УДК: 531.8

Такырбашев А.Б.

ЫГУ им. К. Тыныстанова

УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ ПРИВОДИМОГО ОТ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДВИГАТЕЛЯ

В данной работе составлено новое уравнение в энергетической форме с использованием формулы Клосса, по которому определяется движение механизма, приведенного асинхронным двигателем.

Благодаря своим уникальным свойствам механизмы переменной структуры (МПС) все большее применение находят в качестве исполнительных механизмов в различных устройствах и машинах. На рис. 1 представлена схема пятизвенного МПС ударной машины. Удар в этой машине наносится массивным ползуном, совершающим возвратно-поступательное движение. Благодаря этому, в пятизвенных МПС по сравнению с четырехзвенными механизмами, в которых удар совершается качающимся коромыслом, значительно уменьшается вибрация машины в поперечном направлении.

При исследовании динамики таких машин необходимо учесть следующие факторы: 1) момент инерции МПС, приведенный к кривошипу (ведущему звену), является переменной величиной, зависящей от угла поворота звена приведения; 2) приведенный момент сил тяжестей подвижных звеньев также является переменным и по величине сравним с другими моментами, приложенными к звене приведения.

Рассмотрим тот случай, когда данный механизм приводится в движение асинхронным электродвигателем. При этом имеем одномассовую систему, момент инерции которой является функцией от угловой координаты (положения) звена приведения и нагруженную приведенным моментом, зависящим от скорости (крутящий момент ротора двигателя), и моментом, зависящим от положения механизма (приведенный момент сил тяжестей подвижных звеньев).

Для определения закона движения данного механизма можно применить уравнение Лагранжа второго рода или уравнение движения в энергетической форме. Выберем второй вариант и составим уравнение движения для небольшого интервала углового перемещения $\Delta\varphi$ звена приведения:

$$\frac{J_{\sum i}^{np}\omega_i^2}{2} - \frac{J_{\sum 0}^{np}\omega_0^2}{2} = \sum A_{0i}\,, \qquad (1)$$

где ω_0 – значение угловой скорости звена приведения в начале углового интервала, т.е при φ_0, ω_i – значение угловой скорости звена приведения при $\varphi_i = \varphi_0 + \Delta\varphi$, $J_{\Sigma 0}^{np}$ – приведенный момент инерции машины в начальном положении, $J_{\Sigma i}^{np}$ – приведенный момент инерции машины в i-м положении, $\sum A_{0i}$ – сумма работ приведенных моментов, зависящих от скорости и положения звена приведения в промежутке 0 - i.

Наметив ряд положений звена приведения 0, i, k., …; отсчет угла φ будем вести от нулевого положения $\varphi_0 = 0$ (рис. 1).

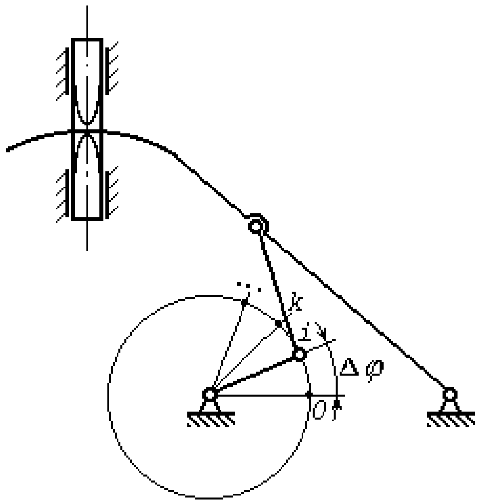

Рис. 1. Схема пятизвенного МПС

Сумма работ всех сил $\sum A_{0i}$ в интервале $\Delta\varphi$ определяется:

$$\sum A_{0i} = A_{\omega 0i} + A_{\varphi 0i},$$

где $A_{\omega 0i}$ – работа приведенного момента M_{ω}^{np} сил, зависящих от скорости звена приведения;

$A_{\varphi 0i}$ – работа приведенного момента M_{φ}^{np} сил, зависящих от положения звена приведения.

С учетом этого уравнение движения в энергетической форме (1) для интервала 0-I запишем в следующем виде:

$$\frac{J_{\sum i}^{np}\omega_i^2}{2} - \frac{J_{\sum 0}^{np}\omega_0^2}{2} = A_{\omega 0i} + A_{\varphi 0i}.$$

Моменты сил и их работы считаются положительными, если их направления совпадают с направлением движения звена приведения, в противном случае они считаются отрицательными. В рассматриваемом примере звено приведения, т.е. кривошип, вращается по часовой стрелке.

