Рис. 10 УДК: 533.6.011

Тыныбеков А.К.

КГУ им. И.Арабаева

СИЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СВЕРХЗВУКОВЫХ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ

В статье предлагается полуэмпирический приближенный метод расчета силовой характеристики тел, имеющих на своей поверхности трехмерные выступы и двигающихся в воздухе со сверхзвуковой скоростью. Метод основан на использовании газодинамической схемы течения и универсальных зависимостей, полученных в результате длительного изучения основных физических закономерностей; взаимодействия трехмерного скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем и течения в трехмерных отрывных зонах, возникающих перед препятствиями различной формы.

Ключевые слова: *сверхзвуковой поток, отрывные течения, пограничный слой, силовые характеристики.*

Макалада абада өтө жогорку ылдамдык менен кыймылдаган жана үч өлчөмдүк уркуйган бети бар телонун күчтүк мүнөздөмөлөрүнүн жарым эмпирикалык жакындатылган эсептөө методу сунушталат. Метод агуунун газ-динамикалык схемасын пайдаланууга жана турбуленттүү катмардын чеги менен үч өлчөмдүү зоналардын аракеттерине негизделеген.

Түйүндүү сөздөр. *Өтө жогорку үндүү агым, үзгүлтүктүү агым, чектүү катмар, күчтүк мүнөздөмөлөр.*

The paper proposes a semi-empirical approximate method of calculation of the power characteristic of bodies having on their surface three-dimensional projections and moving in the air at supersonic speed. The method is based on the use of gas-dynamic flow scheme and universal dependencies obtained as a result of a long study of the basic physical laws; the three-dimensional interaction of shock wave with a turbulent boundary layer and a flow in a three-dimensional separation zones, arising in front of obstacles of different shapes.

Key words: *supersonic flow, separated flow, boundary layer, power characteristics.*

Физические особенности отрыва трехмерного пограничного слоя подробно изучены в /1-4/. Картина течения вблизи цилиндра, установленного на гладкой полуцилиндрической поверхности при умеренных числах Маха показано на рис. 1 цифрами 1-2-3-4-5 показана в плоскости симметрии система скачков уплотнения. S_1,S_2,S_3,S_4 – линии отрыва пограничного слоя на цилиндре и поверхности; *е* – линия растекания струи газа, идущей из области повышенного давления на поверхности цилиндра за скачками 2-3; 2-4-5 – толщина пограничного слоя перед отрывом; стрелками показано направление течения вблизи поверхностей.

Экспериментальные исследования показали, что при обтекании сверхзвуковым потоком препятствий различной формы, установленных на поверхностях различной кривизны, вблизи препятствия в области взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем и отрывного течения при наличии турбулентного пограничного слоя на теле имеется геометрическое и силовое подобие, которое может быть описано следующими универсальными зависимостями, справедливым при $1{,}5 \le M_\infty \le 6$.

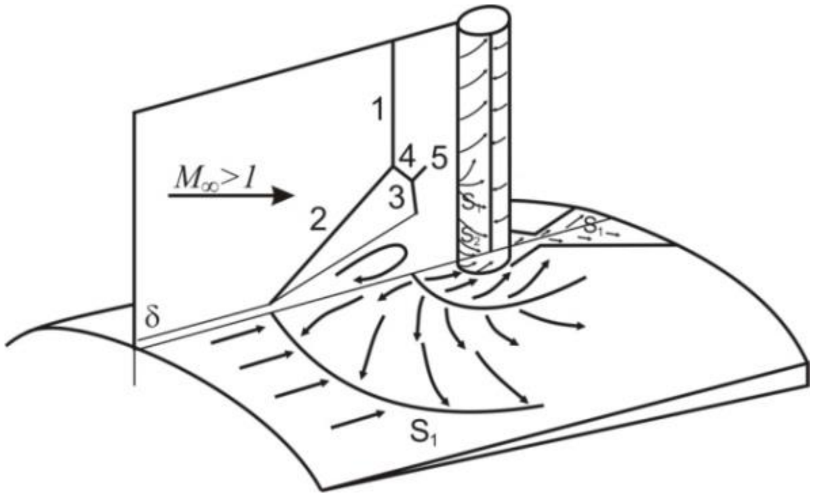


Рис. 1

1. Форму линии отрыва можно аппроксимировать выражением:

$$\frac{Y_S}{l_m} = \sqrt{\frac{X_S}{l_S}}, \tag{1}$$

при этом отношение характерной длины зоны отрыва l_S к ее ширине l_m постоянно и равно:

$$\frac{l_S}{l_m} = 0{,}5. \tag{2}$$

Эти соотношения не зависят от числа Маха.

2. Длина зоны отрыва перед препятствием, высота которого больше некоторой предельной высоты, прямо пропорциональна диаметру (ширине) препятствия и равна:

$$l_S^* = kd, \tag{3}$$

где коэффициент *k* является функцией Маха.

