

## ПЛАНИМЕТРИЯ КУРСУН ОКУТУУДА МАТЕМАТИКАНЫН ТАРИХЫНЫН ЭЛЕМЕНТТЕРИН КОЛДОНУУ.

*Макалада математика илиминин пайда болуу жана өнүгүү тарыхын жөнү менен пайдалануу аркылуу окуучулардын бул илимге болгон кызыгууларын жогорулатуунун жолдору ачылып берилип, тиешелүү тарыхый маалыматтардын мазмуну сунуш кылынат.*

Математика илиминин калыптануу жана өсүп-өнүгүү, ошондой эле анын терминдеринин жана символдорунун пайда болуу тарыхынан окуучуларга жеткиликтүү, ары чети кызыктуу формада маалымат берүү алардын предметке болгон кызыгуусун арттырып, билим деңгээлин жогорулатууга өбөлгө боло турганын педагогикалык теорияда жана практикада айныгыс болуп далилденген. Чындыгында эле, кийинки 5-6 миң жыл ичинде, математика илими практикалык-прикладдык маанидеги чакан маалыматтарды камтыган абалдан, азыркы учурда коомдун бардык тармактарында кеңири колдонуучу ошол эле учурда абстракциялардын абстракциясы болгон объектилер менен иш алып баруучу илимдердин туу чокусуна айланып, өзүнүн өнүгүүсүнүн узак жана татаал жолунда карт тарыхтын көптөгөн терең дайрасынан жана бийик дабандарынан өтүп келип, адамзаттын азыркы муунуна ак кызматын көрсөтүүдө. Математикалык түшүнүктөрдүн мазмунунун, көлөмдөрүнүн жана алардын өз ара байланыштарынын такталуу тарыхы, ошондой эле, өзүнүн ыңгайлуулугу, жөнөкөйлүгү, толуктугу ж.б. касиеттери менен таң калуу жана сыймыктануу сезимин, аны менен таанышкан, ар бир адамда пайда кылган өркүндөтүлгөн символдордун (белгилердин) жана илимий терминдердин системасынын пайда болуу тарыхы ары чети кызыктуу болсо, экинчи жактан чыныгы дүйнөнү таанып-билүүдө чоң мааниге ээ.

Өзүнүн турмушта кеңири колдонулушу, логикалык жактан ырааттуулугу жана тактыгы менен айрыкча геометрия илими байыркы замандын окумуштууларын өзүнө тартып, бул тармактар боюнча кызыктуу жана пайдалуу ачылыштар байыркы Грецияда, Египетте жана Жакынкы Чыгыш өлкөлөрүндө пайда болгондугу жана өсүп-өнүккөнү тарыхта белгилүү. Бекеринен «Геометрия» деген терминдин өзү грек тилинде «жер ченөө» дегенди билдирип, математиканын бул тармагы ошол чөлкөмдүн белгилүү окумуштуулары - Евклиддин, Герондун, Пифагордун, Фалестин ж.б. негизги илимий иштеринин объектиси болуп калбаса керек.

Жогоруда айтылгандардан, орто мектептин 7-9 - класстарында билим берүүчүлүк, тарбиялоочулук жана өсүп-өнүктүрүүчүлүк чоң мааниге ээ болгон геометрия илиминин пайда болуу жана калыптануу тарыхынан ылайыгы жана орду менен маалымат берүүнүн мааниси зор экендиги келип чыгат. Жалпы алганда, математиканы жана аны менен мазмундук, структуралык жактан тыгыз байланышта болгон информатика жана эсептөө техникасынын негиздери предметин окутууда, ал предметтердин өнүгүү тарыхынан пайдалануу принциби, учурда, орто мектептерде толук кандуу түрдө кабыл алынып, окуу программасынын тиешелүү темаларына жана бөлүмдөрүнө ылайык тарыхый-математикалык материалдарды берүү боюнча белгилүү деңгээлде тажрыйба топтолгон. Тилекке каршы, бул багыттагы реалдуу мүмкүнчүлүктөр математика сабактарында жана класстан тышкаркы иштерде толук түрдө пайдаланылбай келе жатканын белгилөөгө туура келет.

