

**ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ
ПРИ ИЗУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ**

В работе рассмотрены, приемы и средства организации самостоятельной познавательной деятельности учащихся на примере понятий курса геометрии 7-класса.

Развитие у учащихся творческих способностей, самостоятельности мышления, а также разработки путей и средств, повышающих эффективность обучения, были и остаются центральной задачей педагогической психологии, дидактики и частной методики. Решение этой проблемы достигается, главным образом, в процессе преподавания теоретического курса и особенно, при формировании абстрактных научных понятий, составляющих предметную основу данной математической дисциплины. Естественно, при этом практические работники исходят из того, что в наши дни общеобразовательный курс математики преследует достижение таких целей, как развитие у учащихся научно-материалистического мировоззрения, навыков логического мышления, умения полноценно аргументировать собственные утверждения, умение вычленять сущность вопроса, отвлекаясь от несущественных деталей, анализировать данный процесс, вычленив из него частный случай, умения применять теоретические выводы в решении конкретных задач и т.д. Наряду с этим, на современном этапе развития образовательной системы важно научить школьников самостоятельно овладевать знаниями, делать самостоятельные выводы и обобщения.

Воспитание этих важных черт личности учащихся можно рассматривать как в связи с процессом формирования соответствующих умений и навыков по самостоятельному овладению математическими знаниями на основе новых технологий обучения, так и при анализе общего вопроса, связанных с умениями учиться. В настоящий период, когда невозможно даже предугадать всю совокупность знаний, которыми должно владеть поколение людей, работающих в третьем и четвертом десятилетии XXI века, исключительную значимость приобретает проблема подготовки учащихся к самостоятельному овладению новыми знаниями, к самостоятельному расширению и углублению их, а также к изучению научной, технической и общественной литературы.

В развитии самостоятельности учащихся важное место занимает процесс обучения математическим понятиям. Проблема формирования у учащихся системы научных понятий является актуальной проблемой методики и всех базисных ему наук. В действительности, уровень усвоения учащимися научных дисциплин определяется прежде всего, тем насколько они умело и эффективно пользуются при решении теоретических и практических задач действиями подведения под понятие и отыскания следствий, как специфические умственные действия, входящие в структуру познавательной деятельности по усвоению математических понятий. Так, усвоение теорем школьного курса математики и их доказательства невозможны без оперирования понятиями, их определений и свойств.

Существенные стороны сложной категории понятия раскрываются в философии и логике. По Е.К.Войшвилло понятие - «есть мысль, представляющая собой результат обобщения и выделения предметов и явлений того или иного класса по более или менее существенным (а потому и общим для этих предметов) и в совокупности специфическими для них, выделенным их из множества других предметов и явлений признакам» (Е.К.Войшвилло Понятие –М.: изд. МГУ, 1967). Иначе, понятие - есть синтез самых различных мыслей, итог длительного процесса познания. Известный ученый-логик Н.И. Кондаков в своем «Логическом словаре-справочнике» дает следующее определение понятия: «Понятие - целостная совокупность суждений т.е. мыслей, в которых что-либо утверждается об отличительных признаках исследуемого объекта, ядром которой является суждение о наиболее общих и в то же время существенных признаках этого объекта» (с.153) В учебниках по общей психологии понятие определяется как мысль, в которой

отражаются общие, существенные и отличительные (специфические) признаки предметов и явлений действительности. А по В.И.Ленину понятие - есть «высший продукт мозга, высшего продукта материи». Итак, научные понятия представляют собой высшую форму мышления, продукт познания, а также являются, в определенной степени, эффективным средством познания окружающей действительности. По выражению Н.И. Кондакова, понятие является сердцевинной наших знаний, всех наших наук, одним из важнейших структурных элементов системы научных знаний, включающей наряду с понятиями научные факты, законы и теории.

Гнесеология делит понятия на эмпирические и научные. А по объему понятия могут быть единичными, общими и понятиями категориями. Так, объем понятия «наименьшее натуральное число» состоит из одного элемента, понятие множества относится к категории. В школьном преподавании математики, в основном, рассматриваются общие понятия (число, функция, уравнения, треугольник и др.).