3. Для препятствий, высота которых меньше предельной, связь между длиной зоны отрыва, высотой препятствия *h* и его диаметром *d* может быть выражена соотношением

$$\frac{l_S}{l_S^*} = \frac{h/d}{\sqrt{(h/d)^2 + 2{,}6(M - 2{,}9)^2 + 0{,}5}}, \tag{4}$$

где l_S^* берется при том же *M*, но при $h \ge h_{пред}$.

1. Зависимость длины зоны отрыва l_S^* для $h > h_{пред}$ может быть представлена в виде

$$\frac{d}{l_S^*} = \frac{\left(M^2 - 1\right)^{0{,}25}}{3{,}74M^{1{,}5} - 8{,}8M + 10{,}3}. \tag{5}$$

2. Влияние угла наклона препятствия можно приближенно учесть формулой

$$\frac{l_S}{l_S^*} = 1{,}335Cos^2\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right), \tag{6}$$

здесь l_S^* при $\alpha = 0^o$. Угол отсчитывается от нормали к поверхности тела по часовой стрелке. Направление потока – слева направо. Это соотношение получено при исследовании обтекания параллелепипеда и цилиндра при $-60^o \le \alpha \le 60^o$ и M =3. В дальнейшем мы принимаем, что это соотношение не зависит от числа Маха.

6. Анализ распределения давления перед препятствием, вид изобарических кривых и независимость отношения координат характерных давлений к длине зоны отрыва от числа Маха и формы препятствия, подобие изученных кривых распределения давления вдоль линии симметрии перед препятствиями различной формы и на его поверхности [3, 14, 15, 17, 62] позволяют утверждать, что вблизи препятствия и на его поверхности наблюдается не только геометрическое, но и силовое подобие.

7. Как показали эксперименты число Рейнольдса при турбулентном пограничном слое и поперечная кривизна поверхности тела мало влияют на характерную длину зоны отрыва, поэтому в дальнейшем учет этих параметров не производится. Не учитывается также и влияние толщины пограничного слоя. Хотя толщина пограничного слоя перед отрывом существенно влияет на характерную длину зоны отрыва и распределение давления в ней, особенно при высоте и ширине препятствия, соизмеримых с толщиной пограничного слоя, однако авторы не располагают достаточными сведениями для получения универсальных зависимостей с ее учетом.

1. Рассчитаем коэффициент подъемной силы C_y. Для вычисления области возмущенного течения вблизи препятствия воспользуемся соотношениями (1)–(6) и аппроксимируем кривую распределения давления, учитывая замечание 7, приведенное выше. Кривая распределения давления вдоль линии симметрии показана на рис. 2. Разобьем ее на несколько характерных участков. Первый участок возрастания давления от P_1 до P_2 соответствует области взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем, второй участок от P_2 до P_5 (P_{min}) – участку торможения возвратного отрывного течения, третий участок от P_5 до P_6 (P_{max}) – разгону струи газа от линии растекания до линии максимальной скорости и, наконец, четвертый от P_6 до P_7 – возвратному течению, направленному от линии растекания к основанию препятствия.

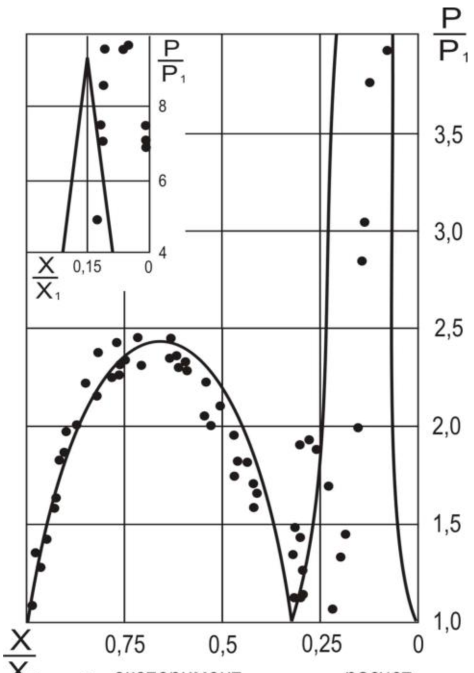


Рис.2

Из [3, 15, 17] следует, что давление P_2 определяется только локальными параметрами взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем и не зависит от формы препятствия, течения в отрывной зоне и т.д. Г.И. Петровым и др. показано, что для плоского случая P_2 / P_1 определяется простым соотношением

$$\frac{P_2}{P_1} = 0,287 + 0,713M \, . \qquad (7)$$

Вообще говоря, для трехмерного случая необходимо сделать поправку в виде некоторой отрицательной величины, зависящей от кривизны линии отрыва в данной точке [ ]. Однако эта поправка мала, поэтому в дальнейшем для определения P_2 будем пользоваться соотношением (7).