Проф. И.Бекбоев жетектеген авторлор коллективи тарабынан 7-9 - класстар үчүн жазылган геометрия боюнча окуу китебинде [1] математиканын тарыхына кеңири орун берилип, айрыкча чет тилинен алынган математикалык терминдердин кыргызча түшүндүрмөсүн берүүгө өзгөчө басым жасалган. Маселен, перпендикуляр (48 бет) биссектриса (31 бет), трапеция (106 бет), призма, пирамида ж.б. у.с. чет тилден алынган

математикалык терминдердин кыргызча котормосу берилген. Бул багытта, мугалимдер үчүн методикалык колдонмо [2] да алгылыктуу иштер жасалганын белгилөөгө болот.

Ал эми математиканын тарыхы боюнча булактарда тиешелүү маалыматтар, көбүнчө, хронологиялык тартипте берилип, сабакта түздөн-түз колдонууда мугалим үчүн, белгилүү деңгээлде, ыңгайсыздыкты пайда кылууда [3].

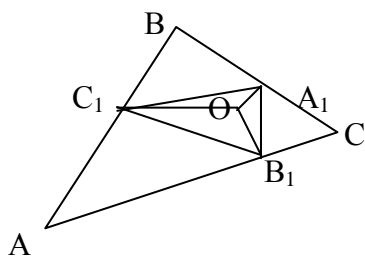
Ошондой эле математиканын өсүп-өнүгүү жана калыптануу тарыхынан маалыматтарды сабакта жана класстан тышкары иштерде пайдалануу өзгөчөлүктөрү жана ыкмалары ошондой эле, сунуш кылынуучу тарыхый материалдардын мазмуну жана көлөмү боюнча методикалык сунуштар жокко эсе экенин илимий- методикалык адабияттарды анализдөө көрсөтүп отурат. Ал эми окутуу практикасы көрсөткөндөй, окуучулардын өз алдынча таанып-билүүчүлүк иш аракеттерине толук түрдө таянбастан, «даяр түрдө», математикалык символдордун жана такталган терминдердин системасынын өз мезгилинде, жетишсиздигинен улам математика илиминин өнүгүү жолунда келип чыккан кыйынчылыктарды баяндоого байланыштуу болгон окуу материалдары түздөн-түз сунушталып, ошондой эле, тарыхый-генетикалык метод кеңири пайдаланылбастан, өтүлгөн сабактардын эффективдүүлүгүнө жетишүү кыйын. Бул айтылганга кошумча түрдө математикалык маанайдагы тарыхый материалдарды ыгы менен пайдалануунун тарбиялык (патриоттулукка, интернационалдуулукка ж.б.) мааниси чоң экендиги талашсыз кашкайган чындык.