Важными математическими предложениями, изучаемыми в школе, несомненно, являются определения математических понятий, теоремы и их доказательства. Определение научных понятий в науке рассматривается как логическая операция, раскрывающая существенные стороны вновь вводимых понятий, через перечисление основных, главных его признаков.

Остановимся подробнее на методике работы по развитию самостоятельности школьников при усвоении и применении определений научных понятий (а также на этапе их применения). Развитие познавательной самостоятельности учащихся посредством инновационных технологий в дидактике и методике обучения рассматривается как важнейшая методическая проблема. Над вопросами по раскрытию научных основ формирования и развития самостоятельности школьников проведены обширные научно-исследовательские работы и в их разработку внесли большой вклад известные ученые - дидакты как Есипсов, П. И. Пидкадистый, И. Б. Бекбоев и др. В их работах самостоятельная работа рассматривается как средство обучения.

Основным, эффективным средством формирования научных понятий, являются целесообразно составленные системы упражнений. Упражнения и их системы в методике рассматриваются как средство овладения глубокими, прочными знаниями и умениями, как способы организации и управления учебно-познавательной деятельности учащихся и контроля их знаний, а также показателем уровня усвоения программного материала. В начальной геометрии такая система является также средством индуктивного наведения учащихся на самостоятельное выявление существенных признаков и свойств вновь вводимых понятий, содержательного и доходчивого обоснования факта.

Анализ школьной программы показывает, что в курсе геометрии 7 класса учащиеся знакомятся со многими научными понятиями, усваивают их определения и свойства, а также приобретают первоначальные навыки по их применению на практике и в изучении теоретических материалов. Если такие понятия как точки, прямые, плоскость и множества вводятся без логических определений (их сущность раскрывается через системы аксиом) как основные, то ко всем другим понятиям (в том числе отношениям) даются точные математические определения. К таким относятся понятия «отрезок», «полупрямые или луч», «угол», «треугольники» и их виды, «окружность» и другие. В стабильных учебниках [1], [3] при раскрытии сущности вновь вводимых понятий в основном используется классическое определение: через указание ближайшего родового понятия и видового отличия.

Исходим из того, что сущность процесса формирования понятий заключается, прежде всего, в усвоении учащимися содержания понятий в единстве со словесной формой (определением), его объема и существенных связей и отношений данного с другими понятиями системы, и во вторых, в овладении умениями и навыками оперировать ими в решении разнообразных задач познавательного и практического характера.

Несколько слов о формировании некоторых понятий (изучаемых в курсе геометрии

7-класса), а также о применяемых при этом приемах и инновационных технологиях, способствующих развитию самостоятельной познавательной деятельности школьников. Надо отметить, что при изучении учебного материала в 7-классе, как и любого раздела геометрии, от учащихся требуется ряд учебных умений, в числе которых - распознавание данной фигуры на основе действия «подведение под понятие», выявление свойств этой фигуры путем операционного выполнения действий отыскания следствий, самостоятельное заключение о существовании различных отношений между понятиями (тождества, частичного совпадения, соподчинения и др.) Первое определяемое понятие в стабильных учебниках [1], [3] это - «отрезок». До ознакомления с определением этого понятия учащимся предлагается учебный материал о взаимном расположении точек на прямой, содержащее новое, для учащихся, отношение между точками «лежать между», которое относится к неопределяемым. При этом надо учесть и то, что с указанным отношением между точками учащиеся знакомы по курсу математики предыдущих классов. И более того, у семиклассников в определенной степени развито интуитивное представление о геометрических фигурах и об различных соотношениях между ними. Учитывая это обстоятельство, материалы первых абзацев учебников [1,9] и [3,6] можно предложить для самостоятельного прочтения в классе. На интуитивном уровне все здесь будет понятно учащимся.

В целях проверки уровня усвоения и понимания основного свойства расположения точек на прямой (или первого основного свойства аксиомы порядка по [1,10]) можно предложить учащимся ответить на следующие вопросы:

Какая из четырех точек на рисунке (рис 1) лежит между двумя другими? Поясните ответ.

Сформулируйте это предложение по другому.

Почему точки А и Д не обладают отмеченным свойством? Ответы объясните.

