

ИНЖЕНЕРНАЯ АКАДЕМИЯ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ  
ИССЫККУЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМ. К. ТЫНЫСТАНОВА

---

**К.Ж. Зиялиев**

**КИНЕМАТИЧЕСКИЙ И ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ  
ШАРНИРНО-ЧЕТЫРЕХЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ  
ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ  
С СОЗДАНИЕМ МАШИН ВЫСОКОЙ МОЩНОСТИ**

**Бишкек ◊ Илим ◊ 2005**

**3 59**

УДК 621.01

**Зиялиев К.Ж. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ И ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ШАРНИРНО-ЧЕТЫРЕХЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ С СОЗДАНИЕМ МАШИН ВЫСОКОЙ МОЩНОСТИ / Под общ. ред. проф. С. Абдрамова. – Бишкек: Илим, 2005. – 196 с.**

**ISBN 5-8355-1420-4**

Рассмотрены вопросы исследования шарнирно-четырехзвенных механизмов методами аналитической геометрии. Составлена пространственная диаграмма, представляющая собой область существования различных видов шарнирно-четырехзвенных механизмов. Разработана новая методика кинематического и силового анализа шарнирно-четырехзвенных механизмов, основанная на применении планов скоростей, ускорений и сил в качестве расчетных схем для составления уравнений. Разработан новый метод определения передаточных отношений угловых скоростей звеньев шарнирно-четырехзвенного механизма в их особом положении.

Разработан и сконструирован механический генератор ударных импульсов высокой мощности ГУИМ-1, предназначенный для глубокого уплотнения грунтов под различные строительные конструкции, подготовки основания железных и автомобильных дорог, а также для генерации колебаний почвы с целью повышения эффективности добычи нефти и газа. Изложена новая методика динамического анализа на примере ГУИМ-1.

Для научных и инженерно-технических работников, преподавателей и аспирантов, студентов машиностроительных вузов.

**Под общей редакцией  
акад. МИА, докт. техн. наук, проф. С. Абдрамова**

**Рецензенты: докт. техн. наук, проф. Э.С. Нусупов  
докт. техн. наук, проф. М.У. Ураимов**

**Утверждена к печати  
Республиканским научно-техническим советом  
при Инженерной академии КР**

## **ВВЕДЕНИЕ**

---

Шарнирно-четырехзвенные механизмы широко используются в качестве исполнительных и передаточных механизмов в различных устройствах и машинах ввиду своей простоты, надежности в работе и широкого диапазона вариации закона движения выходного звена. В зависимости от выбранного соотношения длин звеньев шарнирно-четырехзвенный механизм может работать в двухкоромысловом, кривошипно-коромысловом и двухкривошипном режимах. При изменении длины одного из звеньев от минимального до максимального возможного значения, при постоянстве длин остальных звеньев, осуществляется переход механизма из одного вида в другие по определенной последовательности. Эта последовательность зависит от того, длина какого звена варьируется, и как соотносятся длины остальных, постоянных по величине звеньев. Все возможные варианты последовательного перехода шарнирно-четырехзвенного механизма из одного вида в другие при изменении основания механизма в определенных пределах, сформулированы в четырех теоремах академика С. Абдрамова [5]. Геометрический анализ этого механизма позволил выявить ряд ранее неизвестных его свойств, в результате чего намного расширена область его применения. Шарнирно-четырехзвенный механизм может быть использован в передаточных механизмах, механизмах замков, механизмах с выстоями, механизмах, обеспечивающих заданный закон движения ведомого звена, ударных механизмах, прессах, уплотнительных машинах и др.

При кинематическом анализе механизмов во многих случаях целесообразно использовать не абсолютные, а относительные размеры звеньев. При этом в качестве единицы измерения длин звеньев используется длина одного из звеньев механизма. Это позволяет сократить число рассматриваемых переменных (длин звеньев) до трех, что создает определенные удобства при кинематическом анализе механизма. При таком подходе появляется возможность исследования подобных механизмов в трехмерной декартовой сис-

теме координат с использованием методов аналитической геометрии. Использование данного метода для шарнирно-четырехзвенного механизма позволило построить пространственную диаграмму шарнирно-четырехзвенного механизма, которая представляет собой объемную фигуру в декартовой системе координат и является графическим выражением общей области существования шарнирно-четырехзвенных механизмов. Пространственная диаграмма состоит из нескольких геометрических фигур, и каждая из них представляет область существования определенного вида шарнирно-четырехзвенных механизмов. Особый интерес представляют те механизмы, которые соответствовали плоскостям, разделяющим области существования различных механизмов. Механизмы, которые в процессе своей работы могут переходить из одного закона движения в другой или из одного класса механизма в другой получили название шарнирно-четырехзвенные механизмы переменной структуры.

В настоящее время на базе Инженерной академии КР созданы машины с шарнирно-четырехзвенными механизмами переменной структуры ударного и ударно-вращательного действия, мощности которых колеблются в широких пределах. Благодаря уникальным свойствам этих механизмов, используемых в качестве исполнительных устройств машин, появилась возможность увеличения их мощности без каких-либо конструктивных ограничений.

В настоящей работе рассмотрены вопросы структурного синтеза ударного шарнирно-четырехзвенного механизма с наибольшим коромыслом, приведены особенности кинематического анализа этих механизмов. Разработана методика определения основных кинематических и динамических параметров ударных механизмов в особых положениях. Разработаны уравнения для определения ударных импульсов, возникающих в опоре коромысла в процессе удара с учетом инерционных характеристик шатуна. Эти уравнения позволяют более точно определить ударные нагрузки, воспринимаемые подшипниками опоры коромысла в момент удара и выявить пути уменьшения этих нагрузок до минимума.

Разработан и сконструирован механический генератор ударных импульсов высокой мощности ГУИМ-1, предназначенный для глубокого уплотнения грунтов под различные строительные конструкции, подготовки основания железных и автомобильных дорог, а также для генерации колебаний почвы с целью повышения эффек-

тивности добычи нефти и газа. Изложена новая методика динамического анализа на примере ГУИМ-1. В связи с тем, что в исследуемой машине частота удара незначительна (в пределах  $v = 0,34 \text{ Гц}$ ), а массы подвижных звеньев исполнительного механизма большие, при динамическом анализе учитывалось влияние силы тяжести подвижных звеньев. Составлена математическая модель ГУИМ-1 и программа расчета на ЭВМ и проведен машинный анализ работы при различных углах наклона устройства относительно горизонтальной плоскости. Лабораторные испытания и экспериментальные исследования машины подтвердили правильность составленной динамической модели. Выявлены пути дальнейшего усовершенствования конструкции машины с целью дальнейшего увеличения ее производительности и надежности.

Автор выражает глубокую признательность Президенту Инженерной академии КР, академику МИА, заслуженному изобретателю, докт. техн. наук, проф. С. Абдраимову за научно-методическую помощь, консультации и всестороннюю поддержку, оказанную в ходе выполнения работы и при подготовке и выпуске монографии, а также сотрудникам Инженерной академии КР и Иссыккульского государственного университета им. К. Тыныстанова.

Автор выражает искреннюю благодарность академику ИА КР, докт. техн. наук, проф. С.У. Ураимову и академику МИА, докт. техн. наук, проф. Э.С. Нусупову за ценные советы и замечания, сделанные при просмотре и подготовке рукописи к печати.

## **Г л а в а 1**

---

### **ИССЛЕДОВАНИЕ ШАРНИРНО-ЧЕТЫРЕХЗВЕННОГО МЕХАНИЗМА МЕТОДАМИ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ**

При кинематическом анализе механизмов во многих случаях целесообразно использовать не абсолютные, а относительные размеры звеньев. При этом в качестве единицы измерения длин звеньев используется длина одного из звеньев механизма. Это позволяет сократить число рассматриваемых переменных (длин звеньев) до трех, что создает определенные удобства при кинематическом анализе механизма. При таком подходе появляется возможность исследования подобных механизмов в трехмерной декартовой системе координат с использованием методов аналитической геометрии.

#### **1.1. Определение области существования шарнирно-четырехзвенных механизмов методами аналитической геометрии**

Рассмотрим шарнирно-четырехзвенный механизм, структурная схема которого приведена на рис. 1.1а. Приняв в качестве единицы измерения длину звена  $l_1$ , получим следующие относительные размеры: шатуна  $\lambda_2 = \frac{\ell_2}{\ell_1}$ , правого подвижного звена  $\lambda_3 = \frac{\ell_3}{\ell_1}$ , входящего в кинематическую пару со стойкой и стойки  $\lambda_4 = \frac{\ell_4}{\ell_1}$  (рис. 1.1б).

В трехмерной прямоугольной системе координат с осями  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  и  $\lambda_4$  каждый шарнирно-четырехзвенный механизм с относительными размерами звеньев  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  и  $\lambda_4$  будет представлен в виде точки М ( $\lambda_2; \lambda_3; \lambda_4$ ), т.е. каждый механизм имеет свое место в пространстве (рис. 1.2). Учитывая, что размеры всех звеньев могут иметь только положительные значения, можно сделать вывод о том, что вся совокупность шарнирно-четырехзвенных механизмов расположена в первом октанте декартовой системы координат [13].

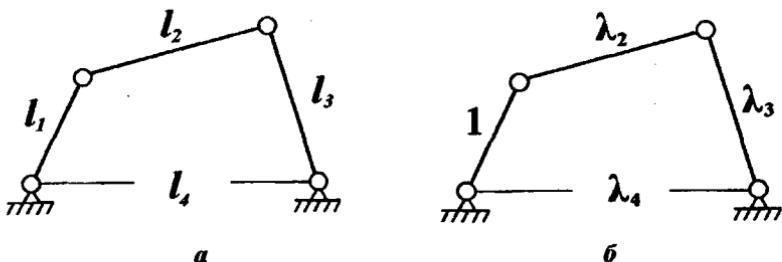


Рис. 1.1. Структурные схемы  
шарниро-четырехзвенного механизма:  
а – с абсолютными размерами звеньев;  
б – с относительными размерами звеньев.

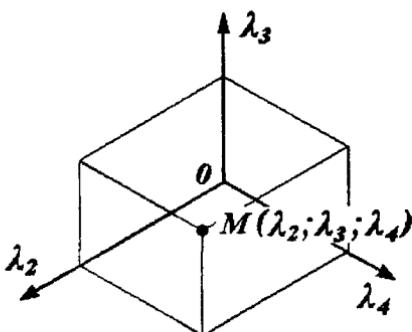


Рис. 1.2. Шарниро-четырехзвенный механизм  
с относительными размерами звеньев  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  и  $\lambda_4$ ,  
представленный в виде точки в пространстве.

Теперь определим, какую часть первого октанта пространства занимает вся совокупность шарниро-четырехзвенных механизмов, какую форму имеет эта объемная фигура и как она расположена в пространстве.

Для этого математически опишем условия существования шарниро-четырехзвенного механизма, которые можно сформулировать так: длина каждого звена механизма должна быть больше нуля, но в то же время длина каждого звена не должна превышать сумму длин остальных трех звеньев. Эти условия математически можно выразить следующей системой неравенств:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \lambda_2 > 0 \\ 2. \lambda_3 > 0 \\ 3. \lambda_4 > 0 \\ 4. \lambda_2 < \lambda_3 + \lambda_4 + 1 \\ 5. \lambda_3 < \lambda_2 + \lambda_4 + 1 \\ 6. \lambda_4 < \lambda_2 + \lambda_3 + 1 \\ 7. \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 > 1 \end{array} \right. \text{ или } \left\{ \begin{array}{l} 1. \lambda_2 > 0 \\ 2. \lambda_3 > 0 \\ 3. \lambda_4 > 0 \\ 4. \lambda_3 > \lambda_2 - \lambda_4 - 1 \\ 5. \lambda_3 < \lambda_2 + \lambda_4 + 1 \\ 6. \lambda_3 > -\lambda_2 + \lambda_4 - 1 \\ 7. \lambda_3 > -\lambda_2 - \lambda_4 + 1 \end{array} \right. . \quad (1.1)$$

Первые три неравенства системы (1.1) показывают, что область существования шарнирно-четырехзвенных механизмов находится только в первом октанте и не включает в себя самих плоскостей системы координат. Остальные четыре неравенства системы при вертикальном расположении оси  $\lambda_3$ , показывают, что эта область находится выше плоскостей  $\lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0$  (M) – (4-е неравенство),  $-\lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0$  (N) – (6-е неравенство),  $\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0$  (L) – (7-е неравенство) и ниже плоскости  $-\lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0$  (E) – (5-е неравенство) (рис. 1.3).

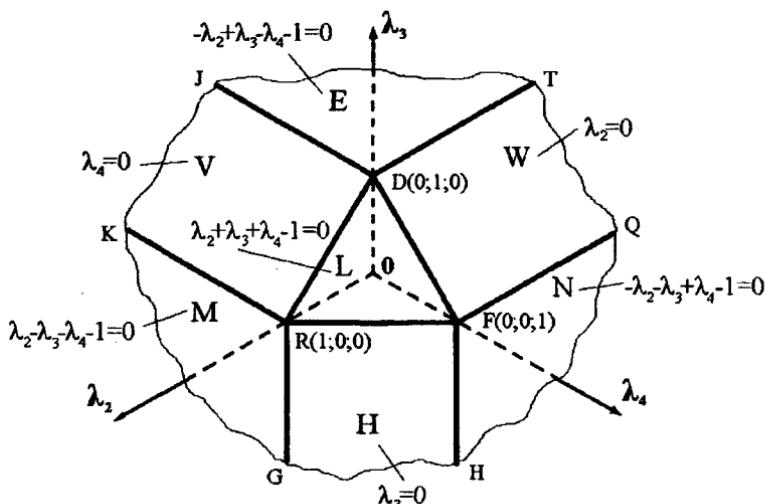


Рис. 1.3. Область существования шарнирно-четырехзвенных механизмов.

Таким образом, область существования шарнирно-четырехзвенных механизмов графически представляет собой часть пространства, ограниченную четырьмя плоскостями  $M$ ,  $N$ ,  $L$ ,  $E$  и тремя плоскостями  $H$ ,  $V$  и  $W$  координатной системы. Сами эти плоскости в область существования шарнирно-четырехзвенных механизмов не входят.

Теперь рассмотрим, какую форму имеет полученная геометрическая фигура. Три плоскости  $H$ ,  $V$  и  $W$  координатной системы в первом октанте образуют прямоугольный трехгранный угол. На рис. 1.3 видно, что если плоскости  $M$ ,  $N$  и  $E$  продолжить до их взаимного пересечения, также получится трехгранный угол, грани которого соответствуют граням тетраэдра, причем оси симметрии этих двух трехгранных углов совпадают, а их ребра равноудалены друг от друга. Вершина тетраэдрического трехгранного угла находится в седьмом октанте. Для определения ее координат находим точку пересечения плоскостей  $M$ ,  $N$  и  $E$ , т.е. решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0 \\ -\lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0 \\ -\lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0. \end{cases} \quad (1.2)$$

Ее решение:  $\lambda_2 = -1$ ;  $\lambda_3 = -1$ ;  $\lambda_4 = -1$ .

Таким образом, область существования шарнирно-четырехзвенных механизмов можно представить как пространство, ограниченное одновременно обоими трехгранными углами, т.е. прямоугольным углом координатной системы и тетраэдрическим углом и со стороны вершин этих углов плоскостью  $L$  (см. рис. 1.3). Так как объемная фигура, представляющая собой область существования шарнирно-четырехзвенных механизмов, образована из двух трехгранных углов, вершины которых направлены в одну сторону, то противоположная сторона этой фигуры остается открытой.

Как было отмечено выше, плоскости, ограничивающие область существования шарнирно-четырехзвенных механизмов, в нее не входят. Рассмотрим эти плоскости и их пересечения по отдельности.

В плоскости  $E$   $\lambda_3 = \lambda_2 + \lambda_4 + 1$ , т.е. длина правого звена равна сумме длин остальных трех звеньев (рис. 1.4). При этом относительные размеры  $\lambda_2$ ,  $\lambda_4$  и 1 могут соотноситься по следующим 13 вариантам:

- |                                |                                 |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1. $1 = \lambda_4 = \lambda_2$ | 8. $\lambda_4 < \lambda_2 < 1$  |
| 2. $1 = \lambda_4 < \lambda_2$ | 9. $\lambda_2 < \lambda_4 < 1$  |
| 3. $1 = \lambda_2 < \lambda_4$ | 10. $\lambda_4 < \lambda_2 = 1$ |
| 4. $1 < \lambda_4 = \lambda_2$ | 11. $\lambda_2 < \lambda_4 = 1$ |
| 5. $1 < \lambda_4 < \lambda_2$ | 12. $\lambda_2 < 1 < \lambda_4$ |
| 6. $1 < \lambda_2 < \lambda_4$ | 13. $\lambda_4 < 1 < \lambda_2$ |
| 7. $\lambda_4 = \lambda_2 < 1$ |                                 |

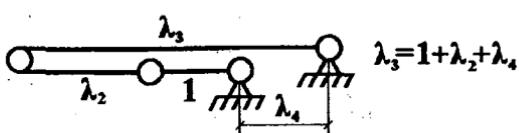


Рис. 1.4.

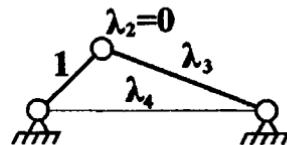


Рис. 1.5.

Степень свободы для всех этих 13 схем равна нулю. В плоскости  $W$   $\lambda_2 = 0$ , т.е. отсутствует шатун и шарнирно-четырехзвенный механизм превращен в двухпроводковую группу, связанную со стойкой (рис. 1.5). Эту схему, степень свободы которой равна нулю, обычно называют «фермой». В плоскости  $W$  существуют фермы с 13-ю вариантами соотношений относительных размеров  $\lambda_3$ ,  $\lambda_4$  и 1 (для краткости эти варианты здесь не приведены).

Прямая DT, где пересекаются плоскости  $E$  и  $W$ , описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} -\lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0 \\ \lambda_2 = 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0 \\ \lambda_2 = 0 \end{cases}$$

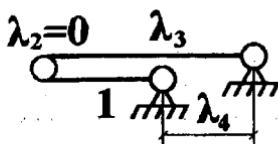


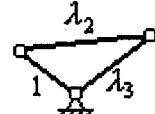
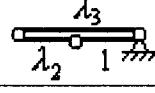
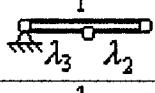
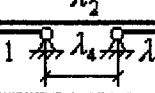
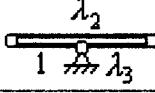
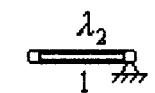
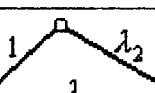
Рис. 1.6.

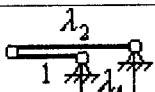
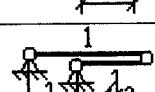
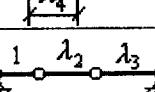
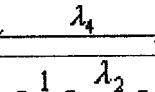
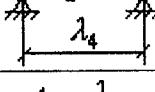
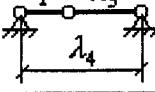
Данной системе уравнений соответствует кинематическая цепь, схема которой приведена на рис. 1.6. В таких кинематических цепях, степень свободы которых равна нулю, относительные размеры звеньев  $\lambda_3$ ,  $\lambda_4$  и 1 могут соотноситься по трем вариантам:

- 1)  $1 < \lambda_4 < \lambda_3$ ,      2)  $1 = \lambda_4 < \lambda_3$ ,      3)  $\lambda_4 < 1 < \lambda_3$ .

Таблица 1.1

№	Наименование объекта	Обозначение	Уравнение	Схема	Степень свободы (W)	Возмож. вар.
1	2	3	4		5	7
1	Плоскость	E	$-\lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0$ .		0	13
2	Плоскость	W	$\lambda_2 = 0$		0	13
3	Прямая	DT	$\begin{cases} \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0 \\ \lambda_2 = 0 \end{cases}$		0	3
4	Плоскость	L	$\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0$ .		0	13
5	Прямая	DF	$\begin{cases} \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0 \\ \lambda_2 = 0 \end{cases}$		0	3
6	Точка	D	$\begin{cases} \lambda_2 = 0 \\ \lambda_3 = 1 \\ \lambda_4 = 0 \end{cases}$		1	1

1	2	3	4	5	6	7
7	Плоскость	V	$\lambda_4 = 0$		1	13
8	Прямая	DJ	$\begin{cases} -\lambda_2 + \lambda_3 - 1 = 0 \\ \lambda_4 = 0 \end{cases}$		1	3
9	Прямая	DR	$\begin{cases} \lambda_2 + \lambda_3 - 1 = 0 \\ \lambda_4 = 0 \end{cases}$		1	3
10	Плоскость	M	$\lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0.$		0	13
11	Прямая	KR	$\begin{cases} \lambda_2 - \lambda_3 - 1 = 0 \\ \lambda_4 = 0 \end{cases}$		1	3
12	Точка	R	$\begin{cases} \lambda_2 = 1 \\ \lambda_3 = 0 \\ \lambda_4 = 0 \end{cases}$		1	1
13	Плоскость	H	$\lambda_3 = 0$		0	13

1	2	3	4	5	6	7
14	Прямая	RG	$\begin{cases} \lambda_2 - \lambda_4 - 1 = 0 \\ \lambda_3 = 0 \end{cases}$		0	3
15	Прямая	RF	$\begin{cases} \lambda_2 + \lambda_4 - 1 = 0 \\ \lambda_3 = 0 \end{cases}$		0	3
16	Плоскость	N	$-\lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0.$		0	13
17	Прямая	FH	$\begin{cases} -\lambda_2 + \lambda_4 - 1 = 0 \\ \lambda_3 = 0 \end{cases}$		0	3
18	Прямая	FQ	$\begin{cases} -\lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0 \\ \lambda_2 = 0 \end{cases}$		0	3
19	Точка	F	$\begin{cases} \lambda_2 = 0 \\ \lambda_3 = 0 \\ \lambda_4 = 1 \end{cases}$		0	1

Проанализировав в такой же последовательности все плоскости, прямые и точки, ограничивающие область существования шарнирно-четырехзвенных механизмов (см. рис. 1.3), составим табл. 1.1.

Из всех 19 структурных схем, приведенных в табл. 1.1, шесть схем работают в качестве механизма первого класса, остальные схемы неработоспособны ( $W = 0$ ). По структурному сходству все 19 схем можно объединить следующим образом:

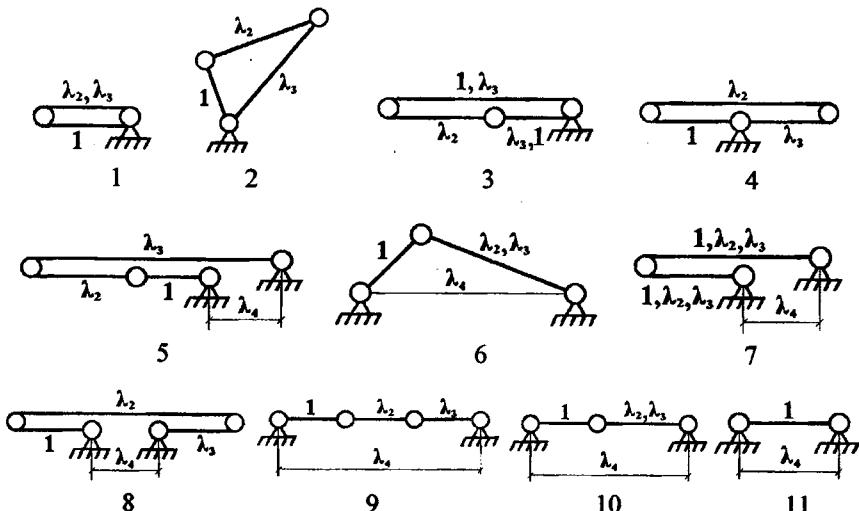


Рис. 1.7. Схемы механизмов первого класса и кинематических цепей, соответствующих граничным плоскостям области существования шарнирно-четырехзвенного механизма.

Четыре схемы, приведенные на рис. 1.7, в которых межпорное расстояние равно нулю, работают в качестве механизма первого класса, для остальных семи степень свободы равна нулю [13].

## 1.2. Область существования двухкривошипных механизмов

В предыдущем параграфе была определена общая область существования шарнирно-четырехзвенных механизмов и схемы, соответствующие граничным плоскостям данной области. Рассмотрим теперь, как разделена область существования шарнирно-четырех-

звенных механизмов между различными их видами: двухкривошипными, кривошипно-коромысловыми и двухкоромысловыми.

Начнем с двухкривошипного механизма. Известно, что шарнирно-четырехзвенный механизм (см. рис. 1.1) будет двухкривошипным, если сумма длин самого короткого и самого длинного звеньев меньше или равна сумме длин остальных звеньев и за стойку принято самое короткое его звено.

Условие существования двухкривошипного механизма математически можно выразить следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} \lambda_{4(\text{н.м})} + l_{(н.б)} \leq \lambda_2 + \lambda_3 \\ \lambda_{4(\text{н.м})} + \lambda_{3(\text{н.б})} \leq \lambda_2 + 1 \\ \lambda_{4(\text{н.м})} + \lambda_{2(\text{н.б})} \leq 1 + \lambda_3 \end{cases} \quad (1.3)$$

Приведем систему неравенств (1.3) к следующему виду:

$$\begin{cases} \lambda_3 \geq -\lambda_2 + \lambda_4 + 1 \\ \lambda_3 \leq \lambda_2 - \lambda_4 + 1 \\ \lambda_3 \geq \lambda_2 + \lambda_4 - 1 \end{cases} \quad (1.4)$$

Первое неравенство системы неравенств (1.4) представляет собой часть пространства, расположенного выше плоскости  $\lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0$  (рис. 1.8), включая и саму плоскость. Для удобства дальнейшего изложения материала данную плоскость условно обозначим буквой Р. Вторым неравенством описана плоскость  $-\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0$  (условно обозначена буквой S) (рис. 1.9) и пространство под ней, третье неравенство представляет собой плоскость  $\lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0$  (условно обозначена буквой Z) (рис. 1.10) и пространство над ней. Для наглядности те плоскости, над которыми расположены области существования двухкривошипных механизмов (плоскости Р и Z), закрашены в темный цвет, а плоскость S, под которой расположена область существования двухкривошипных механизмов, выделена светлым цветом.