Математиканы окутууда тарыхый материалдарга кайрылуу менен, биз бул илимдин өсүп-өнүгүшүн диалектикасын көрсөтүүгө жетишип, натыйжада анын кыймылдаткыч күчүн, ошондой эле адам баласынын практикалык ишмердүүлүгү менен дүйнөнү илимий таанып билүүнүн өз ара байланыштарын, өз ара шартталганын тындап кабылдоого окуучуларга жардам берүү менен алардын илимий ой жүгүртүүсүнүн калыптанышына көмөктөшкөн болобуз. Маселен, үч бурчтуктардын касиеттерине жана аларды чыгарууга байланыштуу болгон темаларда окуучуларга төмөнкүдөй (алардын кызыгуусун жана белгилүү деңгээлде таң калуусун пайда кыла турган) тарыхый материалдарды берүү максатка ылайык. XIII кылымда Марагин обсерваториясынын башкы куруучусу Мунайэддин Урди, үч метр бийиктиктеги тик бурчтуу үч бурчтуктун моделин жасаткан. Бул модел түздөн-түз эсептөө жүргүзбөй туруп эле тригонометриялык функциянын маанисин табууга мүмкүндүк бергендиктен, аны “синус-инструмент” деп атоого болоор эле. Чыгыштын окумуштуулары, тегиздиктик жана сфералык тригонометриянын негизин иштеп чыгышып, ченөөнүн жана эсептөөнүн зарыл болгон практикалык жолдорун табышкан. Натыйжада, синус-инструментти, тик бурчтуу үч бурчтуктарды чыгарууда пайдалана турган номограмманын өзү деп да атоого болот. Ал эми чыгыш элинин математиги жана астроному Джемшид ал-Каши, өз мезгилинде элементардык математиканын чыныгы энциклопедиясы болгон, анткени «Арифметиканын ачкычы» аттуу китеп жазып калтырган (XV кылым). Бул математикалык чыгарма узак убакыттар бою эсептөөчүлөр, архитекторлор, жер ченөөчүлөр, финансисттер ж.б. үчүн эң керектүү курал катары кызмат кылып келген. Ал-Каши ушуну менен бирге эле, «Поястардын (бел курчоолордун) дискасы» деп аталган инструмент даярдап, бул өзгөчө номограмманын жардамы менен асман телолорунун кыймылдарына байланыштуу бир катар маселелерди жакындаштырып, графиктик жол менен чыгаруунун жолун көрсөткөн. Мында асман телолорунун координаттарынын орточо маанилеринин таблицасы колдонулган. Көрсөтүлгөн инструментке таянуу менен асман телолорунун координатын (узактыгын жана кеңдигин, алардын жерге чейинки аралыктарын), Ай жана Күндүн тутулуу мөөнөтүн так аныктап айта алган.

Бул келтирилген кыскача тарыхый маалыматтын окутуу процессинде билим берүүчүлүк жана таанып билүүчүлүк мааниси бар экендиги талашсыз. Маселен, 8-класстын геометрия курсунда барууга мүмкүн болбогон объектилердин элементтерин

кыйыр түрдө, түзүү аркылуу, ченөөнүн ыкмалары менен окуучуларды тааныштырууда класска төмөнкүдөй суроо коюуга болот: «Орто кылымдагы астрономго, эмне үчүн, жогоруда көрсөтүлгөндөй гигант инструмент жасоого туура келген?». Бул фактынын түшүндүрмөсү жакындатылган эсептөөлөр менен мурдагы класстарда таанышышкан окуучулар үчүн кыйынчылыктарды пайда кылбайт.

Математиканын мектеп курсунда сунуш кылынуучу формулаларды, теоремаларды, түшүнүктөрдү ж.б. алгачкы жолу иштеп чыккан окумуштуулар жөнүндө баяндама берүү жана алардын далилдөөлөрү менен тааныштыруу сыяктуу тарыхый материалдар боюнча мезгил мезгили менен маалымат берип туруу максатка ылайык. Маселен, математика предмети тереңдетилип окулуучу класстарда (мектептерде) үч бурчтуктун бийиктиктери, медианалары жана биссектрисалары бир чекитте кесилишерин Италиялык окумуштуу Д.Чевынын (XVII кылым) теоремасына таянуу менен негиздеп берип, ал теореманын мазмуну жана аны далилдөө жолу менен тааныштырууга болот. Андан ары үч бурчтуктагы Эйлердин түз сызыгы (ортоцентр, центроид жана үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын борбору аркылуу өткөн түз сызык) жөнүндө кеп козгоп, Ж.Понселе (XIX кылым) тарабынан далилденген, берилген үч бурчтуктун тогуз чекитинин айланасы жөнүндөгү теорема (үч бурчтуктун үч бийиктигинин негиздери, анын үч жагынын ортолору жана үч бурчтуктун чокуларын ортоцентр менен туташтыруучу кесиндилердин ортолору бир айланада жатат) менен тааныштырып, ал айлананын борбору Эйлердин түз сызыгында жатарын баса белгилеп көрсөтүү максатка ылайык. Кошумча түрдө, ушул материалдарга улай эле педалдык үч бурчтук түшүнүгүн киргизип, анын жактарынын узундугунун формуласынын жеке учурунда (б.а., педалдык чекит үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын борбору менен дал келгенде) орто сызыктын узундугу жөнүндөгү белгилүү маалыматка келе турганыбызды белгилеп коюу ашыктык кылбайт. Бул корутундунун далилдөөсү анча татаал болбогондуктан жана анын өзү окуучулар үчүн жаңы маалыматты өз ичине камтып, алардын кызыгуусун пайда кылгандыктан, аны төмөндөгүчө сунуш кылууга болот (1-сүрөт).