Далее, кривую давления на первом и втором участках можно аппроксимировать симметричной кривой, которая задается соотношением:

$$\frac{P-P_1}{P_2-P_1}=f\left(\frac{X-X_1}{X_2-X_1}\right) \text{или}\ \overline{P}_1=f\left(\overline{X}_1\right), \qquad (8)$$

где X_1 или X_2 – координаты точек с давлениями P_2 и P_1. Если обозначить, где X_2–X_1=r_{1max}, а начало координат сместить в точку X–X_2, то кривая (2.5.8) будет иметь вид

$$\frac{P}{P_1}=1+\left(\frac{P_2}{P_1}-1\right)\left[1-\left(\frac{r}{r_{1\max}}\right)^2\right]. \qquad (9)$$

Аналогично можно поступить с кривой распределения давления на третьем и четвертом участках. Однако здесь X_6 расположено близко к основанию препятствия, поэтому экспериментально трудно определить эту координату. Здесь принято, что $X_6=X_5/2$. Кривая так же задается в виде:

$$\frac{P-P_5}{P_6-P_5}=f\left(\frac{X-X_5}{X_6-X_5}\right) \text{или}\ \overline{P}_2=f\left(\overline{X}_2\right), \qquad (10)$$

$$\frac{P}{P_1}=1+\left(\frac{P_2}{P_1}-1\right)\left[1-\left(\frac{r}{r_{1\max}}\right)^2\right], \qquad (11)$$

где $X_5-X=r$, $X_5-X_6=r_{2\max}$.

Вид обеих кривых (8) и (10), определенных по экспериментальным данным, показан на рис.3. Начало координат находится в точке $X=X_6$. При определении характерных давлений считаем, что $P_5\approx P_1$, а P_6 находим по эмпирической формуле

$$\frac{P_6}{P_{03}}=0{,}5\frac{l_S}{l_S^*}, \qquad (12)$$

где P_{03} – расчетная величина полного давления, которое получается при данном числе Маха за плоской системой скачков 2 и 3 (рис.1). Коэффициент 0,5 в формуле (12) введен для учета потерь полного давления в высоконапорной струе, возникающих за счет ее перемешивания с окружающим газом и растекания в боковых направлениях. Соотношение l_S/l_S^* также частично учитывает растекание высоконапорного газа в боковых направлениях при изменении высоты и диаметра препятствия.

Распределение давления за цилиндром считается постоянным и равным

$$\frac{P}{P_1}=\frac{1}{2}\left[\frac{P_g}{P_1}-1\right],$$

гдеP_g – давление в застойной зоне за цилиндрическим препятствием считается зависимым только от числа M и задается формулой

$$\frac{P_g}{P_1}=1-0{,}0535\left(1+2{,}53M-0{,}156M^2\right), \qquad (13)$$

полученной в работе /2-4 / на основе обработки экспериментальных данных различных авторов, исследовавших донные течения за телами в сверхзвуковом потоке. Таким образом, число Маха влияет на вид кривой распределения давления через величины P_2 и P_{03}, а также через величины l_S и l_S^*; форма препятствия неявно входит через отношение l_S/l_S^*.

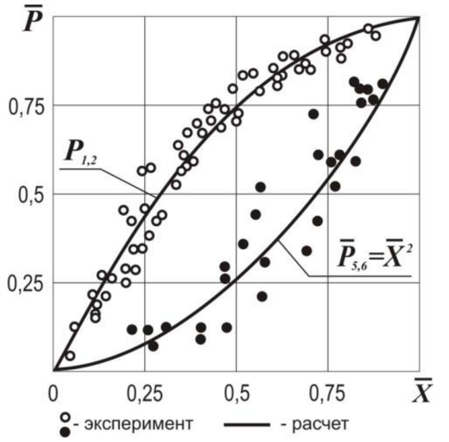


Рис. 3

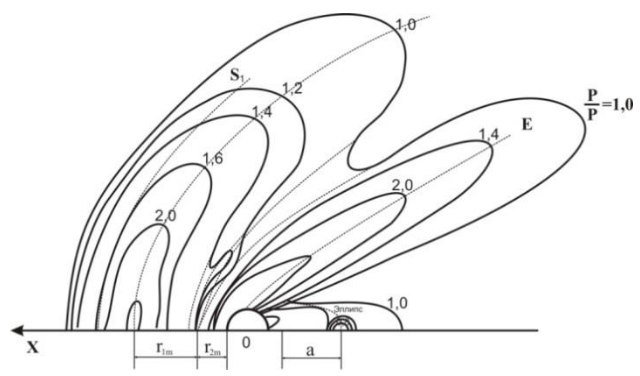


Рис. 4

Распределения давления вблизи препятствия, т.е. поле изобарических кривых, аппроксимируется некоторыми вложенными друг в друга подобными кривыми, давление вдоль которых постоянно и равно известному давлению в точках, лежащих на линии симметрии. Все поле изобарических кривых разбивается на три семейства: первое семейство опирается на участок от X_1 до X_5, второе – на участок от X_5 до 0, третье описывает донную часть. В связи с тем, что в донной части давления мало, она описывается площадью в виде эллипса, давление в каждой точке внутри которого постоянно (рис. 4).