Положение плоскостей Р, Z и S в прямоугольной координатной системе  $\lambda_2; \lambda_3; \lambda_4$  определяется по общезвестному методу. Известно, что для определения положения плоскости в пространстве, достаточно знать положение трех ее точек, не лежащих на одной прямой или двух прямых, принадлежащих этой плоскости. В данном случае точками, по которым определяется положение рассматри-

ваемой плоскости в пространстве, могут служить точки пересечения этой плоскости с осями координат  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  и  $\lambda_4$ . В качестве прямых, определяющих положение плоскости в пространстве, целесообразно использовать линии пересечения рассматриваемой плоскости с плоскостями координатной системы (следов плоскостей).

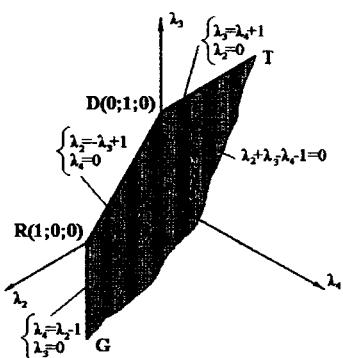


Рис. 1.8

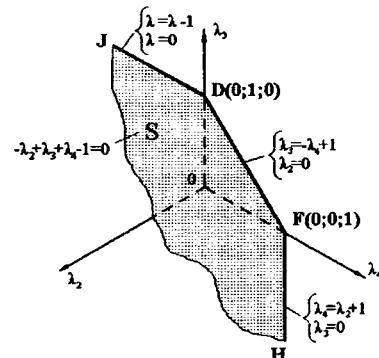


Рис. 1.9

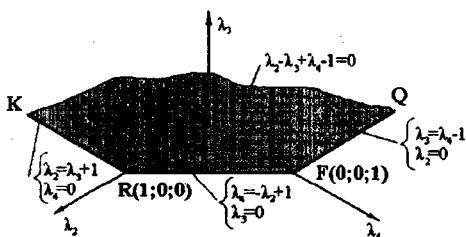


Рис. 1.10

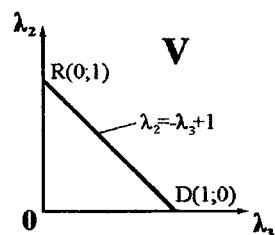


Рис. 1.11

Уравнения прямых (следов плоскостей), в которых указанные выше плоскости пересекаются с плоскостями координатной системы, составляются приравниванием к нулю в уравнении плоскости той координаты, которая перпендикулярна рассматриваемой плоскости координатной системы. Так, например, плоскость Р с уравнением  $\lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0$  пересекается с плоскостью  $\lambda_2$ ;  $\lambda_3$  (V) координатной системы в прямой линии  $\lambda_2 = -\lambda_3 + 1$  (рис. 1.11).

Аналогичным образом можем построить прямые, в которых пересекается плоскость Р с плоскостями  $\lambda_4$ ;  $\lambda_2$  (H) (рис. 1.12а) и  $\lambda_3$ ;  $\lambda_4$  (W) (рис. 1.12б) координатной системы  $\lambda_2$ ;  $\lambda_3$ ;  $\lambda_4$ .

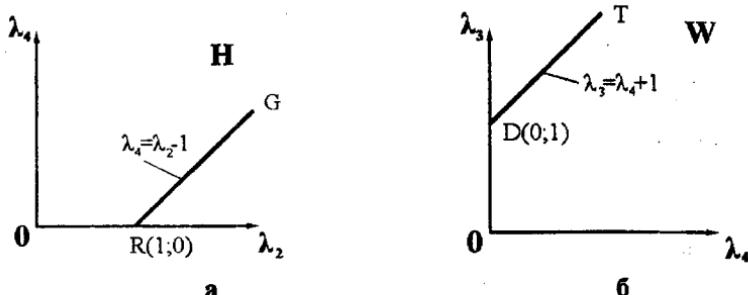


Рис. 1.12. Следы плоскости Р на плоскостях проекций:  
а – на горизонтальной плоскости проекций Н;  
б – на профильной плоскости проекций В.

Используя следы плоскостей, изображенных на рис. 1.11 и 1.12, можем построить аксонометрическую проекцию плоскости Р в системе координат  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  и  $\lambda_4$ , которая представлена на рис. 1.8. Таким же образом можно определить положение плоскостей S (см. рис. 1.9) и Z (см. рис. 1.10) в системе координат  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  и  $\lambda_4$ .

С учетом того, что за пределами первой октанты пространства механизмы не существуют, решение системы неравенств (1.4) или область существования двухкривошипных механизмов графически представляет собой объемную фигуру, представленную на рис. 1.13.

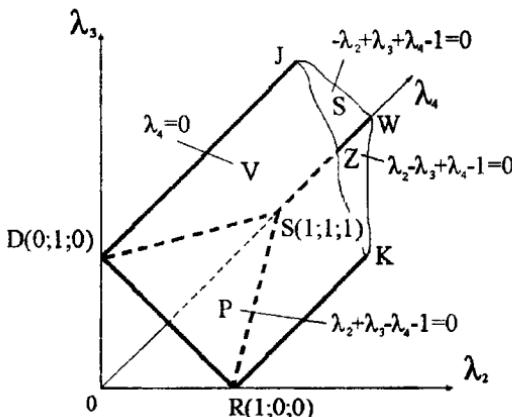


Рис. 1.13. Область существования  
двуокривошипных механизмов.

Как видно на рис. 1.13, у данной фигуры грани DJKR, RSWK, DSWJ и DSR соответствуют граням и основанию треугольной призмы с бесконечной высотой. Другое основание, противоположное DSR, отсутствует, т.е. одна сторона фигуры открыта. Любая точка с координатами  $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  и находящаяся внутри данной фигуры или на ее гранях (кроме грани V) является двухкристаллическим механизмом с относительными размерами длин звеньев  $\lambda_2, \lambda_3$  и  $\lambda_4$ . В плоскости V ( $\lambda_4 = 0$ ) и на ребрах DJ, DR и RK, как было уже отмечено в предыдущем разделе, сосредоточены механизмы первого класса.

### 1.3. Область существования кривошипно-коромысловых механизмов

Рассмотрим теперь, что собой представляет графически область существования кривошипно-коромысловых механизмов. Согласно правилу Грасгофа механизм будет кривошипно-коромысловым, если сумма длин самого короткого и самого длинного звеньев меньше или равна сумме длин остальных звеньев и за стойку принято звено, расположенное рядом с самим коротким ( $\ell_{1(n.m)}$  или  $\ell_{3(n.m)}$ ) звеном. Отсюда следует, что зоной существования кривошипно-коромысловых механизмов является область определения следующей системы неравенств:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \ell_{1(n.m)} + \ell_{4(n.6)} \leq \ell_2 + \ell_3 \\ 2. \ell_{1(n.m)} + \ell_{2(n.6)} \leq \ell_4 + \ell_3 \\ 3. \ell_{1(n.m)} + \ell_{3(n.6)} \leq \ell_2 + \ell_4 \\ 4. \ell_{3(n.m)} + \ell_{4(n.6)} \leq \ell_1 + \ell_2 \\ 5. \ell_{3(n.m)} + \ell_{2(n.6)} \leq \ell_1 + \ell_4 \\ 6. \ell_{3(n.m)} + \ell_{1(n.6)} \leq \ell_2 + \ell_4 \end{array} \right. \text{или} \quad \left\{ \begin{array}{ll} 1. \ell_3 \geq \ell_1 + \ell_4 - \ell_2 & \ell_3 \geq \ell_1 \\ 2. \ell_3 \geq \ell_1 + \ell_2 - \ell_4 & \ell_3 \geq \ell_1 \\ 3. \ell_3 \leq \ell_2 + \ell_4 - \ell_1 & \ell_3 \geq \ell_1 \\ 4. \ell_3 \leq \ell_1 + \ell_2 - \ell_4 & \ell_3 \leq \ell_1 \\ 5. \ell_3 \leq \ell_1 + \ell_4 - \ell_2 & \ell_3 \leq \ell_1 \\ 6. \ell_3 \leq \ell_2 + \ell_4 - \ell_1 & \ell_3 \leq \ell_1 \end{array} \right. \text{где} \quad (1.5)$$

Заменив абсолютные размеры звеньев в системе неравенств (1.5) относительными, а также объединив третью и шестое неравенства в одно, получим:

$$\left\{ \begin{array}{ll} 1. \lambda_3 \geq -\lambda_2 + \lambda_4 + 1 & \lambda_3 \geq 1 \\ 2. \lambda_3 \geq \lambda_2 - \lambda_4 + 1 & \lambda_3 \geq 1 \\ 3. \lambda_3 \leq \lambda_2 + \lambda_4 - 1 & \text{при} \\ 4. \lambda_3 \leq \lambda_2 - \lambda_4 + 1 & \lambda_3 \leq 1 \\ 5. \lambda_3 \leq -\lambda_2 + \lambda_4 + 1 & \lambda_3 \leq 1 \end{array} \right. \quad (1.6)$$

Из первого и пятого неравенств системы (1.6) следует, что кривошипно-коромысловый механизм существует над плоскостью Р ( $\lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0$ ) при  $\lambda_3 \geq 1$  (на рис. 1.14 эта часть плоскости обозначена цифрой 1 в соответствии с номером неравенства 1.6), и под ней – при  $\lambda_3 \leq 1$  (часть плоскости Р, обозначенная цифрой 5). Второе и четвертое неравенства показывают, что кривошипно-коромысловый механизм существует над плоскостью S ( $-\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0$ ) при  $\lambda_3 \geq 1$  (на рис. 1.14б она обозначена цифрой 2), и под ней – при  $\lambda_3 \leq 1$  (часть плоскости, обозначенная цифрой 4). Из третьего неравенства видно, что кривошипно-коромысловый механизм существует под плоскостью Z ( $\lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0$ ) при любых значениях  $\lambda_3$  (рис. 1.14в). Темным цветом выделены участки плоскостей, над которыми находятся области существования кривошипно-коромысловых механизмов. Участки плоскостей, под которыми существуют кривошипно-коромыственные механизмы, выделены светлым цветом. Показав все на одном рисунке, т.е. решив графически систему неравенств (1.6), получим область существования кривошипно-коромыслового механизма, которая состоит из двух отдельных фигур RSFHAG и AWBS, имеющих общее ребро SA (рис. 1.15).

Какими свойствами обладают механизмы, соответствующие ребрам SA, рассмотрим чуть позже. Как видно на рис. 1.15, одной из ограничивающих плоскостей области существования кривошипно-коромыслового механизма является координатная плоскость Н ( $\lambda_3 = 0$ ), в которой не существуют механизмы (см. раздел 1.1).

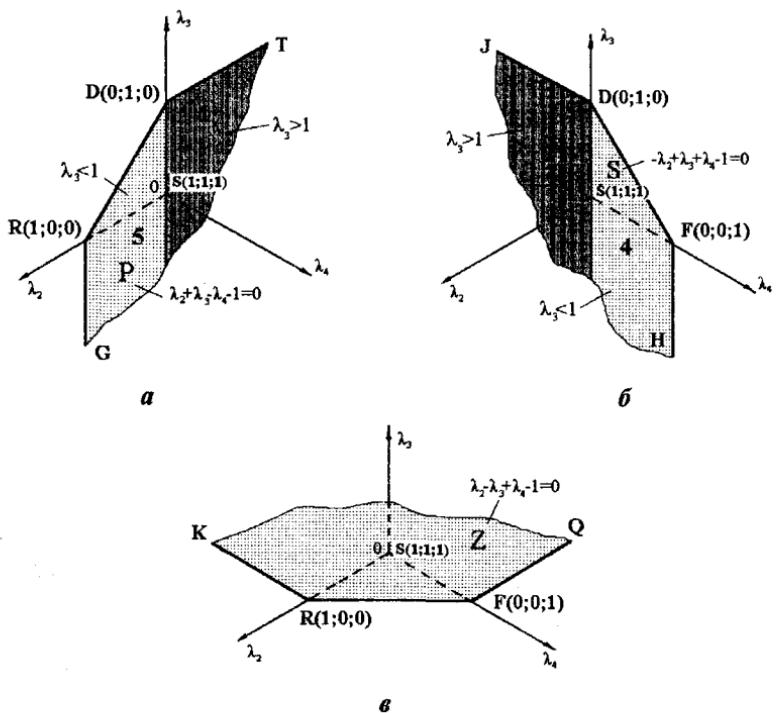


Рис. 1.14. Плоскости, ограничивающие область существования кривошипно-коромысловых механизмов.

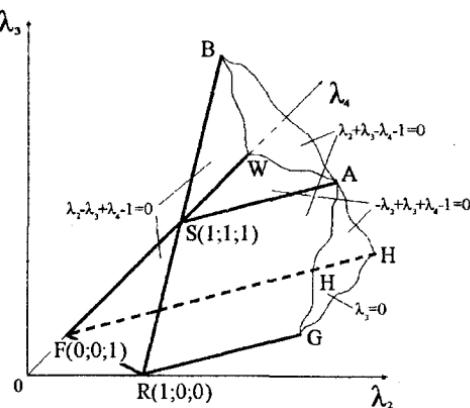


Рис. 1.15. Область существования кривошипно-коромысловых механизмов.

## 1.4. Область существования двуихкоромысловых механизмов. Построение пространственной диаграммы шарнирно-четырехзвенного механизма

Определим зону существования двухкоромысловых механизмов аналогично двухкривошипным и кривошипно-коромысловым механизмам. Известно, что механизм будет двухкоромысловым, если сумма длин самого короткого и самого длинного звеньев больше суммы длин остальных звеньев, а также в случае, когда сумма длин самого короткого и самого длинного звеньев меньше суммы длин остальных звеньев, но самое короткое его звено является шатуном. С учетом всего этого, составим следующую систему неравенств двухкоромыслового механизма:

$\begin{array}{l} 1. \ell_{4(\text{H.M})} + \ell_{1(\text{H.6})} > \ell_2 + \ell_3 \\ 2. \ell_{4(\text{H.M})} + \ell_{2(\text{H.6})} > \ell_1 + \ell_3 \\ 3. \ell_{4(\text{H.M})} + \ell_{3(\text{H.6})} > \ell_1 + \ell_2 \\ 4. \ell_{1(\text{H.M})} + \ell_{4(\text{H.6})} > \ell_2 + \ell_3 \\ 5. \ell_{1(\text{H.M})} + \ell_{2(\text{H.6})} > \ell_3 + \ell_4 \\ 6. \ell_{1(\text{H.M})} + \ell_{3(\text{H.6})} > \ell_2 + \ell_4 \\ 7. \ell_{2(\text{H.M})} + \ell_{4(\text{H.6})} > \ell_1 + \ell_3 \\ 8. \ell_{2(\text{H.M})} + \ell_{1(\text{H.6})} > \ell_3 + \ell_4 \\ 9. \ell_{2(\text{H.M})} + \ell_{3(\text{H.6})} > \ell_1 + \ell_4 \\ 10. \ell_{3(\text{H.M})} + \ell_{4(\text{H.6})} > \ell_1 + \ell_2 \\ 11. \ell_{3(\text{H.M})} + \ell_{1(\text{H.6})} > \ell_2 + \ell_4 \\ 12. \ell_{3(\text{H.M})} + \ell_{2(\text{H.6})} > \ell_1 + \ell_4 \\ 13. \ell_{2(\text{H.M})} + \ell_{1(\text{H.6})} \leq \ell_3 + \ell_4 \\ 14. \ell_{2(\text{H.M})} + \ell_{3(\text{H.6})} \leq \ell_1 + \ell_4 \\ 15. \ell_{2(\text{H.M})} + \ell_{4(\text{H.6})} \leq \ell_1 + \ell_3 \end{array}$	<b>или</b>	$\begin{array}{lll} 1. \ell_3 < \ell_4 + \ell_1 - \ell_2 & \ell_4 < \ell_2, \ell_3 < \ell_1 \\ 2. \ell_3 < \ell_4 + \ell_2 - \ell_1 & \ell_4 < \ell_1, \ell_3 < \ell_2 \\ 3. \ell_3 > \ell_1 + \ell_2 - \ell_4 & \ell_4 < \ell_1, \ell_2 < \ell_3 \\ 4. \ell_3 < \ell_1 + \ell_4 - \ell_2 & \ell_1 < \ell_2, \ell_3 < \ell_4 \\ 5. \ell_3 < \ell_1 + \ell_2 - \ell_4 & \ell_1 < \ell_3, \ell_4 < \ell_2 \\ 6. \ell_3 > \ell_4 + \ell_2 - \ell_1 & \ell_1 < \ell_2, \ell_4 < \ell_3 \\ 7. \ell_3 < \ell_4 + \ell_2 - \ell_1 & \ell_2 < \ell_1, \ell_3 < \ell_4 \\ 8. \ell_3 < \ell_2 + \ell_1 - \ell_4 & , где \ell_2 < \ell_3, \ell_4 < \ell_1 \\ 9. \ell_3 > \ell_4 + \ell_1 - \ell_2 & \ell_2 < \ell_1, \ell_4 < \ell_3 \\ 10. \ell_3 > \ell_1 + \ell_2 - \ell_4 & \ell_3 < \ell_1, \ell_2 < \ell_4 \\ 11. \ell_3 > \ell_2 + \ell_4 - \ell_1 & \ell_3 < \ell_2, \ell_4 < \ell_1 \\ 12. \ell_3 > \ell_1 + \ell_4 - \ell_2 & \ell_3 < \ell_1, \ell_4 < \ell_2 \\ 13. \ell_3 \geq \ell_2 + \ell_1 - \ell_4 & \ell_2 < \ell_3, \ell_4 < \ell_1 \\ 14. \ell_3 \leq \ell_4 + \ell_1 - \ell_2 & \ell_2 < \ell_1, \ell_4 < \ell_3 \\ 15. \ell_3 \geq \ell_4 + \ell_2 - \ell_1 & \ell_2 < \ell_1, \ell_3 < \ell_4 \end{array}$
--	------------	---

(1.7)

Заменив в системе неравенств (1.7) абсолютные значения длин звеньев относительными, получим систему неравенств (1.8). Проанализируем систему неравенств (1.8). Первое неравенство графически представляет пространство под плоскостью Р с уравнением  $\lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0$ , а дополнительное условие  $\lambda_4 < \lambda_2, \lambda_3 < 1$  показывает, что это пространство находится не под всей плоскостью Р, а только под ее частью, обозначенной на рис. 1.16а цифрой 1 в соответствии с номером неравенства системы неравенств (1.8). Аналогичным образом можем графически представить решение всех неравенств системы (1.8) (рис. 1.16а, б, в). Цвета участков плоскостей выбраны по тому же принципу, который был применен при построении области существования кривошипно-коромысловых механизмов.

1. $\lambda_3 < -\lambda_2 + \lambda_4 + 1$	$\lambda_4 < \lambda_2, \lambda_3 < 1$
2. $\lambda_3 < \lambda_2 + \lambda_4 - 1$	$\lambda_4 < 1, \lambda_3 < \lambda_2$
3. $\lambda_3 < \lambda_2 - \lambda_4 + 1$	$\lambda_4 < 1, \lambda_2 < \lambda_3$
4. $\lambda_3 < -\lambda_2 + \lambda_4 + 1$	$1 < \lambda_2, \lambda_3 < \lambda_4$
5. $\lambda_3 < \lambda_2 - \lambda_4 + 1$	$1 < \lambda_3, \lambda_4 < \lambda_2$
6. $\lambda_3 > \lambda_2 + \lambda_4 - 1$	$1 < \lambda_2, \lambda_4 < \lambda_3$
7. $\lambda_3 < \lambda_2 + \lambda_4 - 1$	$\lambda_2 < 1, \lambda_3 < \lambda_4$
8. $\lambda_3 < \lambda_2 - \lambda_4 + 1$	$\lambda_2 < \lambda_3, \lambda_4 < 1$
9. $\lambda_3 > -\lambda_2 + \lambda_4 + 1$	$\lambda_2 < 1, \lambda_4 < \lambda_3$
10. $\lambda_3 > \lambda_2 - \lambda_4 + 1$	$\lambda_3 < 1, \lambda_2 < \lambda_4$
11. $\lambda_3 > \lambda_2 + \lambda_4 - 1$	$\lambda_3 < \lambda_2, \lambda_4 < 1$
12. $\lambda_3 > -\lambda_2 + \lambda_4 + 1$	$\lambda_3 < 1, \lambda_4 < \lambda_2$
13. $\lambda_3 \geq \lambda_2 - \lambda_4 + 1$	$\lambda_2 < \lambda_3, \lambda_4 < 1$
14. $\lambda_3 \leq -\lambda_2 + \lambda_4 + 1$	$\lambda_2 < 1, \lambda_4 < \lambda_3$
15. $\lambda_3 \geq \lambda_2 + \lambda_4 - 1$	$\lambda_2 < 1, \lambda_3 < \lambda_4$

где

(1.8)

В тех случаях, когда одно неравенство, например, 15-е (рис. 1.16в), представляет графически пространство над участком BSFQ плоскости Z, а неравенство 7 – пространство под этим же участком, то одна из цифр берется в кружочек.

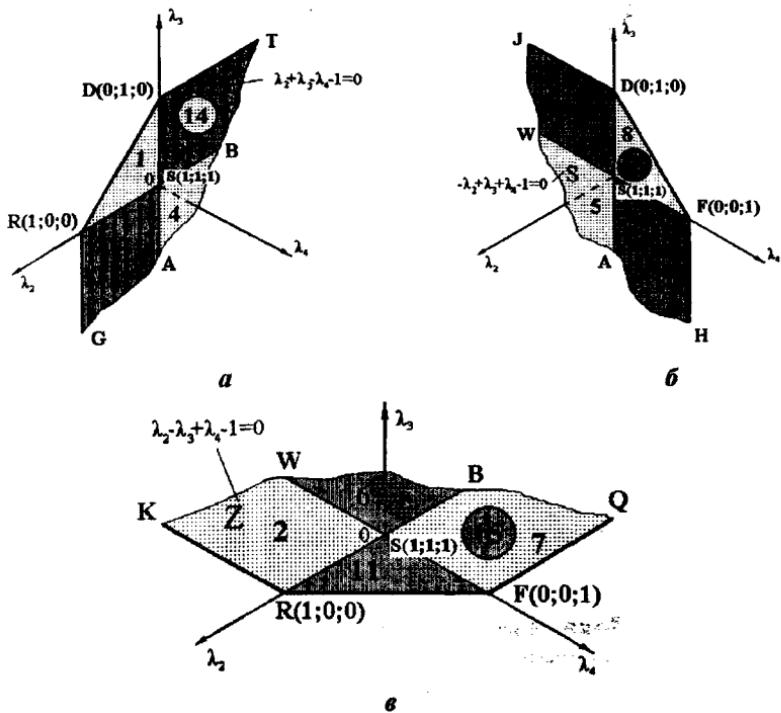


Рис. 1.16. Плоскости, ограничивающие область существования двухкоромысловых механизмов.

Решив графически систему неравенств (1.8) на основе схем, приведенных на рис. 1.16 $a, b, c$ , имеем область существования двухкоромысловых механизмов, которая представляет собой две объемные геометрические фигуры KWAGRS и HQTDFRSB (рис. 1.17). Согласно неравенств 13, 14 и 15 (1.8), участок DSF плоскости S, участок DSBT плоскости P и участок QFSB плоскости Z входят в область существования двухкоромысловых механизмов, а грани двух указанных выше геометрических фигур в эту область не входят, что подтверждается остальными неравенствами системы (1.8). Объединив эти фигуры с объемными фигурами, представляющими области существования двухкривошипных (см. рис. 1.13) и кривошипно-коромысловых (см. рис. 1.15) механизмов, получим полностью составленную пространственную диаграмму шарнирно-четырехзвенного механизма (рис. 1.17).

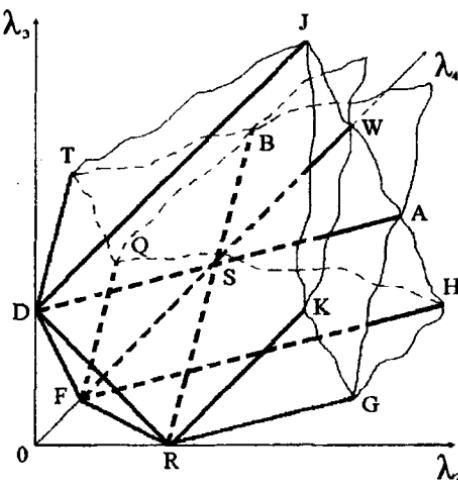


Рис. 1.17. Пространственная диаграмма шарнирно-четырехзвенного механизма.

### 1.5. Механизмы, соответствующие внутренним плоскостям Р, S и Z пространственной диаграммы шарнирно-четырехзвенного механизма

Нетрудно заметить, что в пространственной диаграмме шарнирно-четырехзвенного механизма (см. рис. 1.17) области существования двухкривошипных, кривошипно-коромысловых и двухкоромысловых механизмов разделены друг от друга плоскостями Р ( $\lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0$ ), S ( $-\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0$ ) и Z ( $\lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0$ ), а в отдельных местах линиями их пересечения. Ввиду того, что все эти плоскости находятся внутри общей области существования шарнирно-четырехзвенных механизмов, назовем их «внутренними» плоскостями пространственной диаграммы.