1-сүрөт

Берилди:  $A_1B_1C_1$  педалдык үч бурчтугу ( $OA_1 \perp BC$ ,  $OB_1 \perp AC$ ,  $OC_1 \perp AB$  жана  $BC=a$ ,  $AB=c$ ,  $AC=b$ ). Анда педалдык үч бурчтуктун жактарынын б.а.,  $A_1C_1$ ,  $C_1B_1$  жана  $A_1B_1$  узундуктарын табуу талап кылынсын. Далилдөөнү, синтез методун колдонуп, аны кадамдар боюнча чечмелеп берүү ыкмасын пайдаланса дурус болот.

1.  $OA_1 \perp BC$  жана  $OC_1 \perp AB$  деген эки айтылыштын конъюнкциясынан  $A_1C_1$  жана  $B$  чекиттери аркылуу өтүүчү, диаметри  $BO$  кесиндиси болгон айлана жашайт, деген корутунду келип чыгат.

2. Синустар теоремасын  $A_1C_1$   $B$  үч бурчтугуна карата колдонсок,  $\frac{A_1C_1}{\sin \beta} = BO$  барабардыгын алабыз.

3. Ошол эле синустар теоремасын  $ABC$  үч бурчтугуна карата колдонсок, анда  $\frac{AC}{\sin \beta} = 2R$  ( $R$  кесиндиси  $ABC$  үч бурчтуктун сыртка сызылган айлананын радиусу).

4. Үчүнчү кадамдан  $\sin \beta = \frac{AC}{2R}$  маанисин экинчи кадамдагы  $\sin \beta$  нын ордуна койсок,  $A_1C_1 = \frac{AC \cdot BO}{2R}$  же  $A_1C_1 = \frac{b \cdot BO}{2R}$  (1).

Ушуга окшош эле талкуулоолордун негизинде  $A_1B_1 = \frac{c \cdot OC}{2R}$  (2) жана

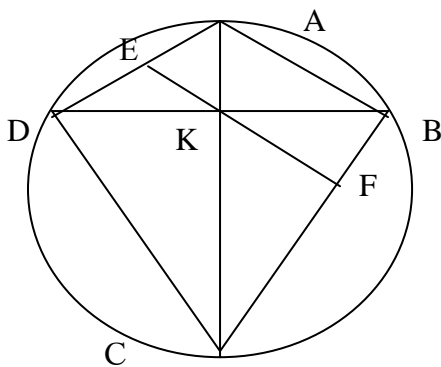
$B_1C_1 = \frac{a \cdot OA}{2R}$  (3) деген барабардыктарга ээ болобуз.

Эми, эгерде  $O$  чекити  $ABC$  үч бурчтугунун сыртынан сызылган айлананын борбору болсо, анда  $OB=OC=OA=R$  болору белгилүү. Демек, бул учурда (1), (2) жана (3) барабардыктардын, тиешелүү түрдө  $A_1C_1 = \frac{b}{2}$ ,  $A_1B_1 = \frac{c}{2}$ ,  $C_1B_1 = \frac{a}{2}$  деген, үч бурчтуктун орто сызыгынын негизги касиеттеринин бирин туюнтуучу барабардыктар алынат. Албетте, окуу китебинде, параллелограммдын касиеттерине таянуу аркылуу берилген далилдөө менен бирге эле, жогоркудай негиздөөнү сунуштоо окуучулардын кызыгуусун пайда кылып, алардын билимдеринин тереңделишине өбөлгө түзөт.