Для описания первого и второго семейства введем криволинейную систему координат с центрами в точках $X = X_2$ и $X = X_6$, расположенных на оси симметрии, ось η направим по параболической кривой, уравнение которой в прямолинейной системе координат имеет вид, подобный уравнению линии отрыва. Ось ξ направлена по нормали к оси η в каждой ее точке (рис. 4). В этой системе координат удобно аппроксимировать первое и второе семейство изобарических кривых эллипсами, уравнение которых записывается в виде

$$\left(\frac{\overline{\eta}}{\eta_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{\overline{\xi}}{r_{\max}}\right)^2 = 1, \qquad (14)$$

где $\overline{\xi} = \dfrac{\xi}{l_S}, \overline{\eta} = \dfrac{\eta}{l_S}$, или, если ввести обозначение $r_{\max}/\eta_{\max} = \varepsilon$ – эксцентриситет эллипса, то его уравнение будет $(\varepsilon\overline{\eta})^2 + \overline{\xi}^2 = \overline{r}_{\max}^2$, где $\overline{\eta}_{\max}$ – максимальная координата для изобары $\overline{P} = 1$ или $\overline{\xi} = 0$.

Запишем выражение для суммарной силы, действующей на поверхность, в виде $T = T_1 + T_2$, где $T_1 = 2\iint\limits_{S_1} PdS$; $T_2 = 2\iint\limits_{S_2} PdS$.

Уравнение изобары в общем виде можно записать $r_i = \Phi_i(\xi,\eta) = const$, где для первого семейства $i = 1$ и второго $i = 2$. Введем безразмерные координаты:

$$\overline{\xi} = \frac{\xi}{r_m} = \frac{\xi}{l_s}\cdot\frac{l_s}{r_m}; \qquad \overline{\eta} = \frac{\eta}{\eta_m} = \frac{\eta}{l_s}\cdot\frac{l_s}{\eta_m}; \qquad \overline{P} = \frac{P}{P_1}.$$

Тогда сила T_i равна:

$$T_i = 2\overline{r}_{mi}\overline{\eta}_{mi}P_1 l_s^2 \iint\limits_{\Phi_i(\overline{\xi},\overline{\eta}) = \overline{r}_m} \overline{P}(\overline{r})\, d\overline{\xi}\, d\overline{\eta},$$

где $\overline{r}_{mi} = \dfrac{r_{mi}}{l_s}; \overline{\eta}_{mi} = \dfrac{\eta_{mi}}{l_s}$ – соответственно максимальные размеры площади и изобарической кривой для $\overline{P} = 1$ вдоль осей x и η.

В дальнейшем черточки над безразмерными параметрами опускаем. Перейдем к цилиндрическим координатам (r,φ) с центрами в точках x_2 и x_6. В этой системе сила запишется:

$$T_i = 2P_1 r_{mi}\eta_{mi} l_s^2 \int_0^1 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} P(r)\frac{D(\xi,\eta)}{D(r,\varphi)}drd\varphi = 2P_1 r_{mi}\eta_{mi} l_s^2 \int_0^1 P(r)\left[\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{D(\xi,\eta)}{D(r,\varphi)}d\varphi\right]dr =$$

$$= 4P_1 r_{mi}\eta_{mi} l_s^2 \int_0^1 P(r)\cdot\left[\frac{\partial}{\partial r}\int_0^1\left(\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\frac{D(\xi,\eta)}{D(r,\varphi)}d\varphi\right)dr\right]dr\,. \qquad (15)$$

Переходя во внутреннем интеграле к старой системе координат ξ,η, получим:

$$T_i = 4P_1 r_{mi}\eta_{mi} l_s^2 \int_0^1 P(r)\left[\frac{\partial}{\partial r}\iint_{\Phi(\xi,\eta)=r} d\xi d\eta\right]dr\,.$$

Т.к. $\iint_{\Phi(\xi,\eta)=r} d\xi d\eta = S(r)$ – площадь изобарических кривых, то окончательно получаем: $T_i = 4P_1 r_{mi}\eta_{mi} l_s^2 \int_0^1 \frac{dS(r)}{dr}P(r)dr$ или, интегрируя по частям,

$$T_i = 4P_1 r_{mi}\eta_{mi} l_s^2\left[P(r)S(r)\Big|_0^1 - \int_0^1 S(r)\frac{dP(r)}{dr}dr\right].$$

Заметим, что для избыточной силы $P(r)S(r)\Big|_0^1 = 0$, т.к. при $r=0$ $S(0)=0$, а при $r=1$ $P_{изб.(1)} = 0$. Поэтому окончательно для избыточной силы имеем

$$\Delta T_i = -4P_1 r_{mi}\eta_{mi} l_s^2 \int_0^1 S(r)\frac{dP(r)}{dr}dr\,.$$

Для вычисления интеграла необходимо знать функцию $S(r)$, т.е. зависимость, связывающую текущее значение радиуса r с площадью, ограниченной кривой с постоянным давлением вдоль нее.