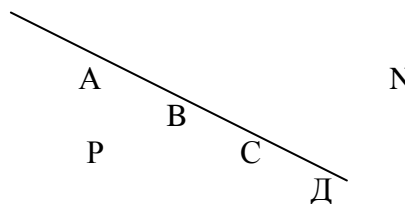


Рис. 1

Далее учитель сам сформулирует основное свойство расположения точек на прямой, обращая при этом особое внимание на термин «одна и только одна». Заметим, что с точки зрения логики, здесь речь идет об истинности следующей конъюнкции двух высказываний:

$$(\exists x)(P(x)) \ \& \ (\forall x)(\forall y)[P(x) \ \& \ P(y) \Rightarrow x=y]$$

(содержательно это формула имеет следующий смысл: «Существует по крайней мере один предмет x такой, что $P(x)$ и существует не более одного предмета x такого, что $P(x)$ »). В процессе выполнения данной самостоятельной работы и ее контроля учащиеся овладевают такими важными умениями, как распознавание объекта, приводят примеры, делают выводы о соотношениях между геометрическими объектами.

Понятие отрезка учащиеся знают из курса математики 5-6 классов. Они должны безошибочно распознавать данный объект, уметь обозначать их буквами и найти длину измерительным прибором (линейка). Новым для учащихся является определение отрезка как части прямой, лежащей между двумя данными ее точками (в учебнике [1] как множества точек).

После организации самостоятельной работы по изучению определения понятия отрезка при помощи следующей системы упражнений, указанное в методическом пособии для учителей [2], можно проводить закрепление.

1. Что такое отрезок с концами в данных точках?
2. Почему точка В принадлежит отрезкам АС, АД? Ответ обоснуйте (рис. 1).
3. Почему точки Р, N и Д не принадлежат отрезку с концами в точках А и С?

4. Как расположены точки А, С и Д?

Теперь можно выделить из текста данной темы первое предложение и ввести термин «определение» (как в учебнике [1]), одновременно раскрывая его логическую структуру, опираясь на его наглядное представление. Учитель при этом для себя должен заметить, что в качестве ближайшего родового понятия в определении отрезка указано понятие «часть прямой», а в качестве видового - «состоит из всех (множеств) точек этой прямой, лежащих между двумя данными ее точками».

Во время анализа определений отрезка учитель, обращая внимание школьников, особо подчеркивает, что две произвольно выбранные точки, определяющие отрезок с концами в этих точках, задают его. Таким образом, поскольку указание на две точки (различные) достаточны для существования отрезка, то не изображая на рисунке самого отрезка, можно говорить о нем, если известны (даны) две несовпадающие точки прямой. Поэтому, целесообразно предложить ученикам записать все отрезки, одним концом отмеченные точкой на прямой. Изображения этих отрезков делать не надо - это способствует развитию плоскостных воображений.

Материал первых двух абзацев (после аксиомы II.) учащиеся самостоятельно изучали по учебнику [1], вывод и некоторые объяснения с обоснованием основанного усвоенного учащимися учебных материалов, приводились учителем. В частности, на этапе закрепления пройденной темы была организована дополнительная самостоятельная работа по выполнению 11,12,13,14 заданий учебников [1,10].

Как уже было отмечено, ко всем понятиям в стабильных учебниках по геометрии [1] и [3] дается определение через указание ближайшего родового понятия и видового отличия. Иногда применяются и конструктивные определения, являющиеся разновидностью указанного. Еще раз отметим, что в процессе воспитания логической культуры школьников большое значение имеют научные определения понятий. Недаром известный ученый-педагог А.Я. Хинчин указывал на то, что «... заучивание определений является актом высокой логической культуры, а не схоластической зубрежкой» (А.Я. Хинчин Педагогические статьи. М., 1963 с. 85-105), и это должно быть доведено до сознания учащихся. Определение того или иного понятия начинается с установления его места в ряду других понятий, с выявления его связи, отношения с другими понятиями системы, а такая работа, несомненно, способствует более глубокому усвоению изучаемых объектов и фактов. Последовательная и обдуманная работа с учащимися по выявлению существенных и других признаков, анализу и синтезу определений приучает их ответственно относиться к своей речи, ясно, точно и кратко выражать свои мысли. Практика показывает, что учащиеся на начальном этапе изучения систематического курса геометрии, при усвоении и воспроизведении определений допускают многочисленные ошибки, связанные с их логической формой. Поэтому понятия о родовидовом отношении можно давать на примерах и обобщить при помощи схемы Эйлера. В целях формирования соответствующих умений можно отобрать следующие вопросы: отношение подчинения между понятиями, видовое отличие, сведения о определяемом и определяющих понятиях, т.е. структура этого вида определений, основные правила определения. Для формирования умений, связанных с определениями через род и видовое отличие предлагаем применять следующие системы упражнений, выполнение которых может быть осуществлено парой или малой группой учащихся.