Считаем, что в пределах небольшого интервала 0-i моменты M_{ω}^{np} и M_{φ}^{np} при увеличении угла φ изменяются линейно и в конце интервала получат некоторые значения $M_{\omega i}^{np}$ и $M_{\varphi i}^{np}$, поэтому в уравнении (1) приближенно можно принять соответственно:

$$A_{\omega 0i} = \frac{M_{\omega 0}^{np} + M_{\omega i}^{np}}{2}\Delta\varphi \quad \text{и} \quad A_{\varphi 0i} = \frac{M_{\varphi 0}^{np} + M_{\varphi i}^{np}}{2}\Delta\varphi.$$

С учетом этого, формулу (1) преобразуем в следующий вид:

$$\frac{J_{\sum i}^{np}\omega_i^2}{2} - \frac{J_{\sum 0}^{np}\omega_0^2}{2} = \frac{M_{\omega 0}^{np} + M_{\omega i}^{np}}{2}\Delta\varphi + A_{\varphi 0i}.$$

В этой формуле $J_{\sum 0}^{np}$, $J_{\sum i}^{np}$, $M_{\omega 0}^{np}$, $A_{\varphi 0i}$ становятся известными, если будут заданы начальные условия, т.е. значения φ_0, ω_0, и $\Delta\varphi$. Задача сводится к определению скорости звена приведения ω_i и приведенного момента $M_{\omega i}^{np}$, зависящего от этой скорости по известной зависимости Клосса (для асинхронных двигателей).

Отсюда

$$\frac{J_{\sum i}^{np}\omega_i^2}{\Delta\varphi} + \left[\frac{2A\varphi 0i}{\Delta\varphi} - \frac{J_{\sum 0}^{np}\omega_0^2}{\Delta\varphi} - M_{\partial 0}^{np}\right] = M_{\partial i}^{np}. \qquad (2)$$

Обозначив сумму, содержащуюся в скобках, буквой B:

$$\left[\frac{2A\varphi 0i}{\Delta\varphi} - \frac{J_{\sum 0}^{np}\omega_0^2}{\Delta\varphi} - M_{\partial 0}^{np}\right] = B0i. \qquad (3)$$

Тогда уравнение (2) приобретает следующий расчетный вид:

$$\frac{J_{\sum i}^{np}\omega_i^2}{\Delta\varphi} + B_{0i} = M_{\partial i}^{np}. \qquad (4)$$

Ошибка от сделанного приближения будет тем меньше, чем меньше выбранный интервал $\Delta\varphi$. Величину $J_{\sum i}^{np}$ (рис. 2) для i-го положения можно определить по углу $\varphi_i = \varphi_0 + \Delta\varphi$ из зависимости $M_\varphi^{np} = M_\varphi(\varphi)$ (рис. 3).

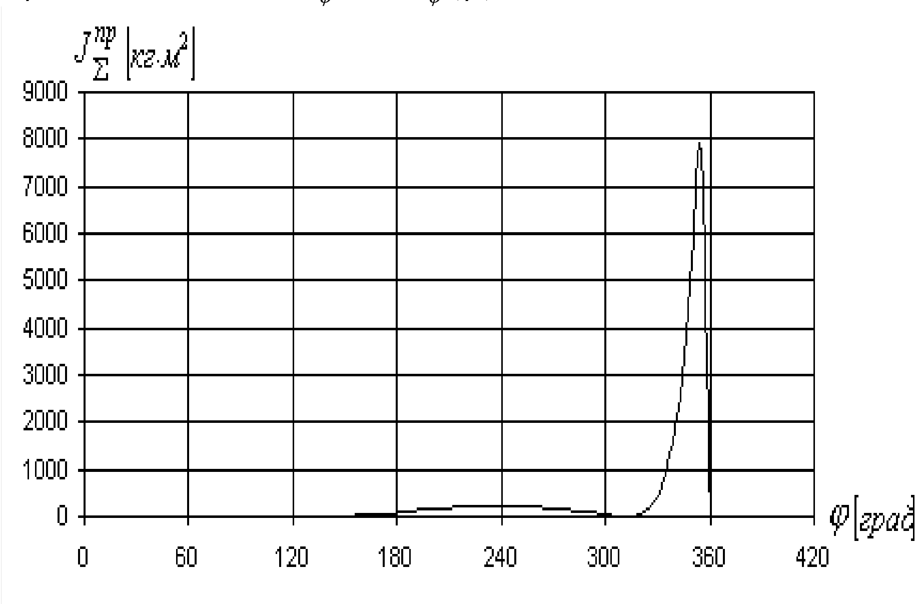

Рис. 2. График приведенного момента инерции $J_{\sum i}^{np}$, зависящего от угла поворота φ.