Уравнения плоскостей Р, Z и S можно привести к следующему виду:

$$\begin{aligned} \lambda_4 + 1 &= \lambda_2 + \lambda_3 \quad (\text{P}), \\ \lambda_4 + \lambda_2 &= 1 + \lambda_3 \quad (\text{Z}), \\ \lambda_4 + \lambda_3 &= \lambda_2 + 1 \quad (\text{S}). \end{aligned} \tag{1.9}$$

Отсюда следует, что во всех трех внутренних плоскостях пространственной диаграммы существуют механизмы, у которых сумма длин двух звеньев равна сумме длин двух других звеньев, что позволяет всем этим механизмам иметь положение, в котором все звенья встраиваются в одну линию. В таком положении механизма возникает неопределенность в движении звеньев, т.е. при движении ведущего звена в одном и том же направлении ведомое звено может двигаться в том или ином направлении, а в отдельных случаях механизм может перейти из одного класса в другой. Такое положение принято называть особым положением механизма [5]. Существуют и другие виды особых положений механизмов, в которых встраивают в одну линию всего два звена. Подробнее рассмотрим особые положения механизмов в разделе 2.2.

### **1.5.1. Механизмы с особыми положениями плоскости Р**

Рассмотрим механизмы, относящиеся к плоскости Р с уравнением  $\lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0$ . В область определения заданного уравнения плоскости входят механизмы с соотношениями длин звеньев, при которых соблюдаются следующие условия:

1. Один из коэффициентов  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$  в каждом механизме должен быть наибольшим, а другой – наименьшим, и оба не должны быть одновременно наибольшими или наименьшими.
2. Должно быть исключено равенство длин только трех звеньев.
3. Возможны следующие варианты равенства только двух звеньев: 1)  $\lambda_2 = \lambda_3$ ; 2)  $\lambda_4 = 1$ . При этом равные по длине два звена не должны быть наибольшими или наименьшими.

Если учесть все указанные выше условия, то для плоскости Р из всех возможных 75 вариантов соотношений длин звеньев [5] остаются только следующие 17 вариантов:

- |  |   |
|--|---|
| 1. $1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4$ | 10. $\lambda_3 = \lambda_4 < 1 = \lambda_2$   |
| 2. $1 = \lambda_2 < \lambda_3 = \lambda_4$ | 11. $\lambda_4 < \lambda_3 < \lambda_2 < 1$   |
| 3. $1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \lambda_4$ | 12. $\lambda_4 < \lambda_3 = \lambda_2 < 1$   |
| 4. $1 < \lambda_2 = \lambda_3 < \lambda_4$ | 13. $\lambda_4 < \lambda_2 < \lambda_3 < 1$   |
| 5. $1 < \lambda_3 < \lambda_2 < \lambda_4$ | 14. $\lambda_4 = \lambda_2 < \lambda_3 = 1$   |
| 6. $1 = \lambda_3 < \lambda_2 = \lambda_4$ | 15. $\lambda_2 < \lambda_4 < 1 < \lambda_3$   |
| 7. $\lambda_3 < 1 < \lambda_4 < \lambda_2$ | 16. $\lambda_2 < \lambda_4 = 1 < \lambda_3$   |
| 8. $\lambda_3 < 1 = \lambda_4 < \lambda_2$ | 17. $\lambda_2 < 1 < \lambda_4 < \lambda_3$ . |
| 9. $\lambda_3 < \lambda_4 < 1 < \lambda_2$ |   |
- (1.10)

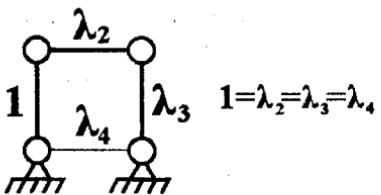


Рис. 1.18. Механизм квадрата.

В пространственной диаграмме данному механизму соответствует точка S (см. рис. 1.17). Механизм квадрата может работать в двухкривошипном режиме, а также может переходить из механизма второго класса в механизм первого класса и наоборот. Условием перехода механизмов с особыми положениями из класса в класс является равенство длин каждого звена механизма со смежным звеном (звеньями).

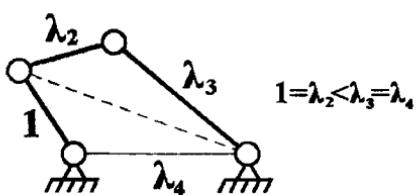


Рис. 1.19. Кривошипно-коромысловый механизм Галловея.

Механизм может переходить из механизма второго класса в механизм первого класса, и наоборот. Это обусловлено равенством длин шатуна и левого подвижного звена, а также равенством основания и правого подвижного звена. Механизм Галловея в пространственной диаграмме соответствует лучу SB (см. рис. 1.17).

У всех шарнирно-четырехзвенных механизмов с особыми положениями есть возможность переходить в процессе работы из первой схемы сборки механизма (на рис. 1.20 звенья показаны сплошными линиями) во вторую (на рис. 1.20 звенья показаны пунктирными линиями) или наоборот. Данный процесс сопровождается переходом механизма из одного закона движения в другой. Этот переход можно осуществить именно в особом положении звеньев, когда исчезает треугольник BCD, т.е. когда кинематические пары B, C и D встраиваются в одну линию.

Проанализируем по отдельности все механизмы, соотношение длин звеньев которых представлены в (1.10). Механизм под номером 1, т.е. механизм, звенья которого соотносятся по соотношению 1 (1.10), называется механизмом квадрата (рис. 1.18). В пространствен-

Механизм с соотношением 2 (1.10) длин звеньев, называемый кривошипно-коромысловым механизмом Галловея (рис. 1.19), может работать в кривошипно-коромысловом режиме, поочередно переходя в особых положениях звеньев из одного закона движения в другой. Кроме этого данный ме-

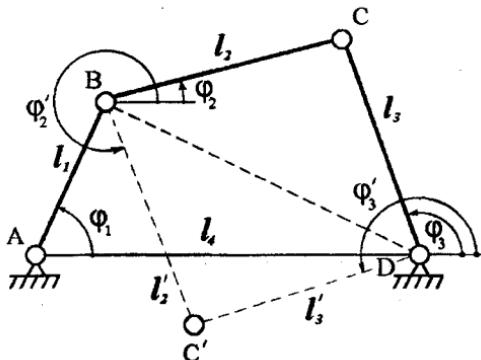


Рис. 1.20. Две схемы сборки шарнирно-четырехзвенного механизма.

Три механизма, звенья которых соотносятся по 3, 4 и 5-му соотношениям (1.10), представлены соответственно на рисунках 1.21 $a, b, c$ . На рис. 1.17 этим механизмам соответствует участок BSA плоскости Р, который отделяет область существования кривошипно-коромысловых механизмов от области существования двухкоромысловых механизмов и относится только к первой. Следовательно, эти механизмы могут работать только в кривошипно-коромысловом режиме, но по двум различным законам движения. Если звенья механизма совершают движения только по одному из двух законов движения, то один цикл совершается за один оборот кривошипа. Если механизм каждый раз в особом положении будет переходить из одной схемы в другую (см. рис. 1.20), соответственно переходя из одного закона движения в другой, то один цикл совершается за два оборота кривошипа, т.е. одно качательное движение коромысла совершается за

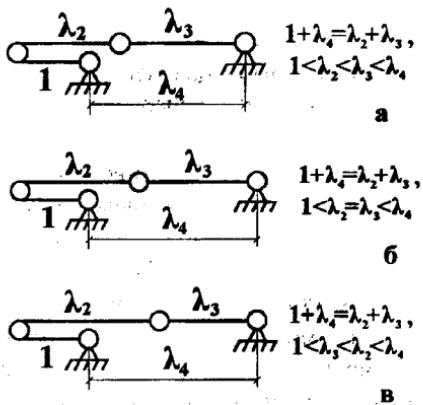


Рис. 1.21. Ударные механизмы с наибольшим основанием.

два оборота кривошипа. Но во втором случае размах качания коромысла по сравнению с первым случаем увеличится в два раза. Такую работу механизма необходимо рассматривать не как отдельный закон движения звеньев, а как сочетание двух законов движения в одном.

Механизмы, работающие в кривошипно-коромысловом режиме только по одному из двух законов движения звеньев, применяются в качестве исполнительных механизмов в ударных машинах и называются ударными механизмами с наибольшим основанием, т.к. в этих механизмах наибольшую длину имеет основание.

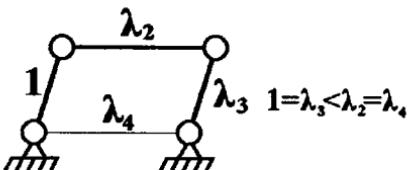


Рис. 1.22. Механизм параллелограмма с наибольшим шатуном и основанием.

Механизм с соотношением 6 (1.10) длин звеньев, называется механизмом параллелограмма (рис. 1.22). Данный механизм в пространственной диаграмме соответствует лучу SA (см. рис. 1.17) и может работать в двухкривошипном и кривошипно-коромысловом режимах. Работа механизма параллелограмма в двухкривошипном режиме обусловлена равенством противолежащих звеньев. Отсюда следует, что двухкривошипные механизмы существуют не только внутри фигуры DSRKWJ, но и лучше SA (см. рис. 1.17).

В кривошипно-коромысловом режиме механизм параллелограмма может работать по двум законам движения звеньев. В обоих случаях размах качания коромысла составляет  $180^\circ$ . Данный механизм, как и рассмотренный выше механизм квадрата, имеет два особых положения звеньев. Если только в одном из особых положений звеньев перевести механизм из одного закона движения в другой, то получится комбинированный закон движения, при котором одно качательное движение коромысла с амплитудой качения  $360^\circ$  совершается за два оборота кривошипа.

Рассматриваемый механизм может работать в двухкривошипном режиме, поочередно переходя из одного закона движения в другой в особых положениях. Причем данный механизм параллелограмма работает в двухкривошипном режиме по двум вариантам. В первом случае угловые координаты правого и левого подвижного звеньев всегда равны, а угловая координата шатуна всегда остается

равной нулю, т.е. передаточное отношение  $i_{31}$  в течение одного цикла равно единице. Во втором случае передаточное отношение  $i_{31}$  изменяется периодически.

Механизмы с соотношениями длин звеньев 7, 8 и 9 (1.10), как и рассмотренные выше механизмы, могут работать в кривошипно-коромысловом режиме по двум законам движения звеньев и обладают свойством переключаться из одного закона движения в другой в особом положении звеньев (рис. 1.23а, б, в). Эти

механизмы соответствуют плоскости RSAG области существования шарнирно-четырехзвенных механизмов (см. рис. 1.17).

В случае, если каждый раз в особом положении механизм по-очередно переходит из одного закона движения в другой, то возникает кривошипно-коромысловый режим работы механизма, при котором одно качательное движение коромысла совершается за два оборота кривошипа. Когда механизм работает только по одному закону движения, коромысло совершает качательное движение за один оборот кривошипа.

Режим работы таких механизмов, при котором одно качательное движение коромысла совершается за один оборот кривошипа, в ударных машинах используется для совершения удара коромыслом по инструменту. Ввиду того, что в данном ударном механизме наибольшую длину имеет шатун, они называются ударными механизмами с наибольшим шатуном. В этих механизмах кривошипом является правое звено ( $\lambda_3$ ).

Механизм с 10-м соотношением длин звеньев (1.10) называется двухкривошипным механизмом Галловея (рис. 1.24). Данный механизм также обладает такими уникальными свойствами, как способностью переключаться в особом положении из механизма второго класса в механизм первого класса и наоборот. Кроме этого он

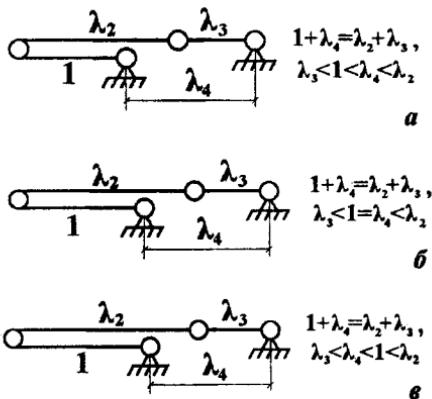


Рис. 1.23. Особые положения кривошипно-коромысловых механизмов с наибольшим шатуном.

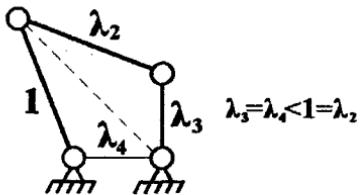


Рис. 1.24. Двухкривошипный механизм Галловея.

Механизм Галловея, схема которого приведена на рис. 1.24, соответствует отрезку RS пространственной диаграммы шарнирно-четырехзвенного механизма (см. рис. 1.17).

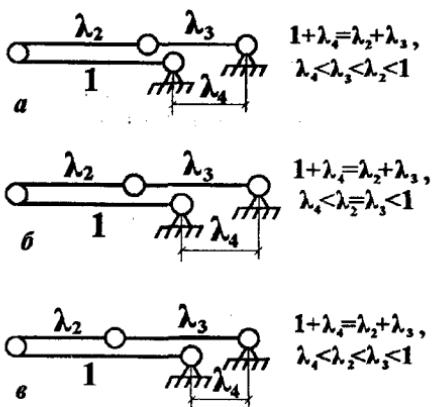


Рис. 1.25. Особые положения двухкривошипных механизмов с наибольшим шатуном.

может работать в двухкривошипном режиме, при котором одно полное вращение коромысла совершается за два оборота кривошипа. Такой режим работы обеспечивается если каждый раз в особых положениях механизм поочередно переходит из одного закона движения в другой.

Механизмы, звенья которых соотносятся по 11-му, 12-му и 13-му соотношениям (1.10), могут работать только в двухкривошипном режиме по двум законам движения. Эти механизмы так же как и рассмотренные выше схемы механизмов, могут переключаться в особом положении звеньев из одного закона движения в другой. Характерной особенностью работы этих механизмов (рис. 1.25a,b,в) является резко выраженная неравномерность вращения кривошипа с наибольшей длиной при равномерном враще-

нии кривошипа меньшей длины. Причем, наибольшее значение передаточного отношения угловых скоростей двух кривошипов соответствует особому положению механизма. Эти механизмы в пространственной диаграмме сосредоточены на участке DRS плоскости Р (см. рис. 1.17).

Механизм под номером 14 (1.10), приведенный на рис. 1.26, называется механизмом параллелограмма и работает только в двухкривошипном режиме по двум разным законам движения. При работе механизма по тому или другому закону движения звеньев

передаточное отношение угловых скоростей правого и левого подвижных звеньев на одном полуобороте равно единице, а на другом оно непостоянное, и изменяется внутри одного полукруга. В случае перехода механизма в каждом особом положении звеньев (механизм имеет два особых положения звеньев) из одной схемы сборки в другую, соответственно из одного закона движения в другой, получаются два варианта двухкривошипного режима работы. В первом случае механизм работает с постоянным передаточным отношением  $i_{31}$ , равным единице, во втором – с постоянно изменяющимся передаточным отношением. Таким образом, данный механизм может работать в двухкривошлипном режиме по четырем вариантам.

Механизмы 15, 16 и 17 (1.10) обладают свойствами двухкоромыслового механизма и могут работать в этом режиме по двум различным законам движения звеньев (рис. 1.27а, б, в). В результате сочетания двух законов движения в различной последовательности, у этих механизмов появляется возможность работы в двухкоромысловом режиме по четырем вариантам.

Механизмы, приведенные на рис. 1.27, в пространственной диаграмме расположены внутри области существования двухкоромысловых механизмов и соответствуют участку BSDT плоскости Р (см. рис. 1.16а).

Схемы и месторасположение рассмотренных выше 17 механизмов с соотношениями длин звеньев, приведенными в (1.10), показаны на рис. 1.28 так, чтобы номера механизмов соответствовали номерам соотношений (1.10) длин звеньев.

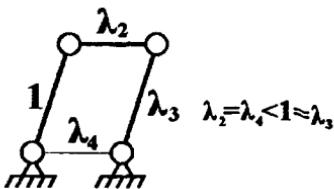


Рис. 1.26. Двухкривошипный механизм параллелограмма.

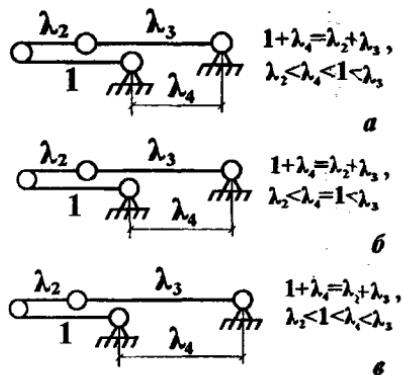


Рис. 1.27. Особые положения двухкоромысловых механизмов с наибольшим коромыслом.

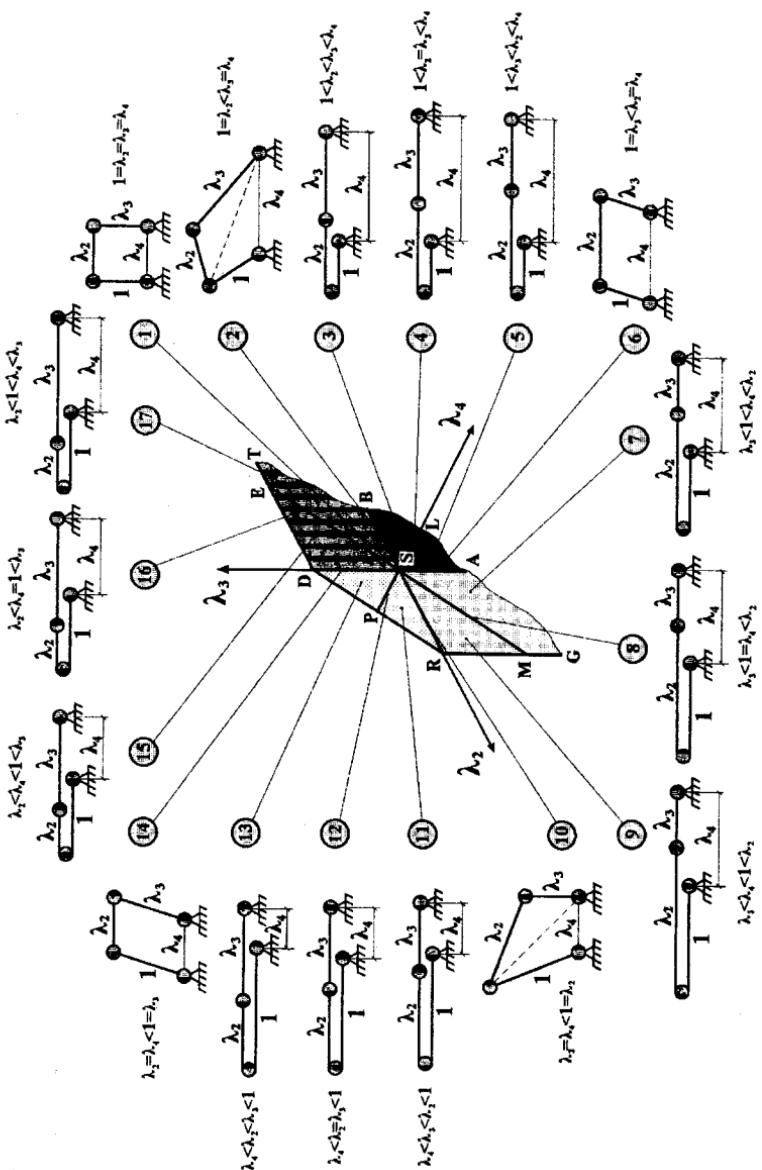


Рис. 1.28. Механизмы плоскости Р.

### **1.5.2. Механизмы с особыми положениями плоскости Z**

Чтобы определить совокупность механизмов, описываемых уравнением  $\lambda_2\lambda_3+\lambda_4-1=0$ , т.е. относящихся к плоскости Z, учтем выполнение следующих условий:

1. Один из коэффициентов  $\lambda_2$  и  $\lambda_4$  в каждом механизме должен быть наибольшим, а другой – наименьшим, а также оба не должны быть одновременно наибольшими или наименьшими.
2. Должно быть исключено равенство длин только трех звеньев.
3. Возможны следующие варианты равенства только двух звеньев:  
1)  $\lambda_2=\lambda_4$ ; 2)  $\lambda_3=1$ . При этом равные по длине два звена не должны быть наибольшими или наименьшими.

С учетом этих условий получим так же, как и в предыдущем случае, 17 механизмов с соотношениями длин звеньев:

- |  |   |
|--|---|
| 1. $1.1=\lambda_2=\lambda_3=\lambda_4$ | 10. $\lambda_3=\lambda_4<1=\lambda_2$   |
| 2. $1=\lambda_2<\lambda_3=\lambda_4$   | 11. $\lambda_3<\lambda_4<\lambda_2<1$   |
| 3. $1<\lambda_2<\lambda_4<\lambda_3$   | 12. $\lambda_3<\lambda_2=\lambda_4<1$   |
| 4. $1<\lambda_2=\lambda_4<\lambda_3$   | 13. $\lambda_3<\lambda_2<\lambda_4<1$   |
| 5. $1<\lambda_4<\lambda_2<\lambda_3$   | 14. $\lambda_2=\lambda_3<\lambda_4=1$   |
| 6. $1=\lambda_4<\lambda_2=\lambda_3$   | 15. $\lambda_2<\lambda_3<1<\lambda_4$   |
| 7. $\lambda_4<1<\lambda_3<\lambda_2$   | 16. $\lambda_2<\lambda_3=1<\lambda_4$   |
| 8. $\lambda_4<1=\lambda_3<\lambda_2$   | 17. $\lambda_2<1<\lambda_3<\lambda_4$ . |
| 9. $\lambda_4<\lambda_3<1<\lambda_2$   |   |
- (1.11)

Механизмы под номерами 1 и 2 (1.11), т.е. механизм квадрата (см. рис. 1.18) и механизм Галловея (см. рис. 1.19), рассмотрены при анализе механизмов плоскости Р. Механизмы с соотношениями 3, 4 и 5 (1.11) длин звеньев (рис. 1.29 $a, b, e$ ) могут работать в кривошипно-коромысловом режиме по двум законам движения звеньев. При работе механизма только по первому или второму закону движения звеньев, коромысло совершает одно качательное движение за один оборот кривошипа. Если каждый раз в особом положении механизма осуществляется переход механизма из одной схемы сборки в другую, соответственно и переход из одного закона движения в другой, то амплитуда качательного движения коромысла увеличится в два раза, но этот цикл совершается за два оборота кривошипа.

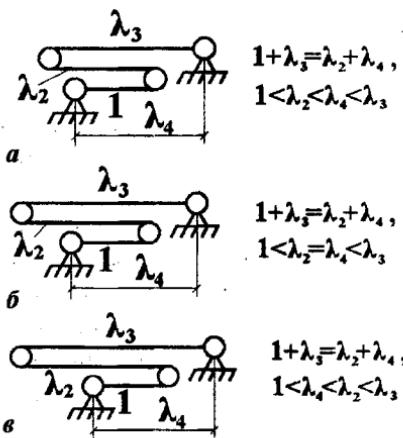


Рис. 1.29. Особые положения кривошипно-коромысловых механизмов с наибольшим коромыслом.

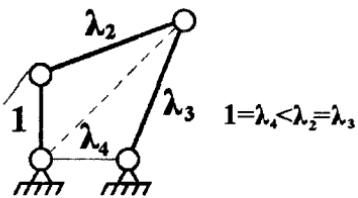


Рис. 1.30. Двухкривошипный механизм Галловея.

соответствует отрезку SB пространственной диаграммы шарнирно-четырехзвенного механизма (см. рис. 1.17).

Механизмы с соотношениями 7, 8 и 9 (1.11) обладают только свойствами двухкривошипного механизма (рис. 1.31а, б, в). Эти механизмы, как и все механизмы с особыми положениями, могут работать по двум законам движения звеньев. Передаточное отношение угловых скоростей длинного и короткого кривошипов приобретает максимальное значение при особом положении механизма, когда все звенья выстраиваются в одну линию. Совокупность таких механизмов графически представляет собой участок SRKW плоскости Z (см. рис. 1.17).

При работе механизма только по одному из двух законов движения коромысло, доходя до особого положения, не переходит его, а возвращается обратно. В этом случае передаточное отношение скачкообразно меняется и по направлению, и по величине. Данный режим работы механизмов можно использовать для совершения удара коромыслом, имеющим наибольшую длину. Поэтому такие механизмы называются ударными механизмами с наибольшим коромыслом. Эти механизмы графически сосредоточены в плоскости BSW пространственной диаграммы (см. рис. 1.17).

Механизм под номером 6 (1.11) – это тот же механизм (рис. 1.30), что и механизм 10 (1.10) (см. рис. 1.24) плоскости Р. Отличие состоит только в том, что в механизме 6 плоскости Z кривошипом является левое звено, а в механизме 10 плоскости Р – правое. Механизм, приведенный на рис. 1.30,

Десятый механизм плоскости Z, т.е. механизм с соотношением 10 (1.11) длин звеньев – это тот же механизм, что и механизм 10 плоскости P (см. рис. 1.28). Схема данного механизма приведена и на рис. 1.24.

Механизмы с соотношениями 11, 12 и 13 (1.11) длин звеньев (рис. 1.32a,b,v) являются зеркальными отражениями механизма 5, 4 и 3 (1.11) (см. рис. 1.29), и имеют те же свойства, что и эти механизмы. По сути дела эти одни и те же механизмы, изображенные с разных сторон. Механизмы, схемы которых представлены на рис. 1.32a,b,v, расположены в участке RSF плоскости Z пространственной диаграммы шарнирно-четырехзвенного механизма (см. рис. 1.17).

