процесса в форме алгебраических, дифференциальных или интегральных уравнений. Эти уравнения обычно выражают законы сохранения основных физических величин (энергии, количества движения, массы и др.). Полученную математическую модель необходимо исследовать методами теории дифференциальных уравнений. Надо установить, правильно ли поставлена задача, хватает ли исходных данных, не противоречат ли они друг другу, существует ли решение задачи и единственно ли оно. На этом этапе используются методы классической математики. Следует отметить, что многие физические задачи приводят к таким математическим моделям, разработка теории которых находится в начальной стадии. На практике приходится решать задачи математической физики, для которых не имеется теорем существования и единственности.

Второй этап вычислительного эксперимента состоит в построении приближенного численного метода решения задачи, т.е. в выборе вычислительного алгоритма. Под вычислительным алгоритмом понимают последовательность арифметических и логических операций, при помощи которых находится решение математической задачи, сформулированной на первом этапе. Существуют определенные требования, предъявляемые к вычислительному алгоритму, предназначенному для использования на современных ЭВМ.

На третьем этапе осуществляется программирование вычислительного алгоритма для ЭВМ и на четвертом этапе – проведение расчетов на ЭВМ. Деятельность по программированию должна быть тесно связана с разработкой конкретных численных алгоритмов.

Наконец, в качестве пятого этапа вычислительного эксперимента можно выделить анализ полученных результатов и последующее уточнение математической модели. Может оказаться, что модель слишком груба – результат вычислений не согласуется с физическим экспериментом, или что модель слишком сложна и решение с достаточной точностью можно получить при более простых моделях. Тогда следует начинать работу с первого этапа, т.е. уточнить математическую модель и снова пройти все этапы.

Следует отметить, что вычислительный эксперимент – это, как правило, не разовый счет по стандартным формулам, а, прежде всего, расчет серии вариантов для различных математических моделей.

Математическое моделирование и проведение с помощью построенной модели математического эксперимента дает не только экономическую выгоду, а существенно расширяет возможности эксперимента. Математический эксперимент можно провести для изучения таких явлений, которые в естественных условиях протекают, с нашей точки зрения, столь медленно, что постановка реального эксперимента теряет всякий смысл. Более того, математический

эксперимент можно применить для исследования таких ситуаций, которые мы просто не в силах воспроизвести в реальных условиях. Так, например, с помощью математических экспериментов изучаются эволюция Вселенной, эволюция жизни на Земле или вообще эволюции, т.е. в частности, явления, которые мы в целом не в силах наблюдать в пределах человеческой жизни.

Но и не нужно думать, что математический эксперимент полностью заменяет реальный. Это не так, прежде всего, потому, что математический эксперимент имеет дело не с самими явлениями, а лишь с его математической моделью. Однако интересно и важно отметить, что математический эксперимент, как и всякий эксперимент, может привести к открытию новых реальных явлений, например, физических. Примером открытия, соавтором которого является вычислительная машина, является открытие физического эффекта Т-слоя, осуществленного группой ученых Института прикладной математики АН СССР, возглавляемой академиками А.Н.Тихоновым и А.А.Самарским. Сущность этого эффекта состоит в том, что в плазме, взаимодействующей с магнитным полем, при определенных условиях могут возникать зоны относительно высокой температуры. Эти зоны были названы тепловыми слоями, или короче - Т-слоями. В них сосредотачиваются электрические токи, разогревающие плазму и поддерживающие высокую температуру.

Таким образом, математическое моделирование в сочетании с современной вычислительной техникой дает в руки ученых качественно новые методы исследования, качественно новые методы управления процессами как естественными, так и порожденными деятельностью человека. Его широкое использование, по существу, необходимо для успешного развития наук. Оно составляет неотъемлемую часть процесса накопления знаний человеческим обществом и приводит к необходимости подготовки специалистов нового типа, владеющих не только своей специальностью, но и математикой, знающих методы математического моделирования и умеющих их творчески использовать. Поэтому в наши дни должны быть затрачены особые усилия на подготовку специалистов, способных квалифицированно решать задачи математического моделирования.

#### Литература

1. Энгельс Ф. Диалектика природы. – М.: Политиздат, 1987. – 349 с.
2. Моисеев Н.Н. Математика ставит эксперимент. – М.: Наука, 1979. - 223 с.