В силу подобия геометрической зоны отрывного течения и подобия в распределении давления в ней все экспериментальные точки лежат вблизи единых кривых, которые могут быть аппроксимированы степенными зависимостями $S_1 = k_1 r_1^n = 3{,}1 r_1^4$ и $S_2 = k_2 r_2^n = 2{,}75 r_2^{5,5}$. Функция $\frac{dP(r)}{dr}$ определяется путем дифференциального соотношения и для первого семейства имеет вид:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -2r(P_2 - 1).$$

Вычислим силу $\Delta T_1 = 8P_1 r_{m1}\eta_{m1}(P_2-1)l_s^2\int_0^1 k_1 r^{n_1+1}dr = \frac{8k_1 P_1 r_{m2}\eta_{m1} l_s^2}{n_1+2}(P_2-1).$

Аналогично для второго семейства, учитывая $\frac{dP}{dr} = -2(P_6-1)(1-r),$ получаем

$$\Delta T_2 = 8P_1 r_{m2}\eta_{m2} l_s^2 \int_0^1 k_2(P_6-1)r^{n_2}(1-r)dr = \frac{8k_{21}P_1 r_{m2}\eta_{2i} l_s^2}{(n_1+2)(n_2+1)}(P_2-1). \qquad (16)$$

В выражение для силы ΔT_1 и ΔT_2 входят так же, как и в первом способе, неизвестные константы η_{m1} и η_{m2}. Они определяются путем сравнения сил расчетных и полученных по данным распределения давления, вблизи цилиндра с $d = 14$ мм и $h = \infty$, обтекания сверхзвуковым потоком с $M_1 = 3$. Эти величины равны $\eta_{m1} = 1, \eta_{m2} = 9{,}26$. В дальнейшем в силу гипотезы о подобии размера области отрывного течения величины k_i, n_i, η_{mi} полагались постоянными во всех расчетах. Общая избыточная сила, действующая на поверхность, складывалась из трех сил: $\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2 + \Delta T_g$.

Величины ΔT_1 и ΔT_2 вычислены; сила $\Delta T_g = \iint\limits_{S_g} P_g dS$. Площадь, занимаемую донным течением, примем как эллипс (рис.4). Ее кривизна в передней точке равна кривизне препятствия, в данном случае кривизне цилиндра. Эксцентриситет эллипса $E_g = \sqrt{d/2a}$, где a – большая полуось эллипса. Величина a определялась как половина расстояния между передней точкой цилиндра и положением максимального давления в донной части. Отношение $a = x_n/2$ к длине зоны отрыва есть величина постоянная и равная $a/l_s = 0{,}6$. Величина площади донной части равна:

$$S_g = \pi\left(\frac{d^2}{E_g} - \frac{d^2}{4}\right); \tag{17}$$

сила:

$$\Delta T_g = P_g S_g = \frac{\pi}{2} l_s^2 P_1 (P_g - 1)\left[\left(\frac{2a_s^2}{d_s}\right) - \frac{d^2}{4}\right], \tag{18}$$

где $d_s = d/l_s$, которая определена соотношением (2.5.2), $a_s = a/l_s$, P_g – вычислена по формуле (13).

Для вычисления аэродинамического коэффициента C_y необходимо ввести характерную площадь, к которой будет отнесена суммарная сила ΔT. За характерную площадь целесообразно принять площадь, ограниченную линией отрыва пограничного слоя S и линией, перпендикулярной к оси x и проходящей через переднюю точку цилиндра. Эта площадь $S^* = 2\int_0^{l_s} y dx$ или в безразмерных координатах $x_s = x/l_s$; $y_s = y/l_s$;

$$S^* = 2\int_0^1 l_m l_s \bar{y}_s d\bar{x}_s = 2l_m l_s \int_0^1 \sqrt{x_s}\, d\bar{x}_s = \frac{4}{3}\frac{l_m}{l_s} l_s^2$$ или, т.к. $l_m/l_s = 2$, то $S^* = \frac{8}{3} l_s^2$.

Аэродинамический коэффициент подъемной силы C_y равен:

$$C_y = \frac{\Delta T}{qS^*},\ \text{где}\ q = \rho\frac{v^2}{2} = \frac{\aleph}{2} P_1 M_1^2\ \text{или}\ C_y = \frac{\Delta T}{\frac{\aleph}{2} P_1 M_1^2 \frac{4}{3}\frac{l_m}{l_s} l_s^2}.$$

В заключение приведем общую формулу для вычисления C_y:

$$C_y = \frac{1}{\frac{2}{3}\aleph \frac{l_m}{l_s} M^2}\left\{\frac{8k_1\eta_{m1}r_{m1}}{(n+2)}(P_2 - 1) + \frac{8k_2\eta_{m2}r_{m2}}{(n_2+1)(n_2+2)}\left(0{,}5\frac{l_s}{l_s^*}P_{03} - 1\right) + \frac{\pi}{2}(P_g - 1)\left[\left(\frac{2a_s^3}{d_s}\right)^{1/2} - \frac{d_s^2}{4}\right]\right\}. \tag{19}$$