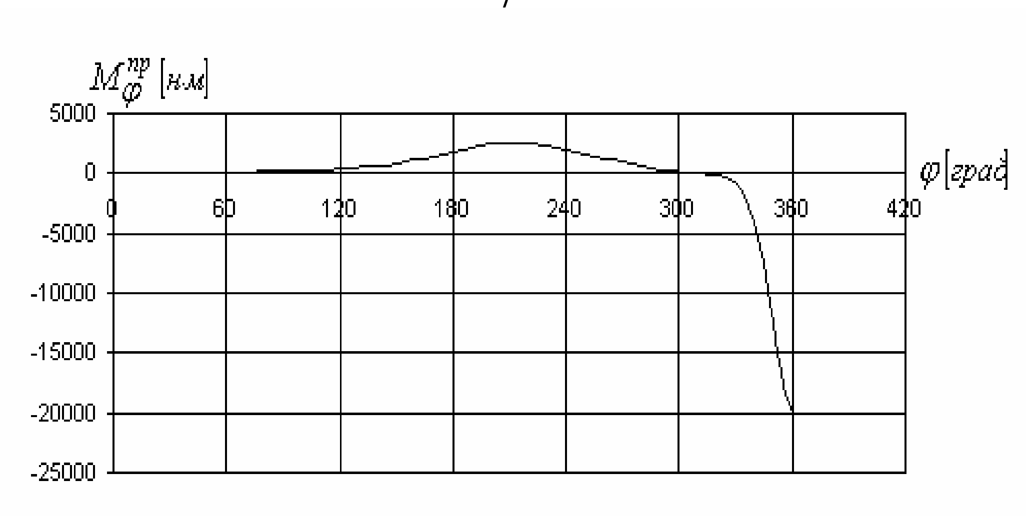

Рис. 3. График приведенного момента M_φ^{np}, зависящего от угла поворота φ звена приведения.

График функции $M_{\omega}^{np} = M_{\omega}(\omega)$ приведен на рис.4.

В каждом новом положении угловая скорость ω начального звена и приведенный момент M_{ω}^{np} приобретает новые значения, какие – пока неизвестно кроме M_{φ}^{np}.

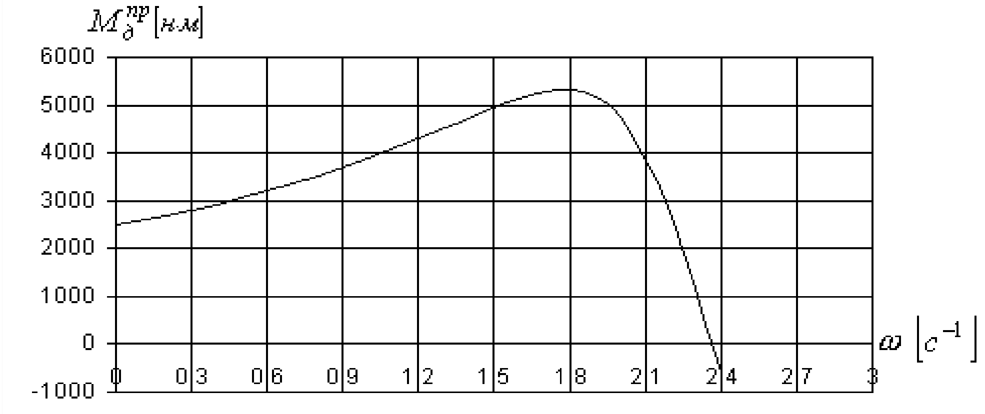

Рис. 4. График зависимости приведенного момента от скорости звена приведения.

Необходимо отметить, что в уравнении (3) нужно учитывать знак величины A_{c0i}. Следовательно, в уравнении (4) неизвестными будут только величины ω_i и $M_{\partial i}^{np}$. При этом $M_{\partial i}^{np}$ строго связан с ω_i зависимостью $M_{\partial}(\omega)$. Если характеристика $M_{\partial} = f\,(\omega)$ представлена в виде формулы, то уравнение можно решить аналитическим путем.