Механизм с соотношением 14 (1.11) длин звеньев является зеркальным отражением механизма с соотношением 2 (1.11) и 2 (1.10) (см. рис. 1.19) длин звеньев. Эти механизмы в пространственной диаграмме сосредоточены в отрезке SF (см. рис. 1.17).

Механизмы 15, 16 и 17 (1.11) (рис. 1.34a,b,v) могут работать только в двухкоромысловом режиме по двум различным законам движения по отдельности или в их сочетании. В результате сочетания двух законов движения

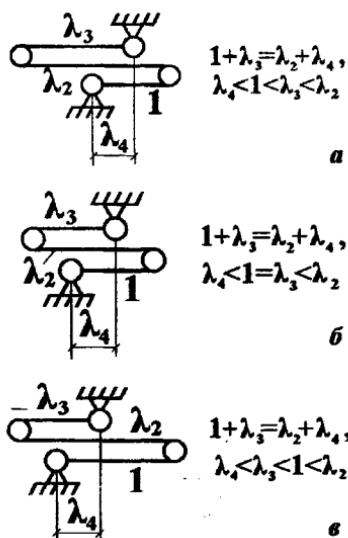


Рис. 1.31. Особые положения двухкривошипных механизмов с наибольшим коромыслом.

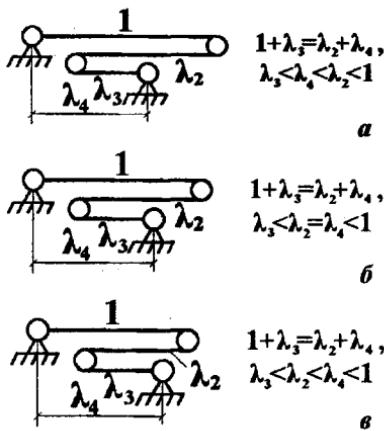


Рис. 1.32. Особые положения кривошипно-коромысловых механизмов с наибольшим коромыслом.

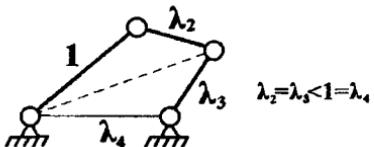


Рис. 1.33.

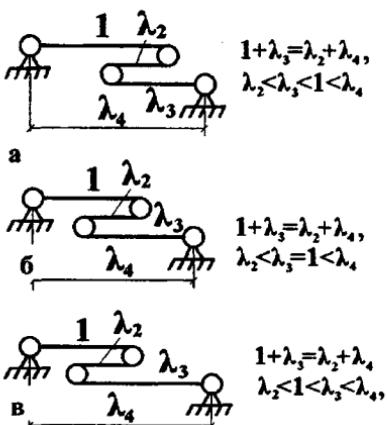


Рис. 1.34. Особые положения двухкоромысловых механизмов с наибольшим основанием.

двоекоромысловый механизм Галловея) и  $\lambda_3 = \lambda_4 < \lambda_2 = 1$  (двоекривошипный механизм Галловея) входят и в ту и в другую плоскость. Это можно доказать решив систему уравнений плоскостей Р и Z:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0 \quad (P) \\ \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0 \quad (Z) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lambda_2 = 1 \\ \lambda_3 = \lambda_4 \end{array} \right\}. \quad (1.12)$$

Действительно, решив систему неравенств (1.12), получим:

- 1)  $1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4$ ,
- 2)  $1 = \lambda_2 < \lambda_3 = \lambda_4$ ,
- 3)  $\lambda_3 = \lambda_4 < \lambda_2 = 1$ .

в различной последовательности, у этих механизмов появляется возможность работы в двухкоромысловом режиме по четырем вариантам. Эти механизмы в пространственной диаграмме расположены внутри области существования двухкоромысловых механизмов и соответствуют участку BSFQ плоскости Z (см. рис. 1.16б).

Схемы и месторасположение рассмотренных выше 17 механизмов с соотношениями длин звеньев, приведенных в (1.11), показаны на рис. 1.35 так, чтобы номера механизмов соответствовали номерам соотношений (1.11) длин звеньев.

Рассматривая механизмы, относящиеся к плоскостям Р и Z, можно заметить, что механизмы с соотношениями длин звеньев  $1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4$  (механизм квадрата),  $1 = \lambda_2 < \lambda_3 = \lambda_4$  (кривошипно-коромысловый механизм Галловея)

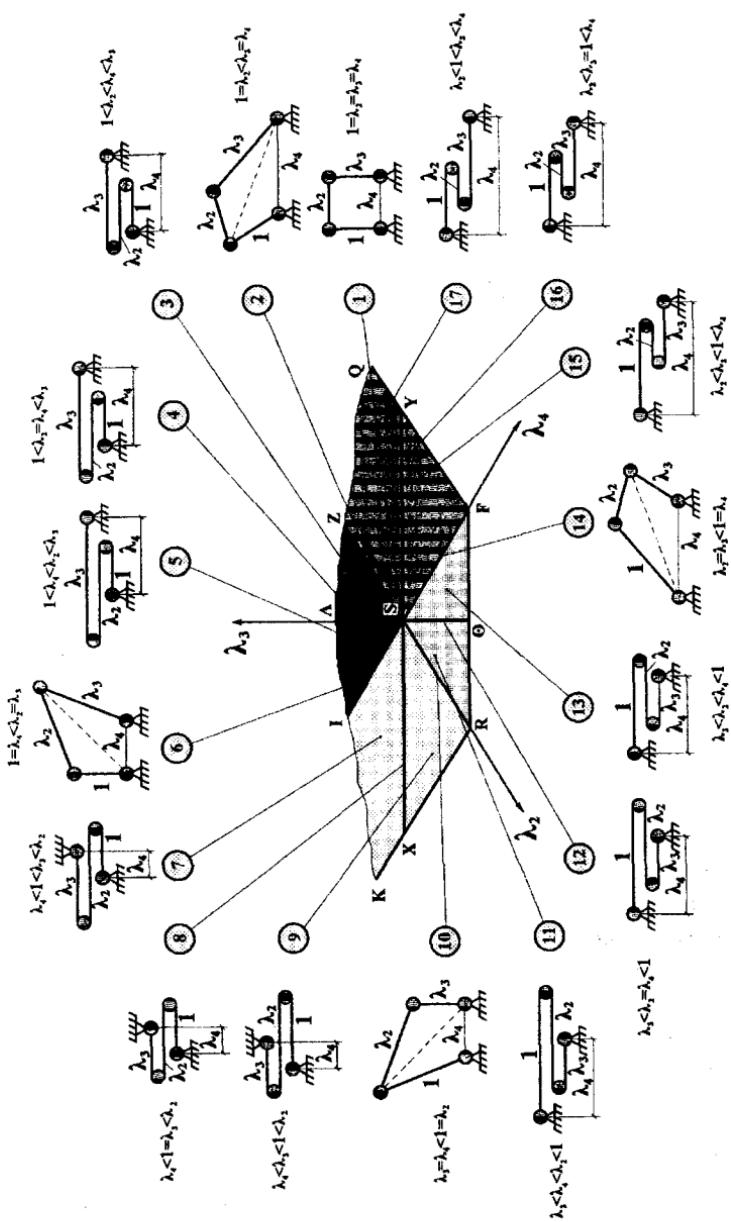


Рис. 1.35. Механизмы плоскости Z.

Графически система уравнений (1.12) определяет положение прямой RB пересечения плоскостей P и Z, и в свою очередь, является пересечением плоскостей  $\lambda_2=1$  и  $\lambda_3=\lambda_4$  (рис. 1.36).

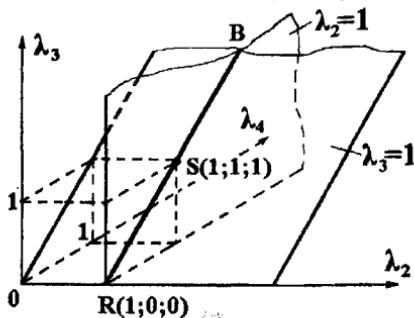


Рис. 1.36. Определение линии пересечения плоскостей P и Z.

В отрезке  $|RS|$  (рис. 1.36), где  $\lambda_3=\lambda_4<\lambda_2=1$  сосредоточены двухкривошипные механизмы Галловея (см. рис. 1.24), в точке S, где  $\lambda_2=\lambda_3=\lambda_4=1$  – механизм квадрата (см. рис. 1.18), в луче SB,  $\lambda_2=1<\lambda_4=\lambda_3$  – кривошипно-коромысловый механизм Галловея (см. рис. 1.19).

### 1.5.3. Механизмы с особыми положениями плоскости S

Рассмотрим теперь плоскость S, заданную уравнением  $-\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4-1=0$ . Чтобы определить совокупность механизмов, описываемых уравнением  $-\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4-1=0$  (S), учтываем выполнение следующих условий:

1. Один из коэффициентов  $\lambda_3$  и  $\lambda_4$  в каждом механизме должен быть наибольшим, а другой – наименьшим, а также оба не должны быть одновременно наибольшими или наименьшими.
2. Должно быть исключено равенство длин только трех звеньев.
3. Возможны следующие варианты равенства только двух звеньев:  
1)  $\lambda_3=\lambda_4$ ; 2)  $\lambda_2=1$ . При этом равные по длине два звена не должны быть наибольшими или наименьшими.

С учетом указанных выше условий получим так же, как в двух предыдущих случаях, 17 механизмов с соотношениями длин звеньев:

1.  $1=\lambda_2=\lambda_3=\lambda_4$
  2.  $1=\lambda_3<\lambda_2=\lambda_4$
  3.  $1<\lambda_3<\lambda_4<\lambda_2$
  4.  $1<\lambda_3=\lambda_4<\lambda_2$
  5.  $1<\lambda_4<\lambda_3<\lambda_2$
  6.  $1=\lambda_4<\lambda_2=\lambda_3$
  7.  $\lambda_4<1<\lambda_2-\lambda_3$
  8.  $\lambda_4<1=\lambda_2<\lambda_3$
  9.  $\lambda_4<\lambda_2<1<\lambda_3$
  10.  $\lambda_4=\lambda_2<\lambda_3=1$
  11.  $\lambda_2<\lambda_4<\lambda_3<1$
  12.  $\lambda_2<\lambda_3=\lambda_4<1$
  13.  $\lambda_2<\lambda_3<\lambda_4<1$
  14.  $\lambda_2=\lambda_3<\lambda_4=1$
  15.  $\lambda_3<\lambda_2<1<\lambda_4$
  16.  $\lambda_3<1=\lambda_2<\lambda_4$
  17.  $\lambda_3<1<\lambda_2<\lambda_4$ .
- (1.13)

Рассмотрев все механизмы плоскости S можно увидеть, что механизм 1 (1.13), т.е. механизм квадрата, встречается и в плоскостях P и Z (см. рис. 1.28 и рис. 1.35). Механизм 2 (1.13) полностью соответствует механизму 6 плоскости P (см. рис. 1.28).

Механизмы 3, 4 и 5 (рис. 1.37а, б, в) являются зеркальными отражениями механизмов 7, 8 и 9 плоскости P (см. рис. 1.28).

Механизм с соотношением 6 (1.13) длин звеньев – это тот же механизм, что и механизм 6 плоскости Z (см. рис. 1.35).

Механизмы 7, 8 и 9 (рис. 1.38а, б, в) плоскости S являются зеркальными отражениями механизмов 11, 12 и 13 плоскости P (см. рис. 1.28).

Десятый механизм (1.13), т.е. двухкривошипный механизм параллелограмма также встречался в плоскости P под номером 14 (см. рис. 1.28).

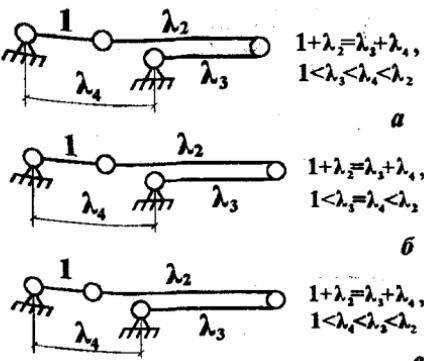


Рис. 1.37. Особые положения кривошипно-коромысловых механизмов с наибольшим шатуном.

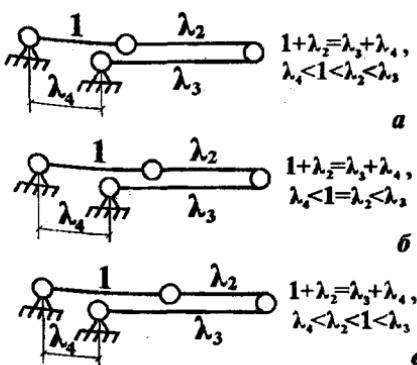


Рис. 1.38. Особые положения двухкривошипных механизмов с наименьшим основанием.

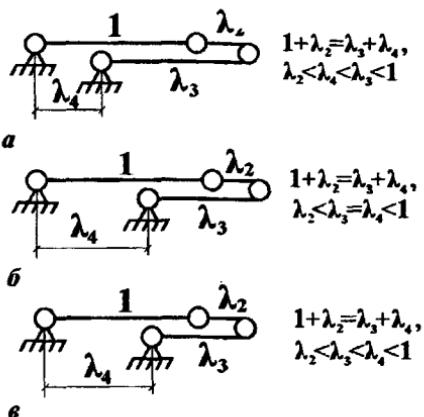


Рис. 1.39. Особые положения двухкоромысловых механизмов с наименьшим шатуном.

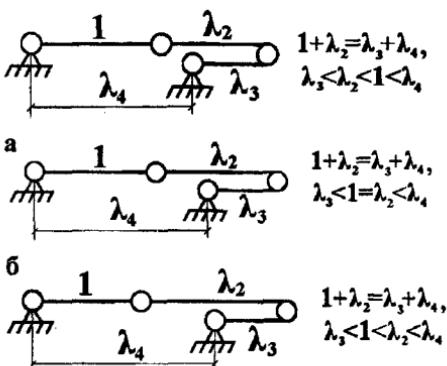


Рис. 1.40. Особые положения кривошипно-коромысловых механизмов с наибольшим основанием.

или трем плоскостям (механизм квадрата) области существования шарнирно-четырехзвенных механизмов.

Отношение одного и того же механизма к двум или трем плоскостям можно доказать математическим путем. Так, например, механизмы, относящиеся одновременно к плоскостям S и P, определяются из системы уравнений:

Механизмы 11, 12 и 13 (1.13) плоскости S (рис. 1.39а,б) являются зеркальными отражениями механизмов 17, 16 и 17 плоскости Р (см. рис. 1.28).

Механизм с соотношением 14 (1.13) полностью соответствует механизму 14 плоскости Z (см. рис. 1.35) и является зеркальным отражением механизма 2 плоскости Р (см. рис. 1.28).

Механизмы под номерами 15, 16 и 17 (1.13) (рис. 1.40а,б) являются зеркальными отражениями механизмов 3, 4 и 5 плоскости Р (см. рис. 1.28).

Схемы и месторасположение 17 рассмотренных механизмов с соотношениями длин звеньев, приведенными в (1.13), показаны на рис. 1.41 так, чтобы номера механизмов соответствовали номерам соотношений (1.13) длин звеньев.

Из проведенного выше анализа видно, что некоторые механизмы с особыми положениями относятся не только к одной плоскости, но и двум

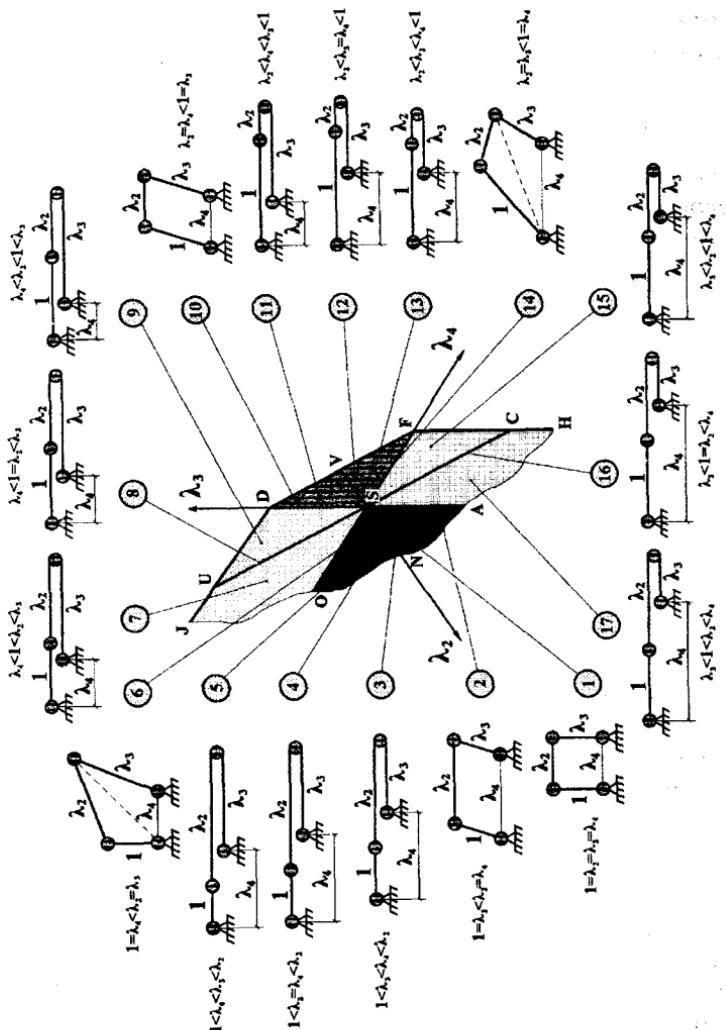


Рис. 1.41. Механизмы плоскости S.

$$\left. \begin{array}{l} -\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0 \quad (S) \\ \lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0 \quad (P) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lambda_3 = 1 \\ \lambda_2 = \lambda_4 \end{array} \right\}. \quad (1.14)$$

Отсюда следует, что прямая пересечения плоскостей S и P получается и в результате пересечения плоскостей  $\lambda_3=1$  и  $\lambda_2=\lambda_4$  (рис. 1.42).

Отрезок  $|DS|$  (рис. 1.42) соответствует механизмам с соотношением длин звеньев  $\lambda_2=\lambda_4 < \lambda_3=1$  (двуухкривошипный механизм параллелограмма, приведенный на рис. 1.26). В точке S имеем механизм квадрата с соотношением длин звеньев  $1=\lambda_2=\lambda_3=\lambda_4$  (см. рис. 1.18), в луче SA – механизмы с соотношением длин звеньев  $1=\lambda_3 < \lambda_2=\lambda_4$  (механизм параллелограмма с наибольшим основанием и шатуном, приведенный на рис. 1.22).

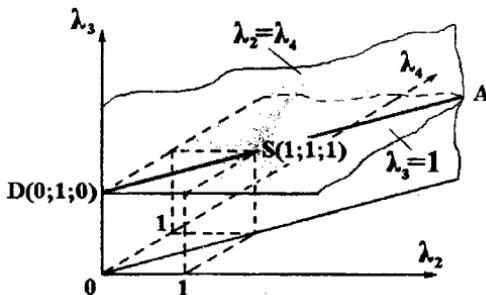


Рис. 1.42. Определение линии пересечения плоскостей P и S.

Линия пересечения плоскостей S и Z, и соответствующие ей механизмы определяются из системы уравнений:

$$\left. \begin{array}{l} -\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0 \quad (S) \\ \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0 \quad (Z) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lambda_4 = 1 \\ \lambda_2 = \lambda_3 \end{array} \right\}. \quad (1.15)$$

Решение данной системы уравнений графически показано на рис. 1.43.

На отрезке FS (рис. 1.43) сосредоточены механизмы с соотношением длин звеньев  $\lambda_2 = \lambda_3 < \lambda_4 = 1$  (кривошипно-коромысловые механизмы Галловея, приведенные на рис. 1.33), в точке S – механизм квадрата (см. рис. 1.18), в луче SW – механизмы с соотношением  $1 = \lambda_4 < \lambda_2 = \lambda_3$  (двуухкривошипные механизмы Галловея, приведенные на рис. 1.30).

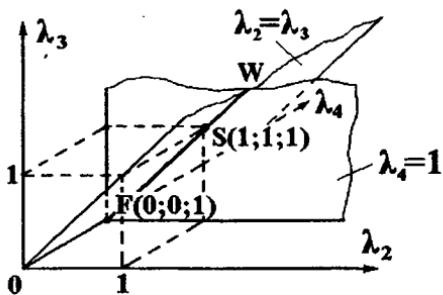


Рис. 1.43. Определение линии пересечения плоскостей Z и S.

Теперь рассмотрим, какой механизм относится ко всем трем плоскостям P, Z и S. Для этого решим систему из трех уравнений:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 - 1 = 0 \quad (P) \\ \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0 \quad (Z) \\ -\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0 \quad (S) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lambda_2 = 1 \\ \lambda_3 = \lambda_4 \\ -\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 - 1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \lambda_2 = 1 \\ \lambda_3 = 1 \\ \lambda_4 = 1 \end{array} \right\}. \quad (1.16)$$

Решением данной системы уравнений является точка S (1;1;1), которой соответствует механизм с соотношением длин звеньев  $\lambda_2=\lambda_3=\lambda_4=1$ , т.е. механизм квадрата (см. рис. 1.28).

Результаты изложенного выше анализа шарнирно-четырехзвенных механизмов с особыми положениями приведены в табл. 1.2.

Из данных табл. 1.2 видно, что каждая внутренняя плоскость P, Z и S пространственной диаграммы включает в себя по 17 механизмов с особыми положениями. Из них 6 механизмов относятся одновременно к двум плоскостям и 1 механизм, т.е. механизм квадрата, относится ко всем трем плоскостям. Следовательно, общее количество механизмов с особыми положениями составляет  $n=17\cdot 3-(6+1+1\cdot 2)=43$ .

Из этих 43 механизмов не имеют зеркального отражения (симметричную схему) 5 механизмов с относительным размером  $\lambda_3=1$ . Остальные 38 механизмов образуют 19 пар механизмов, симметричных друг другу. С точки зрения практики каждая пара представляет собой один и тот же механизм, изображенный с разных сторон. Таким образом, количество механизмов с особыми положениями, не имеющих зеркального отражения составляет 24. Из них 6

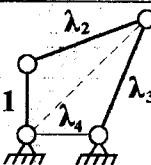
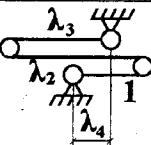
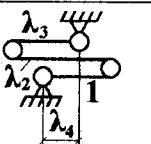
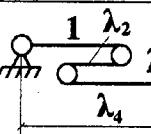
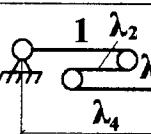
Таблица 1.2

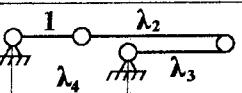
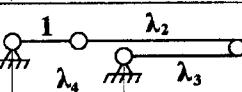
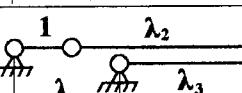
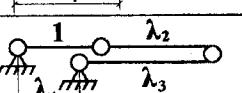
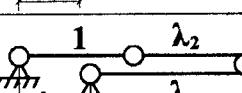
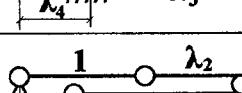
44

№ п/п	Схема механизма	Имеет симм. схему	Отн. к плоск.			Режим работы			Раб. в качест. мех. 1-го класса
			P	Z	S	Двух- крив.	Крив.- кор.	Двух- кор.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1						1 вар			2 вар.
2							1 вар		1 вар
3								2 вар.	
4								2 вар.	
5								2 вар.	
6						2 вар.	4 вар.		

45

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7						4 вар.			
8								4 вар.	
9								4 вар.	
10								4 вар.	
11							2 вар.		
12							2 вар.		
13							2 вар.		

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
14						1 вар.			I вар.
15						2 вар.			
16						2 вар.			
17								4 вар.	
18								4 вар.	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
19							2 вар.		
20							2 вар.		
21							2 вар.		
22							2 вар.		
23							2 вар.		
24							2 вар.		
	Итого	19	10	10	10	9	11	5	3

механизмов работают только в двухкривошипном режиме, 5 механизмов работают только в двухкоромысловом режиме, 9 – в кривошипно-коромысловом режиме, 1 – в двухкривошипном и кривошипно-коромысловом режимах, 1 – в кривошипно-коромысловом режиме и в качестве механизма первого класса, 2 – в двухкривошипном режиме и в качестве механизма первого класса.

## **1.6. Классификация шарнирно-четырехзвенных механизмов с особыми положениями и последовательность перехода их из одного вида в другие**

Область существования шарнирно-четырехвездного механизма, представленная графически в виде пространственной диаграммы (см. рис. 1.17), дает большую наглядности в изучении различных видов шарнирно-четырехзвенных механизмов. Кроме этого она позволяет более четко и наглядно выявить кинематические свойства этих механизмов, а также классифицировать их по кинематическому сходству. Применяя пространственную диаграмму можно также определить пути перехода механизмов с особыми положениями из одного вида в другие, изменения одновременно длину двух звеньев.

Для большей наглядности изучения взаимного расположения механизмов в пространственной диаграмме и возможных путей перехода их из одного вида в другие, верхнюю часть пространственной диаграммы, где кривошипом является звено, относительный размер которого равен единице, преобразуем в плоскую схему, представленную на рис. 1.44.

Анализируя данную схему, шарнирно-четырехзвенные механизмы с особыми положениями можно разделить на две группы. 1) механизмы, которые могут переходить из второго класса в первый и наоборот; 2) механизмы, которые не могут переходить из класса в класс и всегда остаются механизмами второго класса.