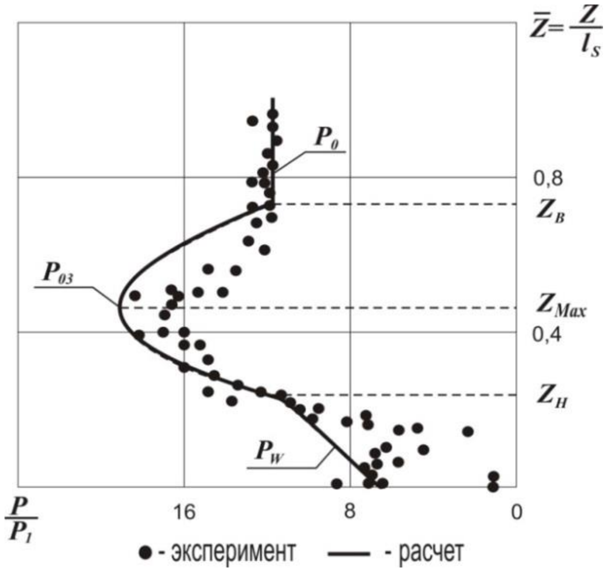


Рис.5

Рассчитаем коэффициент сопротивления C_X. Его расчет, так же как и расчет C_Y, построен на использовании некоторых универсальных зависимостей, аппроксимации кривой распределения давления на поверхности препятствия (в частности, цилиндра) и на гипотезе о подобии размеров области возмущенного течения и распределения давления в ней. Кривая распределения давления по передней образующей препятствия при $h > h_{пред}$ показана на рис.5. На графике отмечены характерные давления и их координаты, сплошной линией показана приближенная кривая, выражение которой записывается в виде:

для $0 < Z \le Z_H$ $\quad P(0,Z) = P_W + (P_0^/ - P_W)(Z/Z_H)$,

давление на стенке $\quad P_W = \left[0{,}37 - 0{,}32\left(l_S/l_S^* - 1\right)^2\right]P_{03}$,

для $Z_H \le Z \le Z_B$ $\quad P(0,Z) = \left(P_{03} - P_0^/\right)Cos\left(kZ - \alpha_o\right) + P_0^/$,

для $Z_B \le Z < \infty$ $\quad P(0,Z) = P_0^/$.

Здесь $P_0^/$ – полное давление за прямым скачком уплотнения, P_{03} – полное давление за системой скачков косой плюс прямой (скачки 2 и 3 на рис. 1). Экспериментальные точки соответствуют препятствиям различной формы.

Координаты Z_H и Z_m определяются, согласно схеме течения (рис.1), как

$$Z_H = l_S tg\delta; \quad Z_m = \left(l_S - \Delta\right)tg\varepsilon, \tag{20}$$

где δ – угол наклона верхней границы отрывной зоны; ε – угол наклона скачка 2; Δ – величина отхода ударной волны (рис. 2). В расчете используются величины δ и ε, полученные с применением соотношения (7) к скачку 2.

Величина отхода ударной волны Δ может быть рассчитана теоретически или определена из эмпирической формулы, взятой из работы []

$$\Delta = 0{,}38 + 2{,}4\left(M_\infty^2 - 1\right)^{-2} + 1{,}4\left(M_\infty^2 - 1\right)^{-2}. \tag{21}$$

Коэффициенты k и α_o, входящие в выражение для аппроксимации кривой давления, определяются как $k = \frac{\pi}{2}\frac{1}{Z_m - Z_H}$ и $\alpha_o = \frac{\pi}{2}\frac{Z_m}{Z_m - Z_H}$.

При использовании кривой распределения давления предполагается, что в силу гипотезы подобия, которая хорошо подтверждается экспериментально, вид кривой $P / P_1 = f(Z / l_S)$ для $M = Const$ и $h > h_{пред}$ не зависит от вида препятствия, на оставшейся его части вид кривой распределения давления не изменяется. И, наконец, участок нижней кривой при $0 < Z \le Z_H$ аппроксимируется линейно. Зависимость $P_{0W} = f(l_S / l_S^*)$ берется из эксперимента

$$P_W = \left[-0{,}32\left(\frac{l_S}{l_S^*} - 1\right)^2 + 0{,}37 \right] P_{03}. \tag{22}$$

Для вычисления полной силы, действующей на препятствие (в данном случае на цилиндр), необходимо дать распределение давления по всей поверхности цилиндра. Как показали эксперименты [], для этого можно предложить гипотезу плоских сечений, согласно которой вид кривой распределения давления $P_\varphi / P_{\varphi=0} = f(\varphi)$, где φ – угол отсчета от передней кромки в каждом сечении цилиндра с плоскостью, параллельной пластине, одинаков и не зависит от Z. $f(\varphi)$можно представить в виде

$$\frac{P(\varphi)}{P(0)} = F(\varphi) + [1 - F(\varphi)]\frac{P_g}{P(0)},$$

где

$$F(\varphi) = \begin{cases} Cos^2\varphi & 0 \le \varphi \le \dfrac{\pi}{4} \\ \dfrac{1}{1 + e^{4\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)}} & \dfrac{\pi}{4} \le \varphi \le \pi \end{cases}. \tag{23}$$

Как показали эксперименты и результаты работ [], функция $F(\varphi)$ слабо зависит от числа Маха и имеет при $\varphi = \pi / 4$ непрерывную первую и вторую производные.