Приведенные данные позволяют рассчитать параметры механической характеристики асинхронного двигателя, т.е. по формуле Клосса описать зависимость крутящего момента M_{∂} на роторе двигателя от его угловой скорости $\omega_{рот}$:

$$M_{\partial} = \frac{2M_{к}S_{к}\left(1-\dfrac{\omega_{рот}}{\omega_{c}}\right)}{S_{к}^{2}+\left(1-\dfrac{\omega_{рот}}{\omega_{c}}\right)^{2}}; \qquad S_{к} = \left(1-\frac{\omega_{к}}{\omega_{c}}\right);$$

где M_{∂}, $M_{к}$ - моменты двигателя, соответственно текущий и критический; $S_{к}$ - критическое скольжение двигателя; $\omega_{рот}$, ω_{c} - угловая скорость ротора, соответственно текущая и холостого хода.

Если движущий момент M_{∂} передается к звену приведения через редуктор, то приведенный движущий момент M_{∂}^{np} пишется следующим образом:

$$M_{\partial}^{np} = \frac{2M_{к}S_{к}U_{ред}\left(1-\dfrac{\omega}{\left(\omega_{c}/U_{ред}\right)}\right)}{S_{к}^{2}+\left(1-\dfrac{\omega_{рот}}{\left(\omega_{c}/U_{ред}\right)}\right)^{2}}; \qquad (5)$$

где $U_{ред}$ - передаточное отношение редуктора.

Теперь, используя уравнение (5) [1] перепишем уравнение (2) так:

$$\frac{J_{\Sigma i}^{np}\omega_i^2}{\Delta\varphi}+B_{0i}=\frac{2M_\kappa S_\kappa U_{ped}\left(1-\frac{\omega}{\left(\omega_c / U_{ped}\right)}\right)}{S_\kappa^2+\left(1-\frac{\omega_{pom}}{\left(\omega_c / U_{ped}\right)}\right)^2}; \qquad (6)$$

или

$$J_{\Sigma i}^{np}(S_\kappa^2+1)\omega_i^2-\frac{2J_{\Sigma i}^{np}}{\omega_{c.ped}}\omega_i^3+\frac{J_{\Sigma i}^{np}}{\omega_{c.ped}}\omega_i^4+B_{0i}\Delta\varphi(S_\kappa^2+1)-$$

$$-\frac{2B_{0i}\Delta\varphi}{\omega_{c.ped}}\omega_i+\frac{B_{0i}\Delta\varphi}{\omega_c^2}\omega_i^2-2M_{\kappa.ped}S_\kappa\Delta\varphi+\frac{2M_{\kappa.ped}S_\kappa\Delta\varphi}{\omega_{c.ped}}\omega_i=0, \qquad (7)$$

где $M_{\kappa.ped}=M_\kappa U_{ped}$ - приведенный критический момент двигателя;

$\omega_{c.ped}=\omega_c / U_{ped}$ - приведенная угловая скорость холостого хода двигателя.

Теперь всех делителей в уравнении (4.14) приведем на ω_c^2 и получим следующее

$$\begin{aligned}&J_{\Sigma i}^{np}\omega_i^4-2J_{\Sigma i}^{np}\omega_{c.ped}\omega_i^3+\left[J_{\Sigma i}^{np}\omega_{c.ped}^2(S_\kappa^2+1)+B_{0i}\Delta\varphi\right]\omega_i^2+\\&+\left[2M_{\kappa.ped}S_\kappa\omega_{c.ped}\Delta\varphi-2B_{0i}\omega_{c.ped}\Delta\varphi\right]\omega_i+\\&+\left[B_{0i}\omega_{c.ped}^2\Delta\varphi(S_\kappa^2+1)-2M_{\kappa.ped}S_\kappa\omega_{c..ped}^2\Delta\varphi\right]=0.\end{aligned} \qquad (8)$$

Введя обозначения

$$2J_{\Sigma i}^{np}\omega_{c.ped}=в, \qquad \omega_{c.ped}^2\Delta\varphi\left[B_{0i}(S_\kappa^2+1)-2M_{K.ped}S_\kappa\right]=m,$$

получим

$$J_{\Sigma i}^{np}\omega_i^4-в\omega_i^3+c\omega_i^2+d\omega_i+m=0. \qquad (9)$$

Для упрощения записи в дальнейшем, опускаем индекс «*i*» при приведенном моменте и угловых скоростях и получим окончательный вид уравнения четвертой степени

$$J_\Sigma^{np}\omega^4-в\omega^3+c\omega^2+d\omega+m=0. \qquad (10)$$

Литература

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. - М.: Наука, 1988.- 638 с.