Механизмами, способными переходить из класса в класс, являются механизм квадрата, который расположен на пересечении всех внутренних плоскостей Р, Z и S; двухкривошипный механизм Галловея, который находится в линии пересечения внутренних плоскостей Z и S; кривошипно-коромысловый механизм Галловея, расположенный в пересечении плоскостей Р и Z пространственной диаграммы. Как было уже отмечено, условием перехода данных

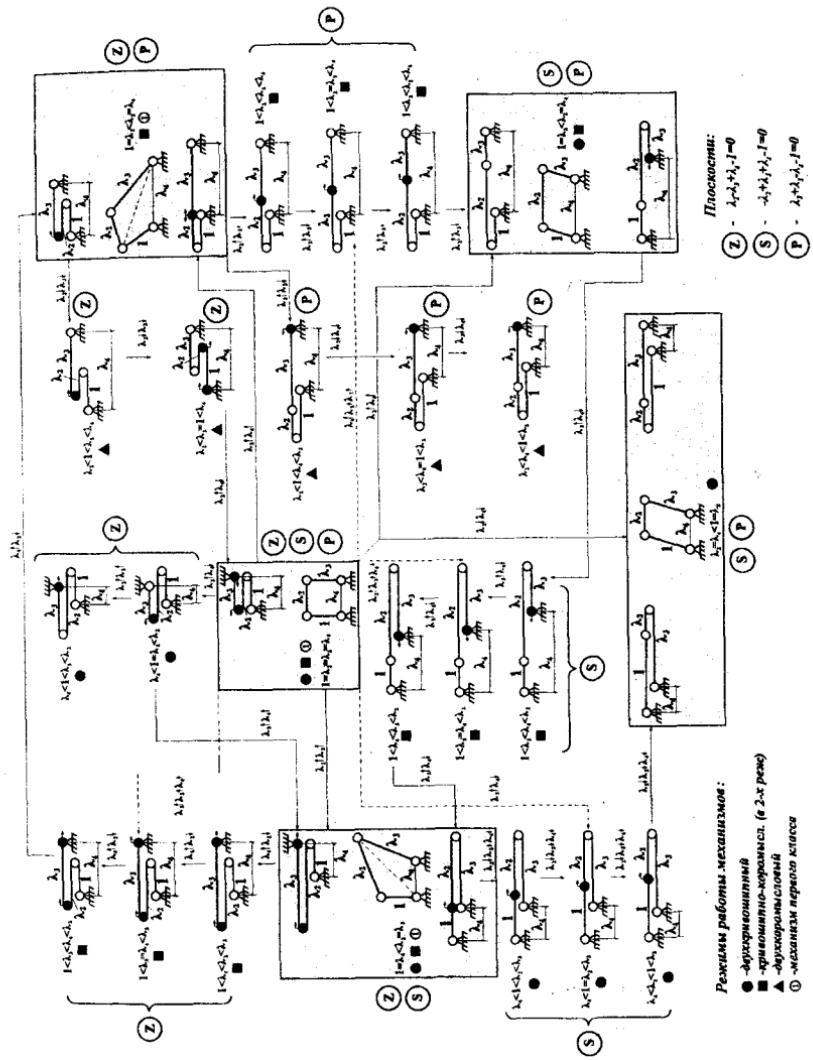


Рис. 1.44.

механизмов из класса в класс, является равенство длины каждого звена механизма со смежным с ним звеном (звеньями).

Из трех механизмов первой группы механизм квадрата и двухкривошипный механизм Галловея в качестве механизма второго класса могут работать в двух режимах: двухкривошипном и кривошипно-коромысловом, а кривошипно-коромысловый механизм Галловея – только в кривошипно-коромысловом режиме.

Рассмотрим теперь механизмы второй группы, которые способны работать только в качестве механизма второго класса (рис. 1.44). Их всего 21, из них только один механизм, т.е. механизм параллелограмма с соотношением длин звеньев  $1 = \lambda_3 < \lambda_2 = \lambda_4$  может работать в двух режимах: двухкривошипном и кривошипно-коромысловом. Все остальные механизмы работают только в одном режиме. В двухкоромысловом режиме работают пять механизмов, в двухкривошипном режиме – шесть и в кривошипно-коромысловом режиме – девять механизмов.

С точки зрения практики, т.е. создания машин, особый интерес представляют девять механизмов, которые работают в кривошипно-коромысловом режиме. Их часто называют шарнирно-четырехзвенными ударными механизмами. Из них три – ударные механизмы с наибольшим шатуном, три – с наибольшим коромыслом и три – с наибольшим основанием. Теоретические и экспериментальные исследования показали, что из трех ударных механизмов с наибольшим шатуном механизм с соотношением длин звеньев  $1 < \lambda_4 < \lambda_3 < \lambda_2$  обеспечивает наиболее оптимальные кинематические и динамические выходные параметры ударной машины.

Из трех ударных механизмов с наибольшим коромыслом в качестве исполнительного механизма выбран механизм с соотношением длин звеньев  $1 < \lambda_2 < \lambda_4 < \lambda_3$ . Ударные механизмы с наибольшим основанием в ударных машинах в настоящее время не используются в связи с некоторыми их недостатками по сравнению с другими двумя видами ударных механизмов.

Уникальными свойствами обладают механизмы Галловея с соотношением длин звеньев  $1 = \lambda_2 < \lambda_3 = \lambda_4$  (кривошипно-коромысловый механизм Галловея) и механизм параллелограмма с соотношением длин звеньев  $1 = \lambda_3 < \lambda_2 = \lambda_4$ . Так, например, механизм Галловея с соотношением длин звеньев  $1 = \lambda_2 < \lambda_3 = \lambda_4$  может ра-

ботать как ударный механизм с наибольшим коромыслом, и как ударный механизм с наибольшим основанием. Причем, и в том и в другом случае совершив удар, данный механизм может переходить из второго в первый.

После того, как механизм переходит из второго класса в первый, коромысло становится неподвижным, т.е. обеспечивается «выстой» коромысла. Для того чтобы вывести коромысло из состояния выстой необходимо приложить к нему усилие в особом положении механизма в направлении, противоположном движению коромысла при совершении удара. В реальных ударных машинах это может произойти за счет упругости соударяющихся тел.

Свойство кривошипно-коромыслового механизма Галловея обеспечивать выстой коромысла с различной продолжительностью, позволяет создавать на его основе прессы различного назначения, устройства для точечных сварок и др.

Уникальность механизма параллелограмма с соотношением длин звеньев  $1 = \lambda_2 < \lambda_3 = \lambda_4$  заключается в том, что он может работать как ударный механизм с наибольшим основанием, и как ударный механизм с наибольшим шатуном. В первом случае передаточное отношение равно единице, во втором случае теоретически передаточное отношение можно довести до бесконечности. Угол качания коромысла и в том и в другом случае составляет  $180^\circ$ . На основе этих механизмов можно создавать ударные машины двойного действия, в которых за один оборот кривошипа коромысло будет совершать два удара с различной энергией.

На рис. 1.44 показаны пути последовательного перехода шарнирно-четырехзвенных механизмов с особыми положениями из одного вида в другие при одновременном варьировании длин двух звеньев. Варьирование длин звеньев условно обозначено стрелками, направленными вверх (увеличение) и стрелками, направленными вниз (уменьшение). Например,  $\lambda_3 \uparrow \lambda_2 \downarrow$  – означает увеличение относительной длины  $\lambda_3$  звена 3 с одновременным уменьшением относительной длины  $\lambda_2$  звена 2. Следует заметить, что при изменении направления перехода в противоположную сторону, необходимо также изменить направления стрелок, указывающих варьирование длин звеньев.

Нужно отметить, что механизм квадрата, обозначенный точкой S в пространственной диаграмме (см. рис. 1.17), расположен в цен-

тре диаграммы на пересечении всех трех внутренних ее плоскостей. Соответственно и на рис. 1.44 этот механизм находится в центре, и имеет множество путей перехода в другие виды шарнирно-четырехзвенных механизмов с особыми положениями.

Таким образом, применение методов аналитической геометрии в изучении шарнирно-рычажных механизмов, в том числе и механизмов переменной структуры, позволяет более глубоко и систематично исследовать эти механизмы. Пространственные диаграммы, построенные на основе этих методов, позволяют синтезировать новые схемы механизмов с заданными кинематическими и динамическими параметрами.

## Глава 2

---

### КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ШАРНИРНО-ЧЕТЫРЕХЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ

При кинематическом анализе шарнирно-четырехзвенных механизмов аналитическим методом уравнения скоростей и ускорений точек, а также передаточных функций можно вывести, используя в качестве расчетных схем планы скоростей и ускорений. Данный метод применим для всех положений механизмов, за исключением особого положения механизма.

Произвести кинематический анализ шарнирно-четырехзвенных механизмов с особыми положениями, в частности, определить передаточные отношения  $u_{31}$  и  $u_{21}$  в особых положениях механизмов обычными графоаналитическими методами невозможно. Это объясняется тем, что в данном случае все звенья встроены в одну линию, соответственно все векторы плана скоростей также лежат на одной линии. Но ввиду того, что именно в особых положениях механизмов передаточные отношения  $u_{31}$  и  $u_{21}$  имеют максимальные значения и практическую значимость, возникла потребность определения их другим, специфическим для особого положения механизма, методом.

В настоящее время из всех шарнирно-четырехзвенных механизмов с особыми положениями наиболее широкое применение получили механизмы, способные работать в режиме удара. Причем в этих механизмах удар совершается в особом положении звеньев, когда передаточные отношения  $u_{31}$  и  $u_{21}$  достигают максимальных значений.

В настоящей главе рассмотрен метод кинематического анализа особых положений применительно к ударным механизмам, а также вопросы определения скоростей центров масс звеньев. Определение скоростей центров масс звеньев по величине и направлению необходимо для приведения сил тяжести звеньев механизма, а также для определения приведенного момента инерции плоско-параллельно движущегося шатуна при составлении динамической модели механизма.

## 2.1. Определение угловых координат звеньев шарнирно-четырехзвенного механизма

Определение угловых координат звеньев механизма при заданных значениях длин звеньев (абсолютных или относительных) и всех обобщенных координат, число которых соответствует числу степеней свободы механизма, является важнейшей частью кинематического анализа.

Известно, что существуют два основных метода кинематического анализа: графоаналитический и аналитический. Преимущества и недостатки этих методов также общеизвестны. Роль аналитического метода особенно возросла в последние годы в связи с тем, что при данном методе анализа механизмов можно использовать ЭВМ.

При составлении уравнений для определения угловых координат звеньев механизма почти всегда возникает необходимость ввести еще какие-то дополнительные условия. Это связано с тем, что эти аналитические уравнения включают в себя тригонометрические функции, такие как:  $\arctg$ ,  $\arccos$ ,  $\arcsin$  и т.п., каждая из которых при одном значении аргумента дает по два решения, и одно из них соответствует действительному значению искомой величины. Но электронно-вычислительные машины для функции  $\arctg$  из двух ответов, т.е. углов, относящихся к первой и третьей четвертям, в качестве ответа всегда дают угол, расположенный в первой четверти, хотя в действительности этот угол может находиться в третьей четверти. А из двух углов, относящихся ко второй и четвертой четвертям, ЭВМ всегда в качестве правильного ответа предлагает угол четвертой четверти. Точно так же, для всех остальных тригонометрических функций не всегда можно получить действительное значение угла, а угол, который симметричен действительному углу относительно одной из осей или начала системы координат.

Чтобы выбрать правильное решение из двух вариантов, вводятся дополнительные условия. Рассмотрим такие условия на примере определения угловых координат коромысла и шатуна шарнирно-четырехзвенного механизма, которые даны в [121]. Расчетная схема для определения этих углов, приведенная в [121], показана на рис. 2.1.

Из расчетной схемы, приведенной на рис. 2.1, получены уравнения для определения угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_2$ :

$$\varphi_3 = \operatorname{arctg} \left( -\frac{\sin \varphi_1}{\lambda_4 - \cos \varphi_1} \right) + \arccos \frac{1 + \lambda_3^2 + \lambda_4^2 - \lambda_2^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}{2\lambda_3 \sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}}; \quad (2.1)$$

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} \left( -\frac{\sin \varphi_1}{\lambda_4 - \cos \varphi_1} \right) + \arccos \frac{1 + \lambda_2^2 + \lambda_4^2 - \lambda_3^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}{2\lambda_2 \sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}}, \quad (2.2)$$

где  $\lambda_2 = l_2 / l_1$ ,  $\lambda_3 = l_3 / l_1$ ,  $\lambda_4 = l_4 / l_1$ .

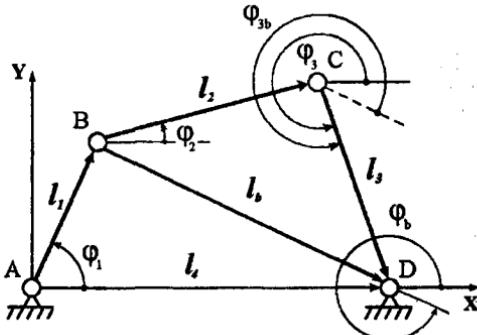


Рис. 2.1. Расчетная схема для определения угловых координат звеньев,

в которой вектор  $\ell_3$  направлен от точки С к точке D.

Дополнительное условие, о котором говорилось выше, в данном случае введено следующим образом [121]: если  $\operatorname{sgn}(x_D - x_B) = 1$ , то угловая координата базового вектора  $\varphi_b$ , т.е. первое слагаемое в уравнениях (2.1) и (2.2) остается неизменным:

$$\varphi_b = \operatorname{arctg} \left( -\frac{\sin \varphi_1}{\lambda_4 - \cos \varphi_1} \right).$$

Если  $\operatorname{sgn}(x_D - x_B) = -1$ , то

$$\varphi_b = \operatorname{arctg} \left( -\frac{\sin \varphi_1}{\lambda_4 - \cos \varphi_1} \right) + \pi.$$

Введение этих условий при составлении программы расчета на ЭВМ не вызывает никаких затруднений, но сама запись уравнения с учетом приложенных условий неудобна. Чтобы исключить эти не-

удобства, необходимо ввести дополнительные условия в само уравнение [16].

Предлагаем для этого угловую координату  $\varphi_b$  базового вектора выразить через  $\arccos$ . Для этого используем расчетную схему, приведенную в [47] (рис. 2.2).

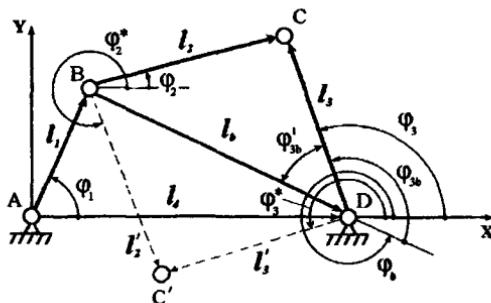


Рис. 2.2. Расчетная схема для определения угловых координат звеньев, в которой вектор  $l_3$  направлен от точки D к точке C.

Из треугольника ABD по теореме косинусов имеем:

$$l_s^2 + l_4^2 - 2l_s l_4 \cos \varphi_1 = l_1^2.$$

Отсюда, введя относительные размеры звеньев  $\lambda_2, \lambda_3$  и  $\lambda_4$ , и учитывая, что

$$l_s = \sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}, \text{ получим:}$$

$$\varphi_b = \arccos \frac{\lambda_4 - \cos \varphi_1}{\sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}}. \quad (2.3)$$

Теперь проверим, в каких случаях в уравнение (2.3) необходимо ввести корректировку. Для этого рассмотрим четыре варианта схем шарнирно-четырехзвенного механизма, в которых базовый вектор  $l_b$  находится в первой (рис. 2.3a), во второй (рис. 2.3б), в третьей (рис. 2.3в) и в четвертой (рис. 2.3г) четвертях. Из этих схем видно, что для первых двух вариантов (рис. 2.3a, б), когда базовый вектор расположен в первой или во второй четверти, ЭВМ даст результаты, совпадающие с реальными значениями угла  $\varphi_b$ , а в двух

остальных случаях (рис. 2.3 $\delta$ , $\gamma$ ) результаты расчета на ЭВМ не будут соответствовать истинным значениям угла  $\varphi_b$ , а будут симметричны им относительно оси  $x$ . С учетом этого в уравнение (2.3) введем корректировку следующим образом:

$$\varphi_b = \operatorname{sgn}(-\sin \varphi_1) \cdot \arccos \frac{\lambda_4 - \cos \varphi_1}{\sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}}. \quad (2.4)$$

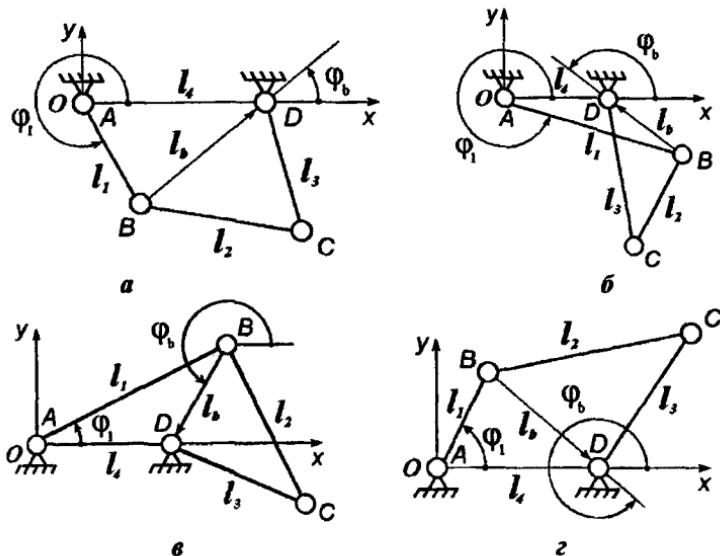


Рис. 2.3. Схемы шарнирно-четырехзвенных механизмов с различным расположением базового вектора  $\ell_b$ :  $a$  – в первой четверти;  $b$  – во второй четверти;  $c$  – в третьей четверти;  $d$  – в четвертой четверти.

Расчетная схема, приведенная на рис. 2.2, отличается от схемы, которая показана на рис. 2.1 тем, что вектор  $\ell_3$  направлен от точки D к точке C, и на ней угол  $\varphi_3$  более наглядно показывает положение коромысла. При этой расчетной схеме второе слагаемое уравнения (2.1), т.е. угол, определяющий положение вектора  $\ell_3$  относительно  $\ell_4$ , также имеет иной вид, вывод которого производится по общепринятой методике [121]. Из треугольника BCD (см. рис. 2.2) по теореме косинусов следует:

$$l_2^2 = l_3^2 + l_e^2 - 2l_3l_e \cos \varphi'_{3e}.$$

Учитывая, что  $\cos \varphi'_{3e} = -\cos \varphi_{3e}$ , из данного уравнения получим:  $l_2^2 = l_3^2 + l_e^2 + 2l_3l_e \cos \varphi_{3e}$ , отсюда

$$\varphi_{3B} = \arccos \frac{l_2^2 - l_3^2 - l_e^2}{2l_3l_e}. \quad (2.5)$$

Используя относительные размеры звеньев, и учитывая, что  $l_e = \sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}$ , уравнение (2.5) перепишем в следующем виде:

$$\varphi_{3B} = \arccos \frac{\lambda_2^2 - \lambda_3^2 - \lambda_4^2 + 2\lambda_4 \cos \varphi_1 - 1}{2\lambda_3 \sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}}. \quad (2.6)$$

Из рис. 2.2 видно, что

$$\varphi_3 = \varphi_B + \varphi_{3B}. \quad (2.7)$$

Подставляя формулы (2.4) и (2.6) в формулу (2.7), получим:

$$\begin{aligned} \varphi_3 &= sgn(-\sin \varphi_1) \cdot \arccos \frac{\lambda_4 - \cos \varphi_1}{\sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}} + \\ &+ \arccos \frac{\lambda_2^2 - \lambda_3^2 - \lambda_4^2 + 2\lambda_4 \cos \varphi_1 - 1}{2\lambda_3 \sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Уравнение (2.8) соответствует сборке механизма, схема которого на рис. 2.2 выделена сплошными линиями.

При второй схеме сборки механизма, нарисованного пунктирными линиями (рис. 2.2), угловая координата коромысла определяется как

$$\varphi_3^* = \varphi_B - \varphi_{3B},$$

или

$$\begin{aligned} \varphi_3^* &= sgn(-\sin \varphi_1) \cdot \arccos \frac{\lambda_4 - \cos \varphi_1}{\sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}} - \\ &- \arccos \frac{\lambda_2^2 - \lambda_3^2 - \lambda_4^2 + 2\lambda_4 \cos \varphi_1 - 1}{2\lambda_3 \sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Аналогичным образом определяется угловая координата шатуна при первой схеме сборки шарнирно-четырехзвенного механизма [16]:

$$\begin{aligned}\varphi_2 = \operatorname{sgn}(-\sin \varphi_1) \cdot \arccos \frac{\lambda_4 - \cos \varphi_1}{\sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}} + \\ + \arccos \frac{1 + \lambda_2^2 + \lambda_4^2 - \lambda_3^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}{2\lambda_2 \sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}}.\end{aligned}\quad (2.10)$$

При второй схеме сборки этот угол определяется как

$$\begin{aligned}\varphi_2 = \operatorname{sgn}(-\sin \varphi_1) \cdot \arccos \frac{\lambda_4 - \cos \varphi_1}{\sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}} - \\ - \arccos \frac{1 + \lambda_2^2 + \lambda_4^2 - \lambda_3^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}{2\lambda_2 \sqrt{1 + \lambda_4^2 - 2\lambda_4 \cos \varphi_1}}.\end{aligned}\quad (2.11)$$

Уравнения (2.8)–(2.11) применимы для всех видов шарнирно-четырехзвенного механизма с любыми соотношениями длин звеньев и для любых их положений.

## 2.2. Анализ зависимостей угловых координат звеньев шарнирно-четырехзвенных механизмов с особыми положениями

Особое положение – это положение механизма, при котором возникает неопределенность в движении звеньев, т.е. при движении ведущего звена в одном и в том же направлении, ведомое звено может двигаться в том же или ином направлении. Следовательно, в особом положении механизм может перейти из одного закона движения в другой, кроме того, некоторые из них могут переходить из второго класса в первый и наоборот. В качестве ведущего звена принимаем: кривошип в кривошипно-коромысловых механизмах, наименьшее коромысло в двухкоромысловых механизмах и наименьший кривошип в двухкривошипных механизмах.

Неопределенность движений звеньев в особом положении возникает в результате превращения треугольника, вершинами которого являются кинематические пары B, C и D (см. рис. 2.2), в отрезок

прямой линии. Закон движения звеньев считается постоянным, если в процессе движения звеньев порядок расположения вышеуказанных точек (кинематических пар) в треугольнике остается неизменным.

В контуре треугольника по направлению часовой стрелки точки (кинематические пары) могут иметь два варианта последовательности расположения: 1)  $BCD$ ; 2)  $BDC^l$  (см. рис. 2.2). Для удобства условно примем следующее: если в процессе работы механизма треугольник имеет контур  $BCD$ , т.е. соответствует первому варианту расположения точек, то считаем, что звенья движутся по первому закону движения. Соответственно, если треугольник имеет контур  $BDC^l$  (второй вариант), то закон движения считается вторым. При работе механизма по первому закону угловая координата коромысла определяется углом  $\varphi_3$  (2.8), а при работе по второму закону – углом  $\varphi_3^*$  (2.9).

Существуют положения механизмов, в которых треугольник  $BCD$  или  $BDC^l$  исчезает, превращаясь в отрезок прямой линии. Такое положение механизма возникает, когда шатун располагается в одну линию вместе с правым подвижным звеном (в данном случае рассматриваем только те механизмы, у которых левое звено равно или меньше правого подвижного звена). Данное положение механизма называется особым положением, т.к. именно в этом положении механизм может переходить из одной схемы сборки в другую без его разборки, соответственно из одного закона движения в другой. Следует заметить, что разновидностью особого положения является положение механизма, в котором все звенья выстраиваются в одну линию, за исключением тех случаев, когда длина одного звена равняется сумме длин остальных трех звеньев механизма.

Рассмотрим все варианты шарнирно-четырехзвенных механизмов с особыми положениями и условия их существования. Условием существования особого положения механизма является то, что коромысло (наибольшее коромысло в двухкоромысловом механизме) и шатун лежат на одной линии. Это возможно при следующих условиях:

- 1) окружность радиуса  $\ell_3 - \ell_2$  ( $\ell_3 \geq \ell_2$ ) с центром в точке D пересекается с окружностью радиуса  $\ell_1$  с центром в точке A (рис. 2.4);

- 2) окружность радиуса  $\ell_2 - \ell_3$  ( $\ell_2 \geq \ell_3$ ) с центром в точке D пересекается с окружностью радиуса  $\ell_1$  с центром в точке A (рис. 2.5);

- 3) окружность радиуса  $\ell_3 + \ell_2$  с центром в точке D пересекается с окружностью радиуса  $\ell_1$  с центром в точке A (рис. 2.6).

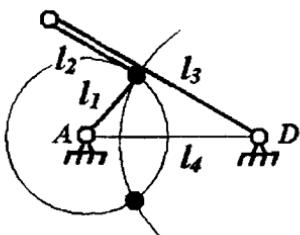


Рис. 2.4.

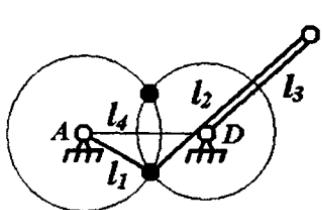


Рис. 2.4.

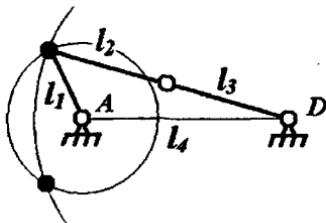


Рис. 2.6.