Итак, суммарная сила, действующая на цилиндр в направлении оси X, будет равна

$$T_X = \iint_{Sц} P(\varphi, Z) Cos\,\varphi dSdZ\,, \tag{24}$$

где dS – элемент дуги, равный $dS = (d/2)d\varphi$; $Sц$ – площадь боковой поверхности цилиндра. Введя безразмерные координаты $\overline{P} = P / P_1$; $\overline{Z} = Z / l_S$; $\overline{S} = S / l = (d / 2l_S)dx = (d/2)d\varphi$, подставляя в интеграл для силы аппроксимацию для $P(0, Z)$, опуская черточки над буквами и деля выражение силы на характерную площадь миделя $S_m^* = l_S^2 d_S Z$, получим выражение для коэффициента C_X для препятствий разной высоты, а именно: для высот, удовлетворяющих неравенству $0 < Z < Z_H$

$$C_X = \frac{2D}{\aleph M_\infty^2}\left[\left(P_0^{/} - P_W\right)\frac{Z}{2Z_H} + \left(P_W - P_g\right)\right]; \tag{25}$$

для высот $0 < Z < Z_B$, $Z > Z_H$

$$C_X = \frac{2D}{\aleph M_\infty^2 Z}\cdot\left[\left(P_0^{/} - P_g\right)Z - \frac{Z_H}{2}\left(P_0^{/} - P_W\right) + \frac{4\left(P_{03} - P_0^{/}\right)}{\pi} Cos\frac{\pi\left(Z + Z_H - 2Z_m\right)}{4\left(Z_m - Z_H\right)} Sin\frac{\pi\left(Z - Z_H\right)}{4\left(Z_m - Z_H\right)}\right]; \tag{26}$$

для высот $0 < Z < \infty$, $Z > Z_B$

$$C_X = \frac{2D}{\aleph M_\infty^2 Z}\left[\frac{4\left(P_{03} - P_0^{/}\right)}{\pi}\left(Z_m - Z_H\right) + \left(P_0^{/} - P_g\right)Z - \frac{Z_H}{2}\left(P_0^{/} - P_W\right)\right]; \tag{27}$$

$$D=\int_0^{\pi}F(\varphi)Cos\varphi d\varphi=\int_0^{\frac{\pi}{4}}Cos^3\varphi d\varphi+\int_{\pi/4}^{\pi}\frac{Cos\varphi d\varphi}{1+e^{4(\varphi-\pi/4)}},$$

где $\aleph$ – адиабатическая постоянная.

Аэродинамические характеристики тел с наклонными препятствиями рассчитываются по аналогичным формулам с учетом влияния угла наклона на характерные размеры и величину давления. Эксперименты по исследованию зависимостей размеров зоны отрывного течения и распределения давления на препятствии показали, что координаты характерных давлений можно определить по формулам $Z_{H\alpha}=Z_H Cos\alpha$; $Z_{m\alpha}=Z_m Cos\alpha$; $Z_{B\alpha}=Z_B Cos\alpha$, где α – угол наклона препятствия, отсчитываемый от вертикальной оси назад по потоку. Отношение же $l_S/l_S^*=f(\alpha)$ задается соотношением (6), не зависящим от числа Маха. Полное давление P_{03} определяетсяиз условий, что скачок 3 (рис. 1) параллелен передней кромке препятствия. Характерные давления $P_{6\alpha}$ и $P_{W\alpha}$ определяются по формулам

$$\frac{P_{6\alpha}}{P_1}=0{,}5\left(\frac{l_S}{l_S^*}\right)_{\alpha}\frac{P_{03}}{P_1};\quad \frac{P_{W\alpha}}{P_1}=\left[-0{,}32\left(\frac{l_S}{l_S^*}\right)^2+0{,}37\right]\frac{P_{03}}{P_1}. \tag{28}$$

При расчете распределения давления на поверхности будем считать, что гипотеза плоских сечений по-прежнему сохраняет свою силу, если рассматриваемая плоскость перпендикулярна оси препятствия, что дает возможность использовать зависимость $P(\varphi)/P(0)=f(\varphi)$, полученную для препятствий, установленных перпендикулярно поверхности.

Расчеты аэродинамических коэффициентов представлены на рис. 6–10.