Ал эми планиметриянын төрт бурчтуктар жөнүндөгү бөлүмүндө П.Вариньондун (XVIII кылым) Птоломейдин, Брахмагуптанын теоремаларын жана алардын далилдөөлөрүн, окуучулардын математикага болгон кызыгууларын пайда кылуу үчүн, берүүгө болот.

Маселен, индиялык окумуштуу Брахмагуптанын айлананын ичине сызылган, жактары  $a, b, c, d$  жана жарым периметри болгон, төрт бурчтуктун аянты жөнүндөгү  $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$  деген ( $d=0$  болсо, окуучуларга жакшы белгилүү, Герондун формуласы деп аталган, үч бурчтуктун аянтынын  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$  формуласын жеке учур катарында камтыган) формуланын (тригонометриялык аппаратын колдонгон) далилдөөсүн 9-класста уюштурулган кружокто берүү менен бирге эле, бул окумуштуунун төмөнкүдөй дагы бир кызыктуу теоремасын далилдөөсү менен келтирүүгө болот.

**Теорема.** Эгерде айланага ичтен сызылган төрт бурчтуктун диагоналдары  $K$  чекитинде кесилишип, өз ара перпендикуляр болушса, анда  $K$  чекити аркылуу өтүп, анын бир жагына перпендикуляр болгон түз сызык ал төрт бурчтуктун карама-каршы жагын тең экиге бөлөт (2-сүрөт).



2-сүрөт.

Адегенде окуучулар менен бирдикте теореманын формулировкасына талдоо жүргүзүп, анын түшүндүрүүчү бөлүгүн, шартын жана корутундусун бөлүп алууну ишке ашырабыз. Натыйжада,  $AC \perp BD$ ,  $EF \perp BC$  деген жазуулар пайда болуп,  $AE=DE$  экендигин далилдөө талап кылынары белгиленет. Өркүндөтүлгөн анализ методун колдонуу менен  $AE$  жана  $DE$  кесиндилеринин барабар экенин далилдөө үчүн, барабардык катышынын транзитивдик касиетине ылайык, алардын үчүнчү бир кесиндиге, маселен  $EK$  га, барабар экенин далилдөө жетиштүү экенин окуучулар менен бирдикте тактап алабыз. Ал эми  $EK=EA=ED$  барабардыгынын орун ала турганын далилдөө үчүн, маселен, тиешелүү түрдө  $AЕК$  жана  $DEK$  үч бурчтуктарынын тең капталдуу экендигин далилдөө жетиштүү. Ошентип, теореманын далилдөөсү негизги үч бөлүктөн туруп, төмөнкүдөй кадамдарды камтыйт.

1.  $\triangle AЕК$  тең капталдуу экенин далилдөө үчүн,  $\angle EAK = \angle EKA$  экенин далилдөө жетиштүү.

2.  $\angle EAK$  жана  $\angle EKA$  бурчтарынын барабар экендиги, алардын ар бири бир эле, маселен,  $\angle DBC$  бурчтуна барабар болуу шартынан келип чыгат.

3. Негиздөөлөр төмөндөгүчө болушу мүмкүн:  $\angle EAK = \angle FKC$  (вертикалдык бурчтар катарында);  $\angle FKC = \angle FBK$  (жактары өз ара перпендикуляр болгон бурчтардын касиети боюнча);  $\angle FBK = \angle DAC$  (же  $\angle FBK = \angle EAK$ ) (ичтен сызылган бурчтардын касиети боюнча).

Натыйжада, бурчтардын барабардыгынын транзитивдик касиети боюнча  $\angle EKA = \angle EAK$  барабардыгы негизделген болот да, мындан  $\triangle AЕК$  тең капталдуу экендиги келип чыгат, б.а.,  $AE = EK$  (1).