Эти три условия, в зависимости от соотношений длин звеньев, могут существовать каждое по отдельности или в следующем сочетании: 1) первое и третье; 2) второе и третье.

Первое и второе условия существования особых положений механизмов можно объединить так: если окружность радиуса  $|\ell_3 - \ell_2|$  с центром в точке D пересекается с окружностью радиуса  $\ell_1$  с центром в точке A, то существует особое положение механизма.

Количество точек пересечения этих окружностей определяет количество особых положений механизма. Исключением является положение, когда окружность радиуса  $\ell_1$  одновременно пересекается с окружностями радиусов  $\ell_3 - \ell_2$  и  $\ell_3 + \ell_2$  в четырех точках (с каждой окружностью в двух), в этом случае особые положения рассматриваемого механизма определяются только двумя точками, лежащими по одну сторону оси межпорного расстояния в зависимости от того, как собран механизм. Только разобрав механизм и собрав его заново, можно получить остальные два особые положения механизма. Общей точкой соприкосновения первого и второго

условий является случай, когда  $\ell_3 = \ell_2$ . При этом и по первому, и по второму условию окружность с центром в точке D превращается в точку. Если эта точка находится на окружности радиуса  $\ell_1$  с центром в точке A, то данный механизм имеет особое положение.

Рассмотрим на конкретных примерах механизмов все рассмотренные выше виды особых положений. Для этого удобно выбрать определенное соотношение длин звеньев  $\ell_1, \ell_2$  и  $\ell_3$ , и варьировать длину межпорного расстояния  $\ell_4$  в определенных пределах. Так, например, механизм с соотношением длин звеньев  $\ell_2 < \ell_1 < \ell_3$ ;  $\ell_1 < \ell_3 - \ell_2$  и с первоначальным значением длины основания  $\ell_4 = \ell_3 - \ell_2 - \ell_1$  (рис. 2.7) при изменении длины межпорного расстояния претерпевает следующие изменения. Как видно на рис. 2.7, в этой схеме не только шатун и коромысло лежат на одной линии, а все звенья выстроены в одну линию. Окружность радиуса  $\ell_3 - \ell_2$  с центром в точке D пересекается с окружностью радиуса  $\ell_1$  с центром в точке A в одной точке. Степень свободы данной схемы равна нулю.

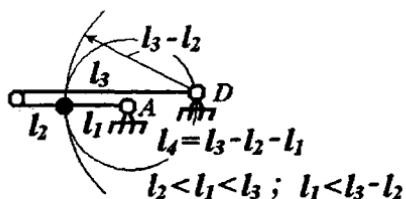


Рис. 2.7.

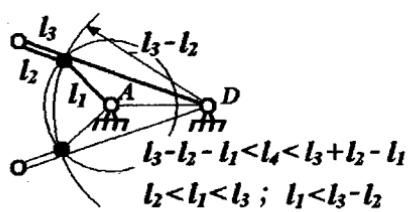


Рис. 2.8.

Начнем постепенно увеличивать межпорное расстояние при постоянстве длин других звеньев. В интервале значений межпорного расстояния

$$\ell_3 - \ell_2 - \ell_1 < \ell_4 < \ell_3 + \ell_2 - \ell_1$$

указанные выше окружности пересекаются в двух точках, следовательно, будем иметь двухкоромысловый механизм с двумя особыми положениями, которые симметричны относительно оси межпорного расстояния (рис. 2.8).

Зависимости угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для данного механизма представлены на рис. 2.9, где жирной линией выделена зависимость для первого закона движения ( $\varphi_3$  от  $\varphi_1$ ), а тон-

кой линией отмечен второй закон движения звеньев ( $\varphi_3^*$  от  $\varphi_1$ ). Точки соприкосновения этих графиков соответствуют особым положениям механизма. Это еще раз доказывает то, что именно в особых положениях механизм может переходить из одного закона движения в другой. В этих особых положениях шатун и наибольшее коромысло складываются в одну линию (см. рис. 2.8).

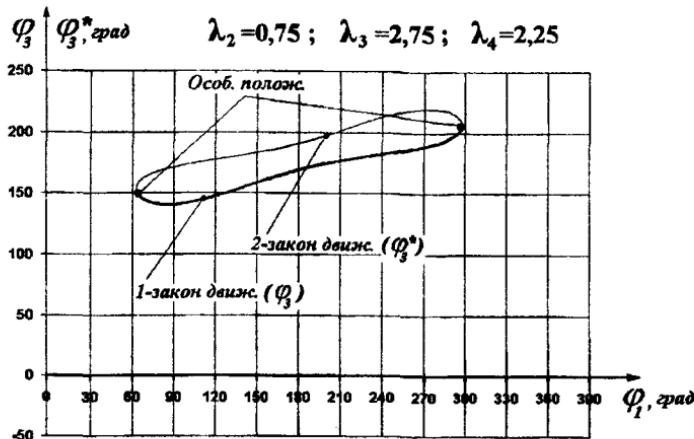


Рис. 2.9. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для механизма с соотношениями длин звеньев  $\ell_2 < \ell_1 < \ell_3$ ;  $\ell_1 < \ell_3 - \ell_2$  при  $\ell_3 - \ell_2 - \ell_1 < \ell_4 < \ell_3 + \ell_2 - \ell_1$ .

При  $\ell_4 = \ell_3 + \ell_2 - \ell_1$  окружность радиуса  $\ell_1$  пересекается с окружностью радиуса  $\ell_3 - \ell_2$  в двух точках, а с окружностью радиуса  $\ell_2 + \ell_3$  – в одной точке, т.е. данный механизм имеет три особых положения (рис. 2.10). Этот механизм также является двухкоромысловым.

Графики зависимостей углов  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от обобщенной координаты  $\varphi_1$  рассматриваемого механизма представлены на рис. 2.11, где жир-

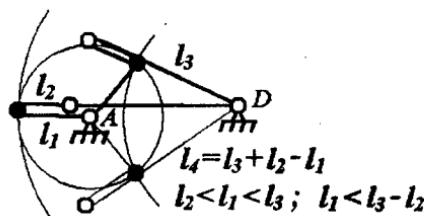


Рис. 2.10.

ная линия, соответствующая первому закону движения стыкуется с тонкой линией, соответствующей второму закону движения, в трех точках. Если сравнить данную графическую зависимость с предыдущим графиком, то нетрудно заметить, как произошло преобразование. По мере увеличения межпорного расстояния средние части жирной и тонкой линий сгибаются навстречу друг к другу, и при  $\ell_4 = \ell_3 + \ell_2 - \ell_1$  они стыкуются в третьей (средней) точке, т.е. появляется третье особое положение механизма. В этом особом положении все четыре звена располагаются на одной линии (см. рис. 2.10).

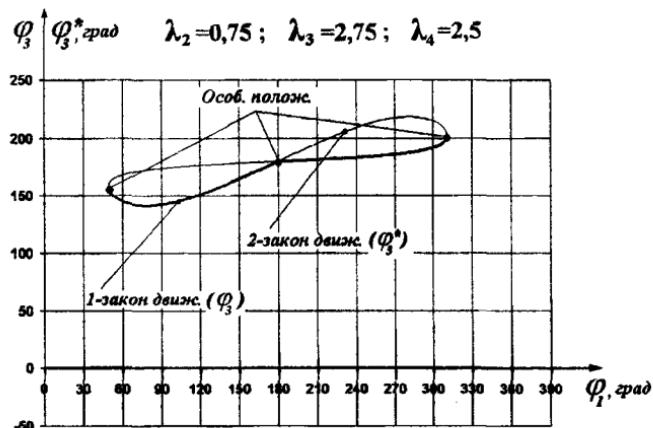


Рис. 2.11. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для механизма с соотношениями длин звеньев  
 $\ell_2 < \ell_1 < \ell_3$ ;  $\ell_1 < \ell_3 - \ell_2$  при  $\ell_4 = \ell_3 + \ell_2 - \ell_1$ .

Анализируя графические зависимости, представленные на рис. 2.11, можно увидеть, что рассматриваемый механизм может работать как по одному из двух законов движения или с различными их сочетаниями. В результате сочетания двух законов движения в различной последовательности, у этих механизмов появляется возможность работы в двухкоромысловом режиме по четырнадцати вариантам. Итого у данного механизма получается 16 вариантов работы. Как видно из графиков на рис. 2.11, при работе механизма только по первому или второму закону движения, в среднем особом положении происходит скачкообразное изменение передаточного числа  $i_{31}$ . Когда механизм работает, переходя в каждом особом по-

ложении из одного закона движения в другой, то передаточное отношение  $i_{31}$  изменяется плавно.

В интервале значений  $\ell_3 + \ell_2 - \ell_1 < \ell_4 < \ell_3 + \ell_1 - \ell_2$  окружность радиуса  $\ell_1$  с центром в точке А пересекается с каждой окружностью с радиусами  $\ell_3 - \ell_2$  и  $\ell_2 + \ell_3$  и центрами в точке D в двух точках (рис. 2.12). Таким образом, полученный двухкоромысловый механизм обладает двумя особыми положениями, которые расположены по одну сторону межопорного расстояния (несимметричные).

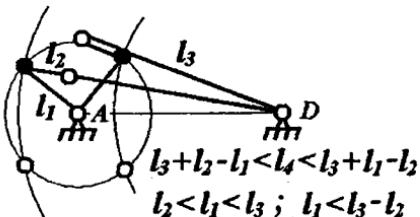


Рис. 2.12.

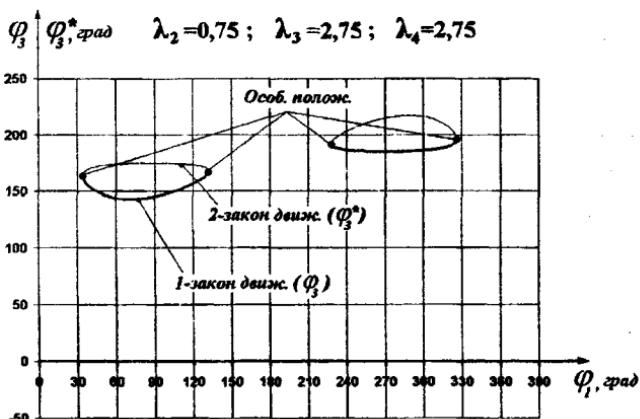


Рис. 2.13. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для механизма с соотношениями длин звеньев  $\ell_2 < \ell_1 < \ell_3 ; \ell_1 < \ell_3 - \ell_2$  при  $\ell_3 + \ell_2 - \ell_1 < \ell_4 < \ell_3 + \ell_1 - \ell_2$ .

График зависимости угла  $\varphi_3$  от  $\varphi_1$  данного механизма представлен на рис. 2.13, из которого видно, что первоначальная цельная графическая зависимость (см. рис. 2.11) в результате дальнейшего увеличения межопорного расстояния  $\ell_4$  разделена на две отдельные части, каждая из которых имеет по два особых положения.

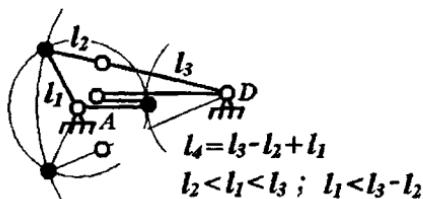


Рис. 2.14.

Разрыв графической зависимости происходит именно в средней точке, соответствующей среднему особому положению механизма. Из одной части графической зависимости в другую можно перейти только путем разборки и сборки механизма,

располагая звенья симметрично первоначальному положению относительно оси основания механизма.

Увеличив межпорное расстояние до  $\ell_4 = \ell_3 + \ell_1 - \ell_2$ , получим двухкоромысловый механизм с тремя особыми положениями (рис. 2.14), два из них определяются точками, в которых пересекаются окружность радиуса  $\ell_1$  с центром в точке А и окружность радиуса  $\ell_2 + \ell_3$  с центром в точке D. Третье особое положение механизма определяется точкой пересечения окружности радиуса  $\ell_1$  и окружности радиуса  $\ell_3 - \ell_2$ . Зависимости углов  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от  $\varphi_1$  полученного механизма представлены на рис. 2.15.

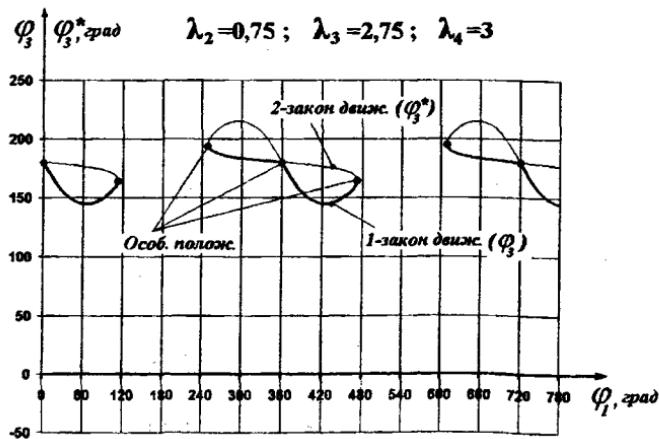


Рис. 2.15. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для механизма с соотношениями длин звеньев  $\ell_2 < \ell_1 < \ell_3$ ;  $\ell_1 < \ell_3 - \ell_2$  при  $\ell_4 = \ell_3 - \ell_2 + \ell_1$ .

Преобразование графических зависимостей  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от  $\varphi_1$  (см. рис. 2.13) предыдущего механизма в данную зависимость происходит следующим образом. При увеличении длины основания механизма, представленного на рис. 2.12, две части графической зависимости (см. рис. 2.13) начинают и дальше отделяться друг от друга, и при  $\ell_4 = \ell_3 + \ell_1 - \ell_2$  каждая часть графических зависимостей стыкуется с противоположными частями графических зависимостей предыдущего и последующего циклов. В результате этого образуется графическая зависимость с тремя особыми точками, которые соответствуют трем особым положениям механизма, представленного на рис. 2.14. Средняя точка соответствует среднему, вновь образованному особому положению, где  $\ell_4 = \ell_3 + \ell_1 - \ell_2$ .

Механизм, представленный на рис. 2.14, согласно графическим зависимостям (рис. 2.15) может работать только в двухкоромысловом режиме по двум различным законам движения по отдельности или в их сочетании. В результате сочетания двух законов движения в различной последовательности, у таких механизмов появляется возможность работы в двухкоромысловом режиме по шестнадцати вариантам, как и у механизма, представленного на рис. 2.10.

Дальнейшее увеличение  $\ell_4$  приводит к тому, что окружность радиуса  $\ell_3 - \ell_2$  с центром в точке D не будет пересекаться с окружностью радиуса  $\ell_1$  с центром в точке A, а окружность радиуса  $\ell_2 + \ell_3$  пересекается с данной окружностью в двух точках (рис. 2.16).

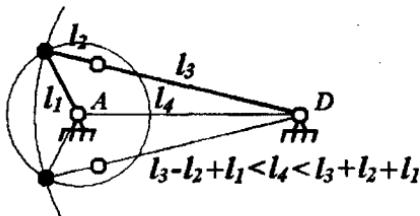


Рис. 2.16.

Этот механизм является двухкоромысловым механизмом с двумя симметричными особыми положениями. Исчезновение третьего особого положения наглядно видно на графических зависимостях  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от  $\varphi_1$  (рис. 2.17) для данного механизма. Сравнивая эти графические зависимости с графическими зависимостями предыдущего механизма, можно заметить, что третья особая точка перестала существовать в результате объединения двух, стыкующихся в особой точке, частей графических зависимостей, изображенных на рис. 2.15.

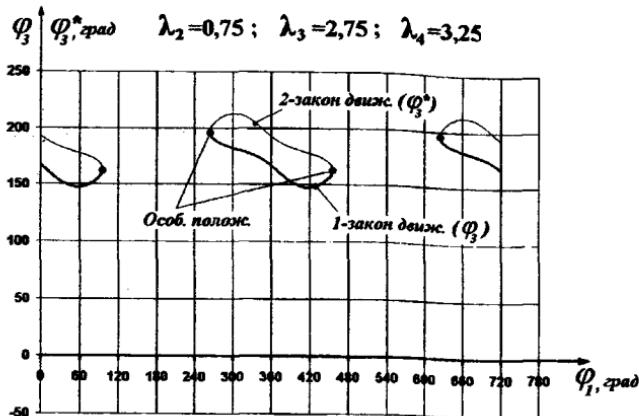
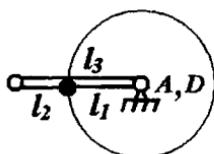


Рис. 2.17. Графики зависимостей угловых координат  $\phi_3$  и  $\phi_3^*$  от угла  $\phi_1$  для механизма с соотношением длин звеньев

$$l_3 - l_2 + l_1 < l_4 < l_3 + l_2 + l_1.$$

Рассмотрим теперь все возможные варианты особых положений механизмов с соотношением  $l_2 < l_1 < l_3$ ;  $l_1 = l_3 - l_2$ ;  $l_4 - \text{var}$ , варьируя длину основания с наименьшего значения, при котором возникает особое положение механизма. Наименьшее значение  $l_4$  в данном случае равно нулю, т.е. окружности радиусов  $l_1$  и  $l_3 - l_2$  полностью совпадают (рис. 2.18). Но это не является особым положением механизма, т.к. в данном случае механизм работает как механизм первого класса и изменения закона движения не происходит. При дальнейшем увеличении межопорного расстояния



$$l_2 < l_1 < l_3; \quad l_2 = l_3 - l_1 \\ l_4 = l_3 - l_2 - l_1 = 0$$

происходят те же преобразования, которые рассматривались выше при исследовании механизмов с соотношением длин звеньев  $l_2 < l_1 < l_3$ ;  $l_1 < l_3 - l_2$ .

В случае, когда звенья механизма соотносятся как  $l_2 < l_1 < l_3$ ;  $l_1 > l_3 - l_2$ ;  $l_4 - \text{var}$ , наименьшим значением длины основания, при

Рис. 2.18.

котором окружность радиуса  $l_1$  пересекается с окружностью радиуса  $l_3 - l_2$  в одной точке, является  $\ell_{4(\min)} = \ell_1 + \ell_2 - \ell_3$  (рис. 2.19). Данный механизм является двухкривошипным механизмом с одним особым положением. Увеличивая  $\ell_4$  можно убедиться в том, что при этом будут происходить те же преобразования, что и в двух предыдущих случаях, т.е. последовательность преобразования механизмов с особыми положениями остается неизменной.

Рассмотрим теперь последовательность преобразования механизмов с соотношениями длин звеньев  $\ell_2 = \ell_1 < \ell_3$ ;  $\ell_1 > \ell_3 - \ell_2$  при варьировании  $\ell_4$ . Первоначально при минимальном значении  $\ell_4 = \ell_1 + \ell_2 - \ell_3$  механизм является двухкривошипным с одним особым положением (рис. 2.20).

Графические зависимости углов  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от  $\varphi_1$  данного механизма представлены на рис. 2.21. Из этих графиков видно, что механизмы с соотношениями длин звеньев  $\ell_2 = \ell_1 < \ell_3$ ;  $\ell_1 > \ell_3 - \ell_2$ ;  $\ell_4$ -var могут работать только в двухкривошипном режиме по двум законам движения.

Характерной особенностью работы рассматриваемых механизмов является резко выраженная неравномерность вращения кривошипа с наибольшей длиной при равномерном вращении кривошипа меньшей длины. Причем, наибольшее значение передаточного отношения угловых скоростей двух кривошипов соответствует особымому положению механизма.

Анализируя графические зависимости, представленные на рис. 2.21, можно заметить, что в особом положении механизма может

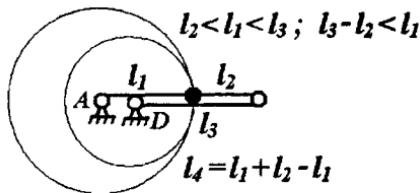


Рис. 2.19.

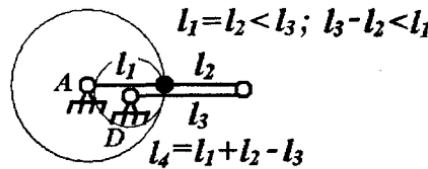


Рис. 2.20.

произойти плавное или скачкообразное изменение передаточного отношения  $i_{31}$ . Первое происходит, когда механизм в особом положении переходит из одного закона движения в другой, а второе – когда механизм работает только по одному из двух законов движения.

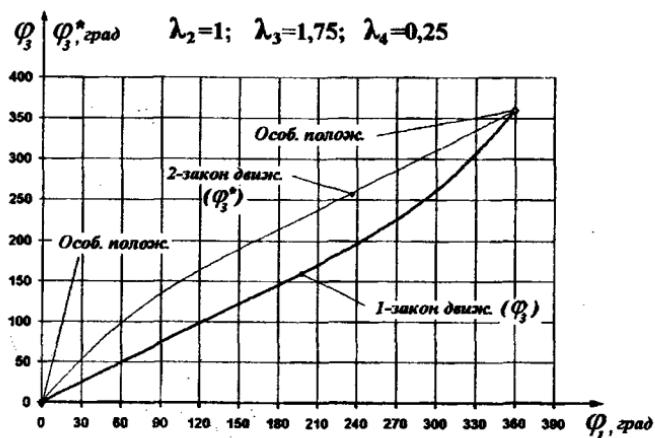


Рис. 2.21. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для механизма с соотношением длин звеньев  
 $\ell_1 = \ell_2 < \ell_3$ ;  $\ell_3 - \ell_2 < \ell_1$  при  $\ell_4 = \ell_1 + \ell_2 - \ell_3$ .

В пределах значений длины основания  $\ell_1 + \ell_2 - \ell_3 < \ell_4 < \ell_3 + \ell_2 - \ell_1$  окружность радиуса  $\ell_3 - \ell_2$  с центром в точке D пересекается с окружностью радиуса  $\ell_1$  с центром в точке

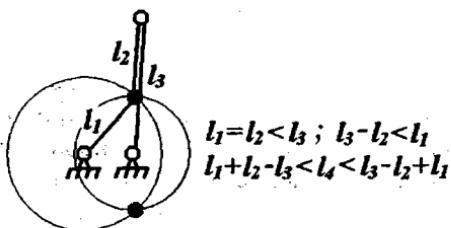


Рис. 2.22.

А в двух точках, соответственно этот механизм имеет два особых положения и работает в двухкоромысловом режиме (рис. 2.22). Зависимости углов  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от  $\varphi_1$  для данного механизма графически представлены на рис. 2.23.

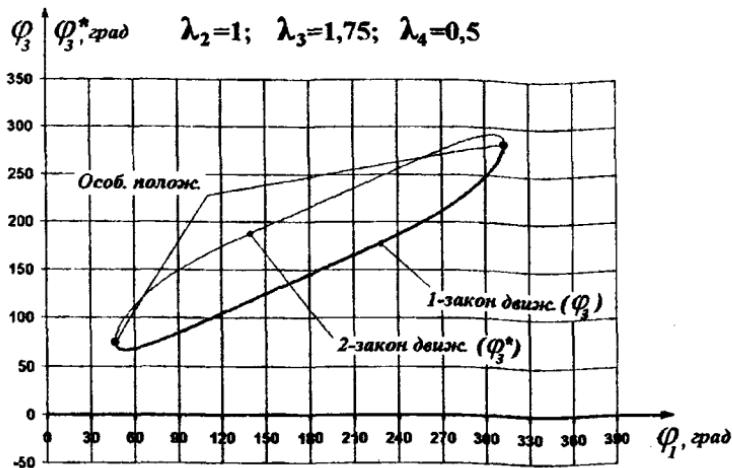


Рис. 2.23. Графики зависимостей угловых координат  $\phi_3$  и  $\phi_3^*$  от угла  $\phi_1$  для механизма с соотношением длин звеньев

$$\ell_1 = \ell_2 < \ell_3 ; \ell_3 - \ell_2 < \ell_1 \text{ при } \ell_4 = \ell_1 + \ell_2 - \ell_3.$$

При  $\ell_4 = \ell_3 + \ell_2 - \ell_1$  окружность радиуса  $\ell_1$  с центром в точке А пересекается с окружностями радиусов  $\ell_3 - \ell_2$  и  $\ell_2 + \ell_3$  и центрами в точке D в одной точке (с каждой окружностью), т.е. получается кривошипно-коромысловый механизм Галловея с двумя особыми положениями, в которых все звенья встраиваются в одну линию (рис. 2.24).

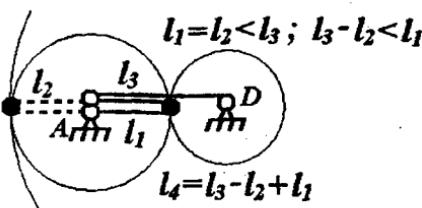


Рис. 2.24.

Графики зависимостей углов  $\phi_3$  и  $\phi_3^*$  от  $\phi_1$  представлены на рис. 2.25. Из этих зависимостей видно, что рассматриваемый механизм может работать в кривошипно-коромысловом режиме или в качестве механизма первого класса только в том случае, если каждый раз в особом положении механизм переходит из одного закона движения в другой.

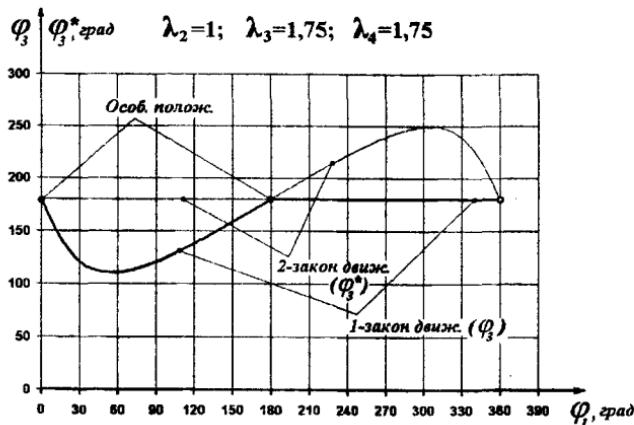


Рис. 2.25. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для кривошипно-коромыслового механизма Галловея.