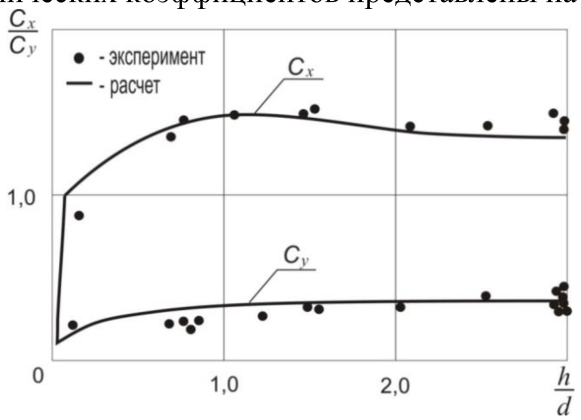


Рис. 6

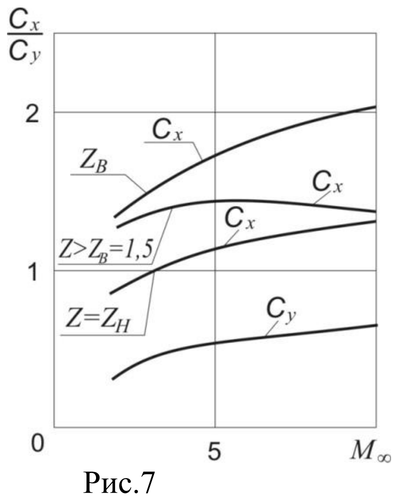


Рис.7

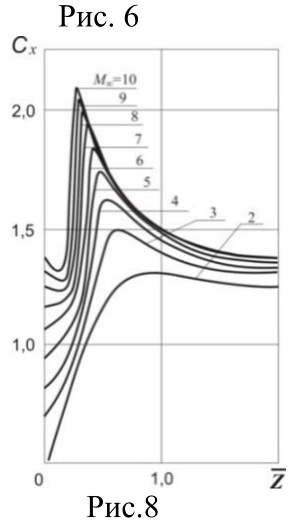


Рис.8

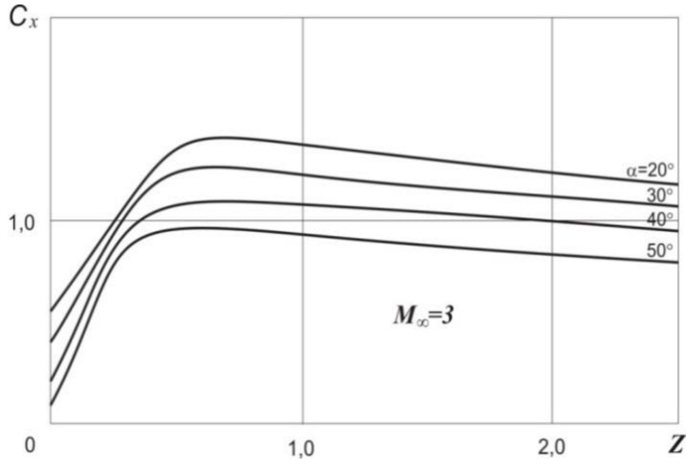
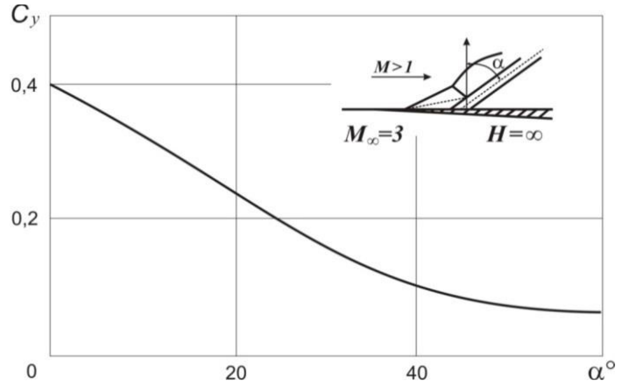


Рис. 9



На рис. 6 показаны результаты расчетов аэродинамических коэффициентов C_X и C_Y для препятствий на пластине и дано сравнение с экспериментальными результатами, полученными при $M = 2{,}78$ и $M = 3$. На рис. 7 показано влияние числа M_∞ на C_X и C_Y при $\alpha = 90^o$ и $h > h_{пред}$. На рис. 8 показана зависимость C_X от безразмерной высоты препятствия $\left(Z / l_S\right)$, подсчитанная для различных чисел Маха. Эти кривые имеют характерный максимум в точке максимального давления, которое наблюдается на передней образующей цилиндра. Влияние угла наклона α на C_X и C_Y показано на рис. 9 и 10. Расчеты проведены для $M_\infty = 3$. Здесь C_Y подсчитан по суммированию сил на поверхности пластины.

Литература:

1. Tynybekov A.K., Zubkov A.I., Glagolev A.I. Certain Integral Characteristics of Separation Zones arising in Supersonic Flows. Fluid Mechanics (Soviet Research). Vol. 15, #6, Nov-Dec. 1986. – p. 44–51.
2. Tynybekov A.K. The study of jet separated flows. -Bishkek, KRSU, 2007. p.146.
3. Tynybekov A.K. Jet streams in supersonic flow. -Bishkek, KRSU, 2009. p. 212.
4. Tynybekov A.K. Supersonic streams. -Bishkek, KRSU, 2012. p. 275.