Аналогия методун колдонуп,  $\angle EKD = \angle BKF = \angle FCK = \angle ACB = \angle ADB = \angle EDK$  б.а.,  $\angle EKD = \angle EDK$  барабардыгына ээ болобуз. Анда  $DE = EK$  (2). Демек, (1) жана (2) барабардыктардан  $AE = ED$  деген, далилдөөнү талап кылган барабардык келип чыгат

Жогоруда келтирилген математикалык-тарыхый маалыматтар менен бирге эле, класстан тышкары иштерде, тарыхый-таанып билүүчүлүк багытындагы темаларга кайрылуу максатка ылайык. Маселен, «Эсептөө системасынын (байыркы Вавилондуктардан ЭЭМ ге чейин) тарыхы», «Математикалык символдордун тарыхы», «Тригонометриялык таблицалардын келип чыгуу тарыхы» ж.б. темаларды сунуш кылууга болот. Эсептөө системасын кароодо маселен, эсептөө системасы позициялык жана позициялык эмес боло турганын, байыркы Вавилондуктарда алтымыштык (анча ыңгайлуу эмес) позициялык система колдонулгандыгын айтып берсе болот.

Ал эми, азыр кеңири таралган ондук позициялык система VII кылымда Индия окумуштуулары тарабынан сунуш кылынган, илимий техникалык прогресстин кубаттуу куралы болгон электрондук эсептөөчү машинада экилик системаны колдонуу көп жагынан ыңгайлуу экенин белгилөө зарыл. Жалпы эле информатика сабагында электрондук эсептөөчү машинанын пайда болуу жана өсүп-өнүгүү тарыхынан да ылайыктуу жерде аңгеме куруп берүү, окуучулардын бул предметке болгон кызыгууларын күчөтөрү бышык. Маселен, эсептөө системасы жөнүндө сөз козголгондо, электрондук эсептөөчү машинанын пайда болуу жана калыптануу тарыхынан да кыскача баяндама берүүгө болот. Мында 1642-жылы физик Б. Паскаль тарабынан даярдалган кошуу жана кемитүү амалын аткаруучу алгачкы эсептөөчү машинадан, азыркы учурдагы, секундасына миллиондогон операцияларды аткарууга жөндөмдүү электрондук эсептөөчү машиналар жөнүндө айтып берүү максатка ылайык.

Кандай гана мазмундагы (геометриялык, экономикалык, логикалык ж.б.) маселе болбосун, аны чыгаруу ишин арифметикалык операцияларды аткарууга келтирүүгө болорун, азыркы учурдагы илимдин жана өндүрүштүн көп тармактарынын (космонавтика, ядролук энергетика, элементардык бөлүкчөлөрдүн физикасы, биоинженерия ж.б.) пайда болушу жана өнүгүшү эсептөө техникаларын кеңири колдонуу аркылуу гана ишке ашырылгандыгын ж.б.у.с. кызыктуу маалыматтарды берүү менен окуучулар билим алууга оң мотивдин пайда болушуна жетише алабыз.

Жыйынтыктап айтканда, жалпы эле илимдин келип чыгуу жана калыптануу тарыхынан кызыктуу жана кыскача маалыматтарды өз орду жана ыгы менен, окутуу процессинин закон ченемдүүлүктөрүнө ылайык колдонуу окуучулардын предметке болгон кызыгууларын арттырып, натыйжада билимдеринин сапаттарынын жакшырышына алып келе турганын мугалим эстен чыгарбоосу максатка ылайык.

#### Адабияттар

1. Бекбоев И.Б., ж.б. Геометрия: Орто мектептин 7-9-кл. үчүн окуу китеби.- Б.: Педагогика, 2000.

2. Бекбоев И.Б., ж.б. Геометрияны 7-9-класстарда окутуу: Мугалимдер үчүн методикалык колдонмо.-Б.: Педагогика, 2003.

3. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики.-М.: Наука, 1978.