Работу данного механизма в пределах одного закона движения можно рассматривать как работу механизма в кривошипно-коромысловом режиме с выстоем коромысла с продолжительностью, соответствующей половине оборота кривошипа. Механизм с таким режимом работы также может найти свое практическое применение.

Дальнейшее увеличение длины основания приводит к тому, что окружность радиуса  $l_3 - l_2$  перестает пересекаться с окружностью радиуса  $l_1$ , а окружность радиуса  $l_2 + l_3$  будет пересекаться с окружностью радиуса  $l_1$  в двух точках. Таким образом, кривошипно-

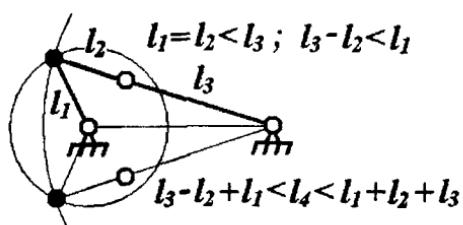


Рис. 2.26.

коромысловый механизм Галловея превращается в двухкоромысловый механизм с двумя симметричными особыми положениями (рис. 2.26). Графические зависимости углов  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от  $\varphi_1$  для данного механизма представлены на рис. 2.27.

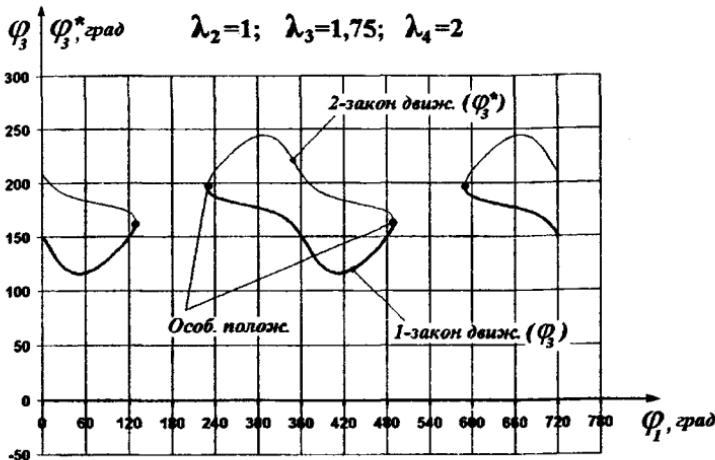


Рис. 2.27. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для механизма с соотношением длин звеньев  $l_1 = l_2 < l_3$ ;  $l_3 - l_2 < l_1$  при  $l_3 - l_2 + l_1 < l_4 < l_1 + l_2 + l_3$ .

Рассмотрим теперь механизмы с особыми положениями с соотношением длин звеньев  $l_1 < l_2 < l_3$ ;  $l_3 - l_2 < l_1$ . При  $l_4 = l_1 + l_2 - l_3$  имеем двухкоромысловый механизм с одним особым положением, который отличается от механизма, приведенного на рис. 2.20, более удлиненным шатуном и коромыслом.

В пределах значений межпорного расстояния  $l_1 + l_2 - l_3 < l_4 < l_3 - l_2 + l_1$  существует двухкоромысловый механизм с двумя особыми положениями, который отличается от механизма, приведенного на рис. 2.22, только тем, что у него более удлиненный шатун и коромысло. Увеличивая длину основания данного механизма до  $l_4 = l_3 - l_2 + l_1$ , получим кривошипно-коромысловый механизм с одним особым положением, т.е. ударный механизм с наибольшим коромыслом (рис. 2.28). Зави-

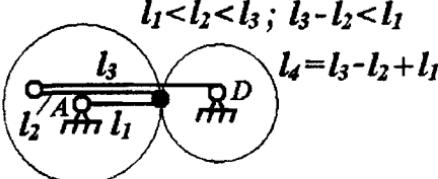


Рис. 2.28.

симости углов  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от  $\varphi_1$  для данного механизма, выраженные графически, приведены на рис. 2.29.

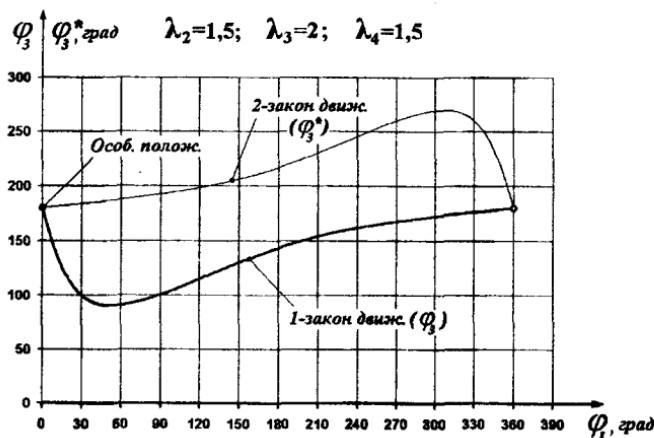


Рис. 2.29. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для механизма с соотношением длин звеньев  $\ell_1 < \ell_2 < \ell_3 ; \ell_3 - \ell_2 < \ell_1$  при  $\ell_4 = \ell_3 - \ell_2 + \ell_1$ .

Из этих графиков следует, что механизм, представленный на рис. 2.28, может работать в кривошипно-коромысловом режиме по двум законам движения звеньев. При работе механизма только по первому или второму закону движения звеньев коромысло совершает одно качательное движение за один оборот кривошипа. Если каждый раз в особом положении механизма осуществляется переход механизма из одной схемы сборки в другую, соответственно и переход из одного закона движения в другой, то амплитуда качательного движения коромысла увеличится в два раза, но этот цикл совершается за два оборота кривошипа.

При работе механизма только по одному из двух законов движения коромысло, доходя до особого положения, не переходит его, а возвращается обратно. В этом случае передаточное отношение скачкообразно меняется и по направлению, и по величине. Данный режим работы механизмов можно использовать для совершения удара коромыслом, которое имеет наибольшую длину. Поэтому

такие механизмы называются ударными механизмами с наибольшим коромыслом.

При дальнейшем увеличении основания механизма этот механизм превращается в обычный кривошипно-коромысловый механизм, не имеющий особого положения. Увеличивая длину основания до  $l_4 = l_3 + l_2 - l_1$  имеем кривошипно-коромысловый механизм с одним особым положением, т.е. ударный механизм с наибольшим основанием (рис. 2.30).

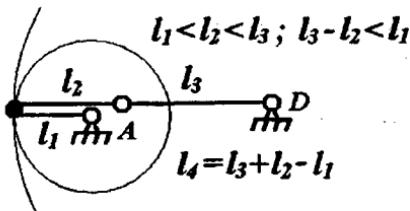


Рис. 2.30.

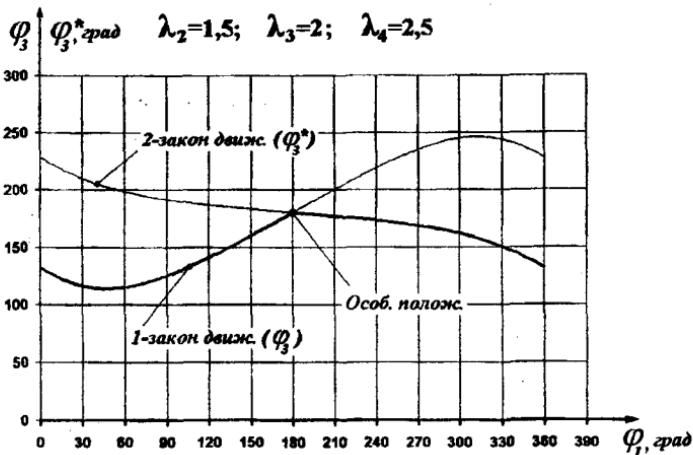


Рис. 2.31. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для механизма с соотношением длин звеньев

$$l_1 < l_2 < l_3 ; l_3 - l_2 < l_1 \text{ при } l_4 = l_3 + l_2 - l_1$$

Графики зависимостей углов  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от  $\varphi_1$  для данного механизма приведены на рис. 2.31. Из этих графиков видно, что ударные механизмы с наибольшим основанием могут работать только в кривошипно-коромысловом режиме, но по двум различным законам движения или в их сочетании. Если звенья механизма совершают

движения только по одному из двух законов движения, то один цикл совершается за один оборот кривошипа. Если механизм каждый раз в особом положении будет переходить из одного закона движения в другой (на графиках это означает переход из жирной линии в тонкую или наоборот), то один цикл совершается за два оборота кривошипа. Но во втором случае размах качания коромысла по сравнению с первым случаем увеличится в два раза. Такую работу механизма необходимо рассматривать не как отдельный закон движения звеньев, а как сочетание двух законов движения в одном.

В интервале длины основания  $l_3 + l_2 - l_1 < l_4 < l_1 + l_2 + l_3$  создается условие для существования двухкоромыслового механизма с двумя симметричными особыми положениями, который отличается от механизма, приведенного на рис. 2.26, более длинным шатуном и коромыслом.

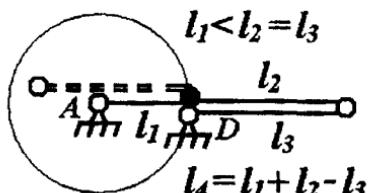


Рис. 2.32.

Окружность радиуса  $l_3 - l_2$  с центром в точке D в данном случае превращена в точку и лежит на окружности радиуса  $l_1$  с центром в точке A. Работа двухкривошипного механизма Галловея в различных режимах наглядно видна на графических зависимостях углов  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от  $\varphi_1$  (рис. 2.33).

Рассматривая графические зависимости, приведенные на рис. 2.33, можно заметить, что двухкривошипный механизм Галловея также обладает уникальными свойствами, такими, как способность переключаться в особом положении из механизма второго класса в механизм первого класса и наоборот. Кроме этого он может работать в двухкривошипном режиме, при котором одно полное вращение коромысла совершается за два оборота кривошипа. Такой режим работы обеспечивается, если каждый раз в особых положениях механизм поочередно переходит из одного закона движения в другой.

Теперь рассмотрим механизмы с особыми положениями с соотношением длин звеньев  $l_1 < l_2 = l_3$ . При  $l_4 = l_1 + l_2 - l_3$  данный механизм является двухкривошипным механизмом с двумя особыми положениями, т.е. двухкривошипным механизмом Галловея (рис. 2.32).

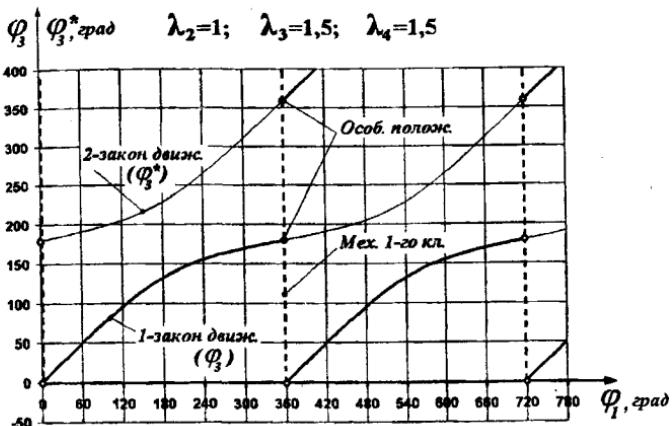


Рис. 2.33. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для двухкривошипного механизма Галловея.

Пунктирными линиями выделена работа механизма в качестве механизма первого класса, когда шатун и коромысло вместе врашаются вокруг оси D.

Увеличивая длину основания данного механизма до  $\ell_4 = \ell_3 + \ell_2 - \ell_1$ , получаем ударный механизм с наибольшим основанием, который отличается от механизма, приведенного на рис. 2.30 тем, что у него шатун и коромысло равны. В интервале значений основания механизма  $\ell_3 + \ell_2 - \ell_1 < \ell_4 < \ell_1 + \ell_2 + \ell_3$  существует двухкоромысловый механизм с двумя симметричными особыми положениями. Этот механизм отличается от механизма, приведенного на рис. 2.26 только тем, что в данном случае длины шатуна и коромысла равны.

Рассмотрим теперь какие механизмы с особыми положениями можно получить при соотношении длин звеньев  $\ell_1 < \ell_3 < \ell_2$ ;  $\ell_2 - \ell_3 < \ell_1$ ;  $\ell_4 - \text{var}$ . При  $\ell_4 = \ell_1 - \ell_2 + \ell_3$  окружность радиуса  $\ell_2 - \ell_3$  с центром в точке D и окружность радиуса  $\ell_1$  с центром в точке A пересекаются в одной точке. Следовательно, это двухкривошипный механизм с одним особым положением (рис. 2.34). Графики функций  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от  $\varphi_1$  для данного механизма приведены на рис. 2.35.

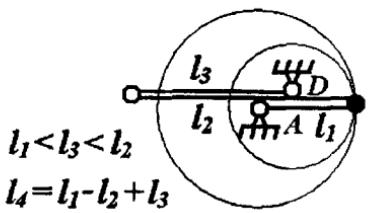


Рис. 2.34.

Анализ графиков, приведенных на рис. 2.35, показывает, что механизмы с соотношениями длин звеньев  $\ell_1 < \ell_3 < \ell_2$ ;  $\ell_2 - \ell_3 < \ell_1$ ;  $\ell_4 = \text{var}$  (рис. 2.34) обладают только свойствами двухкривошипного механизма. Эти механизмы, как и все механизмы с особыми

положениями, могут работать по двум законам движения звеньев. Передаточное отношение угловых скоростей длинного и короткого кривошипов приобретает максимальное значение при особом положении механизма, когда все звенья выстраиваются в одну линию.

Из графиков, представленных на рис. 2.35, можно заметить, что работа механизма только в одном режиме сопровождается скачкообразными изменениями передаточного отношения  $i_{31}$  в особом положении механизма. В случае, когда механизм каждый раз в особом положении переходит из одного закона движения в другой, передаточное отношение  $i_{31}$  за весь период работы изменяется плавно.

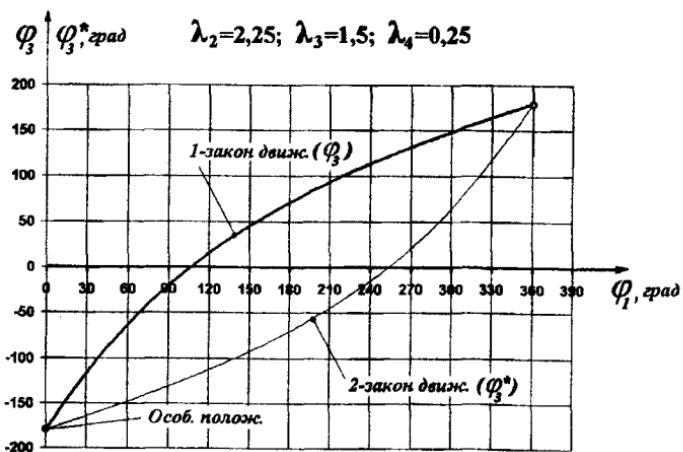


Рис. 2.35. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_1$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для механизма с соотношением длин звеньев  $\ell_1 < \ell_3 < \ell_2$  при  $\ell_4 = \ell_1 - \ell_2 + \ell_3$ .

В интервале значений длины основания  $\ell_1 - \ell_2 + \ell_3 < \ell_4 < \ell_1 + \ell_2 - \ell_3$ , окружность радиуса  $\ell_2 - \ell_3$  с центром в точке D и окружность радиуса  $\ell_1$  с центром в точке A пересекаются в двух точках, т.е. в этом интервале имеем двухкоромысловые механизмы с двумя симметричными особыми положениями (рис. 2.36). Зависимости углов  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от обобщенной координаты  $\varphi_1$  в виде графиков для данного механизма представлены на рис. 2.37.

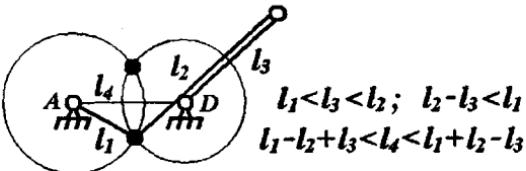


Рис. 2.36.

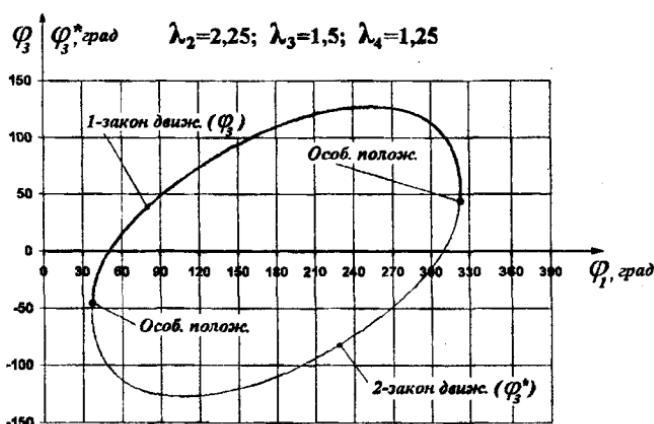


Рис. 2.37. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для механизма с соотношением длин звеньев  $\ell_1 < \ell_3 < \ell_2 ; \ell_2 - \ell_3 < \ell_1$  при  $\ell_1 - \ell_2 + \ell_3 < \ell_4 < \ell_1 + \ell_2 - \ell_3$ .

При дальнейшем увеличении межпорного расстояния до  $\ell_4 = \ell_1 + \ell_2 - \ell_3$  окружность радиуса  $\ell_2 - \ell_3$  с центром в точке D и окружность радиуса  $\ell_1$  с центром в точке A пересекаются в одной точке. Следовательно, это двухкоромысловый механизм с одним особым положением (рис. 2.38). Полученный механизм еще назы-

вают ударным механизмом с наибольшим шатуном. Графики функций  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от  $\varphi_1$  для данного механизма приведены на рис. 2.39.

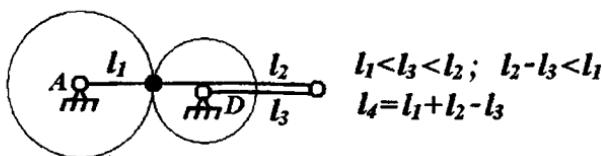


Рис. 2.38.

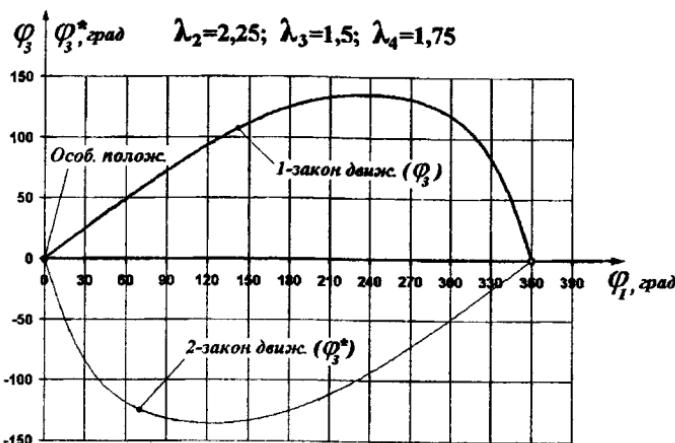


Рис. 2.39. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для механизма с соотношением длин звеньев  $\ell_1 < \ell_3 < \ell_2$ ;  $\ell_2 - \ell_3 < \ell_1$  при  $\ell_4 = \ell_1 + \ell_2 - \ell_3$ .

Из графиков, приведенных на рис. 2.39 видно, что ударный механизм с наибольшим шатуном может работать в кривошипно-коромысловом режиме по двум законам движения звеньев и обладает свойством переключаться из одного закона движения в другой в особом положении звеньев.

Режим работы таких механизмов, при котором одно качательное движение коромысла совершается за один оборот кривошипа (работа механизма только по определенному закону движения),

используется в ударных машинах для совершения удара коромыслом по инструменту. В случае, если каждый раз в особом положении механизм поочередно переходит из одного закона движения в другой, то получится кривошипно-коромысловый режим работы механизма, при котором одно качательное движение коромысла совершается за два оборота кривошипа.

При соотношении длин звеньев  $l_2 = l_4 < l_1 = l_3$  (механизм параллелограмма с наименьшим шатуном и основанием), окружность радиуса  $l_1$  с центром в точке А пересекается с окружностями радиусов  $l_3 + l_2$  и  $l_3 - l_2$  с центрами в точке D по одной точке (рис. 2.40).

Следовательно, данный механизм имеет два особых положения, в каждом из которых все звенья выстраиваются в одну линию. Графики зависимостей углов  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от  $\varphi_1$  механизма параллелограмма с наименьшим шатуном и основанием представлены на рис. 2.41.

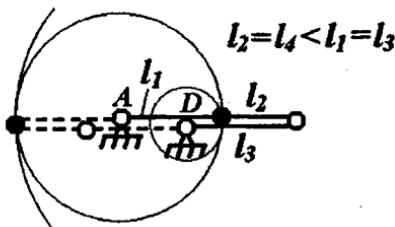


Рис. 2.40.

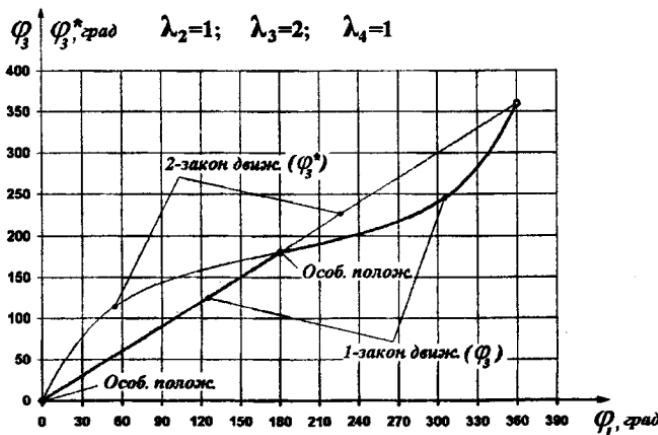


Рис. 2.41. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для механизма параллелограмма с наименьшим шатуном и основанием.

Из графиков, представленных на рис. 2.41, следует, что механизм параллелограмма с наименьшим шатуном и основанием работает только в двухкривошипном режиме по двум разным законам движения. При работе механизма по тому или другому закону движения звеньев, передаточное отношение угловых скоростей правого и левого подвижных звеньев на одном полуобороте равно единице, а на другом изменяется периодически внутри одного полуцикла. В случае перехода механизма в каждом особом положении звеньев (механизм имеет два особых положения звеньев) из одной схемы сборки в другую, соответственно из одного закона движения в другой, получается двухкривошипный режим работы с постоянным передаточным отношением, равным единице или двухкривошипный режим работы с постоянно изменяющимся передаточным отношением. Таким образом, данный механизм может работать в двухкривошипном режиме по четырем вариантам.

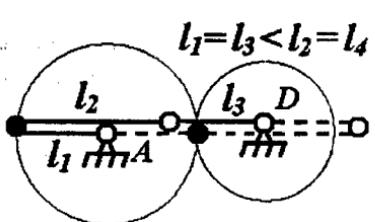


Рис. 2.42.

В механизме параллелограмма с наибольшим шатуном и основанием ( $l_1 = l_3 < l_2 = l_4$ ) окружность радиуса  $l_1$  с центром в точке А пересекается с окружностями радиусов  $l_3 + l_2$  и  $l_3 - l_2$  с центрами в точке D в одной точке (рис. 2.42). Таким образом, данный механизм имеет два особых

положения, в каждом из которых все звенья выстраиваются в одну линию.

Графические зависимости углов  $\phi_3$  и  $\phi_3^*$  от  $\phi_1$  для данного механизма представлены на рис. 2.43. Анализируя эти графики можно заметить, что рассматриваемый механизм параллелограмма может работать в двухкривошипном и кривошипно-коромысловом режимах.

В кривошипно-коромысловом режиме механизм параллелограмма может работать по двум законам движения звеньев. В обоих случаях размах качания коромысла составляет  $180^\circ$ . Данный механизм, как и рассмотренный выше механизм квадрата, имеет два особых положения звеньев. Если только в одном из особых положений звеньев перевести механизм из одного закона движения в

другой, то получится комбинированный закон движения, при котором одно качательное движение коромысла с амплитудой качения  $360^\circ$  совершается за два оборота кривошипа.

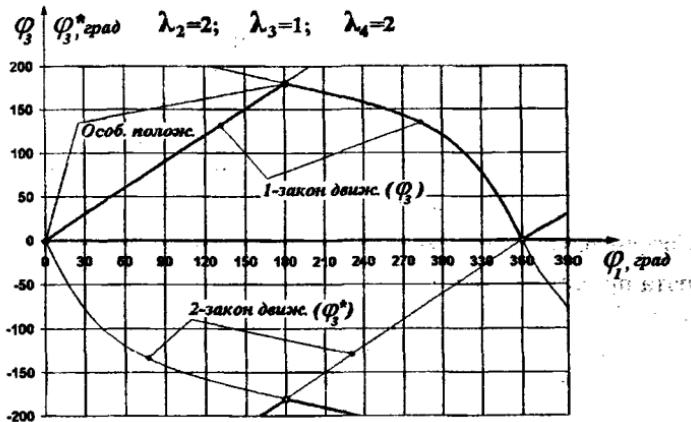


Рис. 2.43. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для механизма параллелограмма с наибольшим шатуном и основанием.