1. Какое из двух понятий является видовым по отношению к другому: а). фигура, прямая; б). прямоугольник, четырехугольник; в). уравнение, равенство?

2. Составьте таблицу следующим образом: для каждого понятия из левого столбца подберите родовое из правого столбца и выпишите пары «род-вид».

Луч (полупрямая), точка, отрезок, прямая, плоскость, биссектриса, треугольник, равнобедренный треугольник, биссек-триса, смежные углы, угол, острый угол	Часть прямой, фигура, полупрямая, фигура, треугольник, два угла, угол равный 90^0 ,
--	---

Для получения правильного ответа предварительно дается ориентировочная основа

действий в виде вводной беседы: что у любого понятия существует ближайшее родовое понятие, что у разных понятий может быть один и тот же род, а у одного и того же родового понятия- несколько видов. Например, для отрезка родом может быть понятие фигуры, но ближайшим родовым будет понятие «часть прямой», а для понятий «смежные углы», «вертикальные углы» ближайшим родовым является понятие «два угла», у родового понятия «часть прямой» видовыми будут понятия «отрезок», «полупрямая».

3. Для каждого из данных понятий назовите несколько видовых понятий: четырехугольник, треугольник, часть прямой, два угла. При выполнении упражнений такого вида, опираясь на предыдущее знание школьников, можно им предложить, чтобы они называли несколько видовых понятий одного и того же рода. Например, треугольники могут быть равнобедренными и неравнобедренными, а равнобедренные, в свою очередь, могут быть равносторонними и равнобедренными, но не равносторонними. В целях воспитания интереса к изучению нового выполнение указанных упражнений целесообразно привести в форме игры «Кто больше». Руководитель (не обязательно учитель, можно назначить из числа учеников) называет какое-то понятие, для которого нужно найти как можно больше видовых понятий. Выигрывает тот, кто привел наибольшее число видовых понятий за определенное время.

4. Назовите родовое понятие для каждого из следующих понятий: нечетное число, наибольший общий делитель, угол, треугольник, луч, плоскость. Ученики стараются называть несколько родовых понятий для данного.

Известно, что в развитии логического мышления учащихся важную роль имеет их знакомство с классификацией изучаемых понятий. Известно так же то, что при помощи классификации осуществляется распределение предметов, которые мыслятся в понятиях, на отдельные группы, классы. Более того, деление понятий способствует глубокому пониманию сути отношений подчинения между понятиями, т.е. род - вид. В качестве примера приведем классификации понятия «треугольник» в виде следующей таблицы.

Классификация треугольников по сторонам и углам.

По сторонам	По углам		
	Остроугольные	Прямоугольные	Тупоугольные
Разносторонние	Остроугольные разносторонние	прямоугольные разносторонние	тупоугольные разносторонние
Равнобедренные	Остроугольные равнобедренные	прямоугольные равнобедренные	тупоугольные равнобедренные
Равносторонние	Остроугольные равносторонние	прямоугольные равносторонние (несуществует)	тупоугольные равносторонние (несуществует)

Известно, что определение состоит из двух основных частей: определяемого понятия и определяющего понятия. Тогда структура определений условно может быть представлена в виде следующего логического равенства:

$$X = Y + Z,$$

где X – определяемое понятие, а Y +Z является определяющим понятием. Например, в определении треугольника определяемым будет понятие «треугольник», а определяющим – «фигура», состоящая из трех точек, не лежащих на одной прямой и трех отрезков, попарно соединяющих эти точки. Таким образом, то понятие, которому дается определение, называется определяемым, а понятие, с помощью которого дается определение, называется определяющим.

Из логики известно, что к определениям понятий предъявляется ряд требований, в числе которых: соразмерность, ясность, четкость, не заключение в себе порочного круга и др. Их можно называть логическими правилами определения понятий.

Естественно, на начальном этапе систематического курса геометрии обобщенные правила определений не даются, их можно показать на примерах. Практика обучения, показывает, что учащиеся часто дают или «слишком широкие т.е. $X < Y + Z$ » (объем

определяющего больше объема определяемого), или «слишком узкое» т.е. $X > Y + Z$ (объем определяющего понятия меньше объема определяемого). Таким образом, большинство ошибок в определениях учащиеся допускают из-за несоблюдения соразмерности.

Ученикам можно предложить ряд высказываний (предложений) и поставить перед ними задачу: «Выяснить, являются ли высказывания определениями: а) Параллельными прямыми называются прямые, которые не пересекаются, б) Биссектрисой угла называется луч, который делит угол пополам, в) Углом называется фигура, состоящая из вершины и двух различных полупрямых исходящих из данной точки. Ответы учащихся необходимо обсудить, указывая на ошибки, а также показывая приемы, позволяющие выяснить соразмерность определений. Обращаем внимание учащихся на то, что ни одно из указанных высказываний (предложений) определением не является. В первом из них опущен признак «лежащие в одной плоскости» в результате чего возникло слишком широкое определение. В самом деле, в объем определяющего понятия «не пересекающиеся прямые» входят, кроме параллельных, также и пересекающиеся прямые. Необходимо проводить содержательный анализ, сходные с указанным, и по другим примерам. Необходимо раскрыть, с учетом требований дидактики, сущность следующего приема, позволяющего выяснить соразмерность определений: исследовать самостоятельно истинность предложений а) «Всякое X есть $Y + Z$ » б) «Всякое $Y + Z$ есть X ». Если оба утверждения а) и б) истины, правила соразмерности соблюдены, а если а) ложно (или истинно), но б) истинно (или ложно), то определение «слишком узкое» (или «слишком широкое»).

В целях формирования указанного умения, можно предложить школьникам выполнять, по возможности самостоятельно, следующие упражнения.

1) Какие ошибки допущены в следующих определениях: «Квадрат – это когда все углы и стороны равны», «Неправильная дробь - это дробь, числитель которой больше знаменателя». Перед выполнением этих упражнений необходимо довести до сознания школьников, что в ошибочных определениях часто не указывается родовое понятие, а видовое отличие во многих ответах учащихся указывается неверно (или не полностью). Например, в указанном определении неправильной дроби видовое отличие приведено не полностью (пропущен признак о возможном равенстве числителя и знаменателя).

2) Следующие предложения преобразуйте так, чтобы получилось правильное определение, кроме того, выясните какие ошибки были допущены:

а) квадрат – это четырехугольник у которого все стороны равны; б) диаметр круга есть наибольшая хорда, проходящая через центр; в) два равных угла называются вертикальными, если стороны одного являются продолжениями сторон другого; г) медианой называется отрезок, соединяющий вершину с серединой сторон треугольника.

В последнем предложении нет ясности о каком отрезке идет речь, не точно указан видовой признак и т. д. Такой анализ должна стать основным предметом содержательного анализа вышеприведенных предложений, которая может быть организована как самостоятельная работа в форме структурно – логической технологии, при котором познавательная деятельность обучаемых организуется поэтапно с обсуждениями их результатов.

В итоге следует отметить, что учебно-познавательная самостоятельная деятельность школьников, организованная в процессе усвоения системы научных понятий, позволяет учителю существенно улучшить математическую подготовку обучаемых, а также способствует развитию их логического мышления.

Литература

1. Бекбоев И. Б., Айылчиев А. А., Бөрүбаев А. А. Геометрия 7 - 9 класстар үчүн окуу китеби: - Б.: Педагогика, 2000.
2. Бекбоев И. Б., Айылчиев А. А., Абдиев А., Салыков С. С., Геометрияны 7-9 класстарда окутуу: Мугалимдер үчүн методикалык колдонмо. -Б.: Педагогика, 2003.
3. Погорелов А. В. Геометрия: Учеб. пособие для 7 – 11 кл. сред. шк. – 8-е изд. – М.: Просвещение, 1989.