Двухкривошипный режим работы механизма обеспечивается, если в каждом особом положении механизм будет переходить из одной схемы сборки в другую. Причем данный механизм параллелограмма работает в двухкривошипном режиме по двум вариантам. В первом случае угловые координаты правого и левого подвижного звеньев всегда равны, а угловая координата шатуна всегда остается равной нулю, т.е. передаточное отношение  $i_{31}$  в течение одного цикла равно единице. Во втором случае передаточное отношение  $i_{31}$  изменяется периодически.

В механизме с соотношением длин звеньев  $l_1 = l_2 = l_3 = l_4$  (механизм квадрата) окружность радиуса  $l_3 + l_2$  с центром в точке D пересекается с окружностью радиуса  $l_1$  с центром в точке A в одной точке, а окруж-

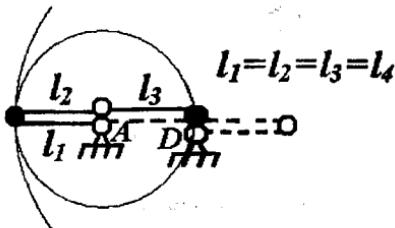


Рис. 2.44.

ность радиуса  $\ell_3 - \ell_2$  превращается в точку, которая лежит на окружности радиуса  $\ell_1$  (рис. 2.44). Это означает, что рассматриваемый механизм имеет два особых положения, но в каждом из этих положений путем поворота левого подвижного звена вместе с шатуном на  $180^\circ$  вокруг оси А или соответственно путем поворота правого подвижного звена вместе с шатуном на  $180^\circ$  вокруг оси D, можно перейти в третье особое положение, в котором все звенья складываются в одну линию. Таким образом, механизм квадрата имеет три особых положения.

Графические зависимости углов  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от  $\varphi_1$  для механизма квадрата представлены на рис. 2.45, где пунктирными линиями выделена работа механизма в качестве механизма первого класса. Горизонтальные пунктирные линии соответствуют вращению левого звена и шатуна как одного целого вокруг оси А, вертикальные пунктирные линии соответствуют вращению правого звена и шатуна как одного целого вокруг оси D.

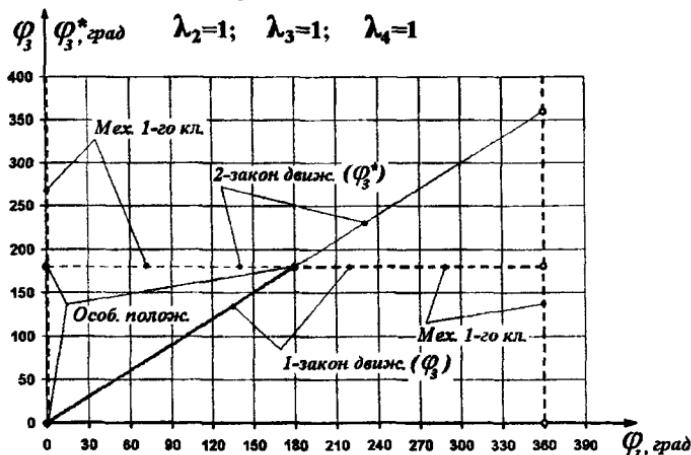


Рис. 2.45. Графики зависимостей угловых координат  $\varphi_3$  и  $\varphi_3^*$  от угла  $\varphi_1$  для механизма квадрата.

Механизм квадрата так же, как в предыдущем механизме, в результате перехода в крайних особых положениях из одного закона движения в другой, работает в двухкривошипном режиме. Кроме

этого, в каждом особом положении он может переходить из механизма второго класса в механизм первого класса и наоборот. Причем, в одном положении этот механизм переходит в механизм первого класса, в котором левое звено и шатун врачаются вместе вокруг оси А, в другом особом положении этот механизм переходит в механизм первого класса, в котором правое звено и шатун врачаются вместе вокруг оси D. В третьем особом положении, когда все звенья складываются в одну линию, механизм может работать в качестве механизма первого класса в двух вариантах: 1) совместное вращение левого звена и шатуна вокруг оси А; 2) совместное вращение правого звена и шатуна вокруг оси D. Но в отличие от двух других особых положений, в этом особом положении механизм не может переходить из первого класса во второй.

На основе проведенного анализа можно сделать следующие выводы. Механизмы с особыми положениями могут быть двухкоромысловыми, двухкривошипными и кривошипно-коромысловыми. Причем двухкоромысловые механизмы все без исключения могут иметь особые положения. Существуют следующие виды двухкоромысловых механизмов с особыми положениями:

- 1) двухкоромысловые механизмы с двумя особыми положениями;
- 2) двухкоромысловые механизмы с тремя особыми положениями.

Двухкоромысловые механизмы с двумя особыми положениями в свою очередь подразделяются на две подгруппы: механизмы с симметричными (относительно межпоршневого расстояния) особыми положениями и механизмы с несимметричными особыми положениями.

Двухкоромысловые механизмы с двумя симметричными особыми положениями существуют при следующих условиях:

1.  $|\ell_1 - |\ell_3 - \ell_2|| < \ell_4 < \ell_1 + |\ell_3 - \ell_2|$  (см. рис. 2.8, 2.22);
2.  $\ell_3 + \ell_2 - \ell_1 < \ell_4 < \ell_3 + \ell_2 + \ell_1$  (см. рис. 2.16, 2.26).

Двухкоромысловые механизмы с несимметричными положениями будут получены при условии:

$$\begin{cases} |\ell_1 - |\ell_3 - \ell_2|| < \ell_4 < \ell_1 + |\ell_3 - \ell_2| \\ \ell_3 + \ell_2 - \ell_1 < \ell_4 < \ell_3 + \ell_2 + \ell_1 \end{cases}$$

Эти механизмы были представлены на рис. 2.12.

Двухкоромысловые механизмы с тремя особыми положениями существуют при выполнении следующих условий:

$$1. \begin{cases} |\ell_1 - |\ell_3 - \ell_2|| < \ell_4 < \ell_1 + |\ell_3 - \ell_2| \\ \ell_4 = \ell_3 + \ell_2 - \ell_1 \end{cases}$$

Примерами таких механизмов могут служить механизм, представленный на рис. 2.10.

$$2. \begin{cases} \ell_4 = \ell_1 + |\ell_3 - \ell_2| \\ \ell_3 + \ell_2 - \ell_1 < \ell_4 < \ell_3 + \ell_2 + \ell_1 \end{cases}$$

Такой двухкоромысловый механизм с тремя особыми положениями был представлен на рис. 2.14. Следует отметить, что во всех двухкоромысловых механизмах с тремя особыми положениями два положения симметричны относительно оси межпорного расстояния, и в этих особых положениях шатун и наибольшее коромысло выстроены в одну линию. В третьем особом положении все четыре звена механизма выстраиваются в одну линию.

В отличие от двухкоромысловых механизмов, не все кривошипно-коромысловые механизмы имеют особое положение, а только те, которые удовлетворяют условиям:

1.  $\ell_4 = \ell_1 + \ell_3 - \ell_2; \ell_1 < \ell_2 < \ell_3,$
2.  $\ell_4 = \ell_1 + \ell_2 - \ell_3; \ell_1 < \ell_3 < \ell_2,$
3.  $\ell_4 = \ell_3 + \ell_2 - \ell_1; \ell_1 - \min.$

При выполнении первого условия получим кривошипно-коромысловый механизм с особым положением, называемый ударным механизмом с наибольшим коромыслом (см. рис. 2.28). Второе условие соответствует ударным механизмам с наибольшим шатуном (см. рис. 2.38). Выполнение третьего условия определяет существование ударных механизмов с наибольшим основанием (см. рис. 2.30). Все эти кривошипно-коромысловые механизмы имеют одно особое положение, в котором не только шатун и коромысло, но и все четыре звена выстраиваются в одну линию.

Условие существования двухкривошипных механизмов с особыми положениями математически можно выразить как

$$\ell_4 = |\ell_1 - |\ell_3 - \ell_2||; |\ell_3 - \ell_2| < \ell_1.$$

Примерами двухкривошипных механизмов с особыми положениями являются механизмы, приведенные на рис. 2.19, 2.20 и 2.34. Как видно на этих рисунках, двухкривошипные механизмы могут иметь только одно особое положение.

Кроме механизмов с особыми положениями, рассмотренных выше, имеются механизмы, которые способны в особом положении переходить из класса в класс. Так, например, механизм с соотношением длин звеньев  $\ell_1 = \ell_2 < \ell_3 = \ell_4$  (кривошипно-коромысловый механизм Галловея) (см. рис. 2.24) имеет два особых положения, в которых он может переходить из одного закона движения в другой. Рассматриваемый механизм может работать в кривошипно-коромысловом режиме или в качестве механизма первого класса только в том случае, если каждый раз в особом положении он переходит из одного закона движения в другой.

Работу данного механизма в пределах одного закона движения можно рассматривать как работу механизма в кривошипно-коромысловом режиме с выстоем коромысла с продолжительностью, соответствующей половине оборота кривошипа.

Механизмы с соотношением длин звеньев  $\ell_1 = \ell_4 < \ell_2 = \ell_3$  (двуухкривошипный механизм Галловея) (см. рис. 2.32) также обладают двумя особыми положениями, в которых он может переходить из одного закона движения в другой или из класса в класс.

Данный механизм работает в двухкривошипном режиме, при котором одно полное вращение коромысла совершается за два оборота кривошипа. Такой режим работы обеспечивается, если каждый раз в особых положениях механизм поочередно переходит из одного закона движения в другой.

Механизм параллелограмма с наименьшим шатуном и основанием ( $\ell_2 = \ell_4 < \ell_1 = \ell_3$ ) (см. рис. 2.40) имеет два особых положения и работает в двухкривошипном режиме по четырем вариантам.

Механизм с соотношением длин звеньев  $\ell_1 = \ell_3 < \ell_2 = \ell_4$ , т.е. механизм параллелограмма с наибольшим шатуном и основанием (см. рис. 2.42), также обладает двумя особыми положениями. Переходя из одного закона движения в другой в этих особых положениях, он может работать в двухкривошипном или кривошипно-коромысловом режимах, где угол качания коромысла составляет  $360^\circ$ .

Механизм параллелограмма работает в двухкривошипном режиме по двум вариантам. В первом случае угловые координаты правого и левого подвижного звеньев всегда равны, а угловая координата шатуна всегда остается равной нулю, т.е. передаточное отношение  $i_{31}$  в течение одного цикла равно единице. Во втором случае передаточное отношение  $i_{31}$  изменяется периодически.

Механизм квадрата с соотношением длин звеньев  $\ell_1 = \ell_2 = \ell_3 = \ell_4$  имеет три особых положения (см. рис. 2.44). Так же, как в предыдущем механизме, в результате перехода в каждом особом положении из одного закона движения в другой, механизм квадрата работает в двухкривошипном режиме. Кроме этого, в двух особых положениях он может переходить из механизма второго класса в механизм первого класса и наоборот. Причем, в одном положении этот механизм переходит в механизм первого класса, в котором левое звено и шатун вращаются вместе вокруг оси А, а в другом особом положении этот механизм переходит в механизм первого класса, в котором правое звено и шатун вращаются вместе вокруг оси D. В третьем особом положении, когда все звенья складываются в одну линию, механизм может работать в качестве механизма первого класса в двух вариантах: 1) совместное вращение левого звена и шатуна вокруг оси А; 2) совместное вращение правого звена и шатуна вокруг оси D. Но в отличие от двух других особых положений, в этом особом положении механизм не может переходить из первого класса во второй.

### 2.3. Определение скоростей кинематических пар и передаточных отношений угловых скоростей звеньев

При кинематическом анализе шарнирно-четырехзвенных механизмов аналитическим методом, уравнения скоростей и ускорений точек, а также передаточных функций можно вывести, используя в качестве расчетных схем планы скоростей и ускорений. Для этого строим план скоростей в произвольном масштабе.

$\mu_v = \frac{v_b}{pb} = \frac{v_{cb}}{bc} = \frac{v_c}{pc}$  (рис. 2.46) для произвольного положения шарнирно-четырехзвенного механизма [73].

Расположив план скоростей в декартовой системе координат  $Pxy$  так, чтобы его полюс совпал с началом координат, а направление вектора  $Pc$  – с положительным направлением оси  $x$ , и проектируя векторное уравнение  $p\bar{b} + b\bar{c} = p\bar{c}$  на оси  $Px$  и  $Py$ , получим:

$$\begin{cases} pb \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + bc \cos(\varphi_2 - \varphi_3) = pc \\ pb \sin(\varphi_1 - \varphi_3) + bc \sin(\varphi_2 - \varphi_3) = 0 \end{cases}.$$

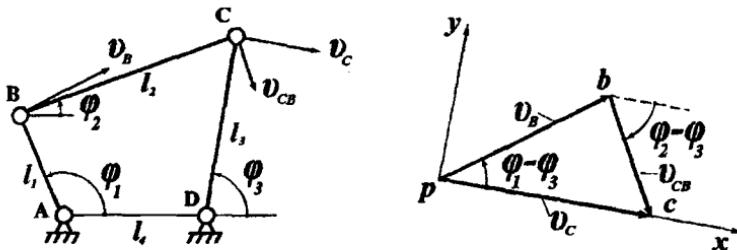


Рис. 2.46. Расчетная схема для определения скоростей звеньев шарнирно-четырехзвенного механизма.

Умножив все члены уравнений указанной выше системы на масштаб скоростей  $\mu_v$ , получим:

$$\begin{cases} v_B \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + v_{CB} \cos(\varphi_2 - \varphi_3) = v_c \\ v_B \sin(\varphi_1 - \varphi_3) + v_{CB} \sin(\varphi_2 - \varphi_3) = 0 \end{cases}. \quad (2.12)$$

Из второго уравнения данной системы уравнений определяется скорость точки С относительно точки В:

$$v_{CB} = -\frac{v_B \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{\sin(\varphi_2 - \varphi_3)}. \quad (2.13)$$

Из уравнения (2.13) можно исключить знак «-», приведя его к следующему виду:

$$v_{CB} = \frac{v_B \sin(\varphi_3 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_2 - \varphi_3)}. \quad (2.14)$$

Подставляя (2.13) в первое уравнение системы уравнений (2.12), получим формулу для определения абсолютной скорости точки С:

$$v_c = \frac{v_B \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_2 - \varphi_3)}. \quad (2.15)$$

Из уравнений (2.14) и (2.15) получим аналоги скоростей  $V_{q_{CB}}$  и  $V_{q_C}$ :

$$v_{q_{CB}} = \frac{v_{CB}}{\omega_1} = \frac{\ell_1 \sin(\varphi_3 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_2 - \varphi_3)} ; \quad (2.16)$$

$$v_{q_C} = \frac{v_C}{\omega_1} = \frac{\ell_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_2 - \varphi_3)} . \quad (2.17)$$

Передаточное отношение  $u_{21}$  определяем по формуле:

$$u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{v_{CB}/\ell_2}{v_B/\ell_1} = \frac{v_{CB}}{\lambda_2 v_B} , \quad (2.18)$$

где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – угловые скорости кривошипа и шатуна.

Подставляя (2.14) в (2.18), получим:

$$u_{21} = \frac{\sin(\varphi_3 - \varphi_1)}{\lambda_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} . \quad (2.19)$$

Передаточное отношение  $u_{31}$  определяется по формуле:

$$u_{31} = \frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{v_C/\ell_3}{v_B/\ell_1} = \frac{v_C}{\lambda_3 v_B} , \quad (2.20)$$

где  $\omega_1$  и  $\omega_3$  – угловые скорости кривошипа и коромысла.

Подставляя (2.15) в (2.20), получим:

$$u_{31} = \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\lambda_3 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} . \quad (2.21)$$

## 2.4. Определение скоростей центров масс звеньев

Определение скоростей центров масс звеньев по величине и направлению необходимо для приведения сил тяжестей звеньев механизма, а также для определения приведенного момента инерции плоско-параллельно движущегося шатуна при составлении динамической модели механизма.

Для определения скоростей центров масс звеньев по величине и направлению должны быть известны их положения относительно соответствующих звеньев и скорости как минимум двух точек каждого звена. В качестве этих точек обычно принимаются кинематические пары звеньев (точки A, B, C и D) (рис. 2.47). Положение центров масс относительно звеньев целесообразно выразить через полярные координаты, как показано на рис. 2.47, т.е. должны быть известны размеры  $l_{AS_1}$ ,  $l_{BS_2}$ ,  $l_{DS_3}$  и углы  $\beta_{S_1}$ ,  $\beta_{S_2}$  и  $\beta_{S_3}$ .

На рис. 2.47 стрелками показаны положительные углы  $\beta_{S_1}$ ,  $\beta_{S_2}$  (направление против часовой стрелки) и отрицательный угол  $\beta_{S_3}$  (направление по часовой стрелке).

Модули скоростей  $V_{S_1}$ ,  $V_{S_2}$  и  $V_{S_3}$  центров масс соответственно кривошипа, шатуна и коромысла шарнирно-четырехзвенного механизма и их направления определяются из расчетной схемы, приведенной на рис. 2.48.

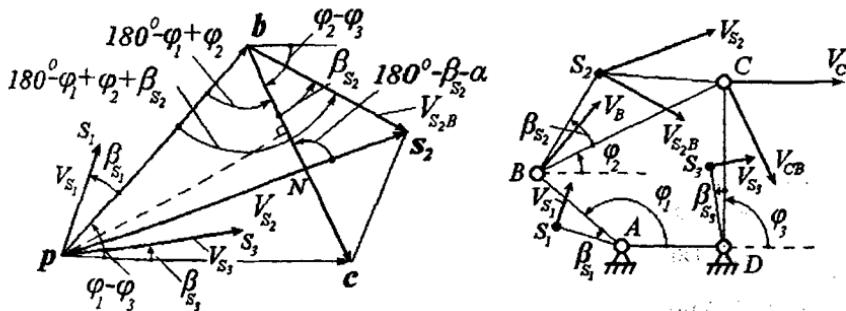


Рис. 2.48. Расчетная схема для определения скоростей центров масс звеньев.

Модуль скорости центра масс  $V_{S_1}$  кривошипа находим из соотношения

$$\frac{V_{S_1}}{V_B} = \frac{\ell_{AS_1}}{\ell_1}. \quad (2.22)$$

Обозначив  $\frac{\ell_{AS_1}}{\ell_1}$  через  $\lambda_{S_1}$ , из (2.22) получим:

$$V_{S_1} = \lambda_{S_1} V_B. \quad (2.23)$$

Аналогично определяется скорость центра масс  $V_{S_3}$  коромысла:

$$V_{S_3} = \lambda_{S_3} V_C, \quad (2.24)$$

$$\text{где } \lambda_{S_3} = \frac{\ell_{DS_3}}{\ell_3}.$$

Как видно на рис. 2.48, скорости  $V_{S_1}$  и  $V_{S_3}$  имеют направления, повернутые на углы  $\beta_{S_1}$  и  $\beta_{S_3}$  относительно скоростей  $V_B$  и  $V_C$ .

Скорость центра масс  $V_{S_2}$  шатуна определяем из треугольника  $p b s_2$  (рис. 2.48). Согласно теореме косинусов из данного треугольника имеем:

$$V_{S_2} = \sqrt{V_B^2 + V_{S_2B}^2 - 2V_B V_{S_2B} \cos(180^\circ - \varphi_1 + \varphi_2 + \beta_{S_2})}, \quad (2.25)$$

где  $V_{S_2B} = \frac{\ell_{BS_2}}{\ell_2} V_{CB} = \lambda_{S_2} V_{CB}$  — скорость центра масс  $S_2$  шатуна относительно точки В.

Учитывая, что

$$\cos(180^\circ - \varphi_1 + \varphi_2 + \beta_{S_2}) = -\cos(\varphi_1 - \varphi_2 - \beta_{S_2}), \quad (2.26)$$

из (2.25) получим:

$$V_{S_2} = \sqrt{V_B^2 + V_{S_2B}^2 + 2V_B V_{S_2B} \cos(\varphi_1 - \varphi_2 - \beta_{S_2})}. \quad (2.27)$$

## **2.5. Определение передаточных отношений в особом положении шарнирно-четырехзвенных механизмов**

Произвести кинематический анализ шарнирно-четырехзвенных механизмов с особыми положениями, в частности, определить передаточные отношения  $i_{31}$  и  $i_{21}$  в особых положениях механизмов обычными графоаналитическими методами невозможно. Это объясняется тем, что в данном случае все звенья выстроены в одну линию, соответственно все векторы плана скоростей также лежат на одной линии. Но ввиду того, что именно в особых положениях механизмов передаточные отношения  $i_{31}$  и  $i_{21}$  имеют максимальные значения и практическую значимость, возникла потребность определения их другим, специфическим для особого положения механизма, методом.

В настоящее время из всех шарнирно-четырехзвенных механизмов с особыми положениями наиболее широкое применение получили механизмы, способные работать в режиме удара. Причем в этих механизмах удар совершается в особом положении звеньев, когда передаточные отношения  $i_{31}$  и  $i_{21}$  достигают максимальных значений. В связи с этим исследование кинематики ударных механизмов в особом положении звеньев приобрело особое практическое значение.

Известно, что существует три вида ударных механизмов:

- 1) ударные механизмы с наибольшим коромыслом (см. рис. 1.29);
- 2) ударные механизмы с наибольшим шатуном (см. рис. 1.37);
- 3) ударные механизмы с наибольшим основанием (см. рис. 1.21).

Кинематику каждого из перечисленных ударных механизмов в их особом положении, рассмотрим по отдельности.

### **2.5.1. Определение передаточных отношений $i_{31}$ и $i_{21}$ в особом положении ударного механизма с наибольшим коромыслом**

Вывод уравнений для определения передаточных отношений в особом положении шарнирно-четырехзвенных ударных механизмов производим по методу, сущность которого заключается в следующем. Строим кинематическую схему исследуемого ударного механизма для его положения, близкого к особому положению

(рис. 2.49). Затем точку В, где соединены кривошип и шатун, соединяют с точкой D (опорой коромысла) и в результате на кинематической схеме получим углы  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  помимо угловых координат звеньев. После этого определяем как соотносятся эти углы между собой и углами координат ( $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$ ), и к чему стремятся отношения этих углов при приближении механизма к особому положению. По этим отношениям углов и определяем передаточные отношения  $u_{31}$  и  $u_{21}$  в особом положении механизма.

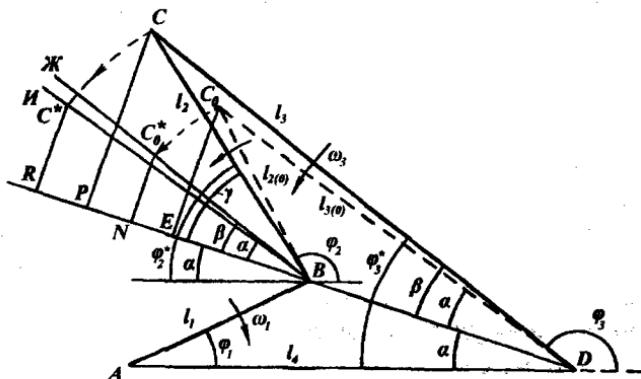


Рис. 2.49. Расчетная схема для определения передаточных отношений в особом положении ударного механизма с наибольшим коромыслом при ударе.

Для начала определяем передаточное отношение  $u_{31}$  в особом положении кривошипно-коромыслового механизма Галловея, шатун и коромысло которого показаны на рис. 2.49 пунктирумыми линиями. Поскольку в данном механизме длина шатуна  $l_{2(0)}$  равна длине кривошипа  $l_1$ , а длина коромысла  $l_{3(0)}$  равна межпорному расстоянию  $l_4$ , шатун и коромысло всегда располагаются симметрично кривошипу и основанию относительно оси BD.

На рис. 2.49 видно, что  $l_1 \sin \varphi_1 = |BD| \sin \alpha$ .

Отсюда имеем:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \varphi_1} = \frac{l_1}{|BD|}. \quad (2.28)$$

По мере приближения механизма к особому положению, т.е. когда углы  $\alpha$  и  $\varphi_1$  стремятся к нулю, справедливы равенства:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \varphi_1} = \frac{\alpha}{\varphi_1} \quad \text{и} \quad \frac{\ell_1}{|BD|} = \frac{\ell_1}{\ell_4 - \ell_1}.$$

Тогда уравнение (2.28) можно переписать в виде:

$$\frac{\alpha}{\varphi_1} = \frac{\ell_1}{\ell_4 - \ell_1}.$$

Отсюда имеем:

$$\alpha = \varphi_1 \frac{\ell_1}{\ell_4 - \ell_1} = \varphi_1 \frac{1}{\lambda_4 - 1}. \quad (2.29)$$

Передаточное отношение  $u_{31}$  в особом положении механизма можно выразить следующей формулой:

$$u_{31} = \frac{\dot{\varphi}_3^*}{\dot{\varphi}_1} = \frac{2\alpha}{\varphi_1}, \quad (2.30)$$

где  $\varphi_3^* = 180^\circ - \varphi_3$ .

Подставляя (2.29) в (2.30) и учитывая, что перед ударом передаточное отношение  $u_{31}$  должно получиться с отрицательным знаком (кривошип и коромысло вращаются в противоположных друг к другу направлениях), имеем:

$$u_{31} = \frac{2}{1 - \lambda_4}. \quad (2.31)$$

Из формулы (2.31) следует, что для того чтобы определить передаточное отношение угловых скоростей коромысла и кривошипа в особом положении механизма Галловея, достаточно знать относительную длину  $\lambda_4$  межпоршневого расстояния.

Переходим от механизма Галловея к ударному механизму с наибольшим коромыслом (рис. 2.49). Для этого необходимо длину шатуна и коромысла увеличить на одинаковую величину. При этом угол между коромыслом и осью BD также увеличится на некоторую величину. Обозначим этот угол через  $\beta$ .

Следует заметить, что хотя шатун и коромысло увеличены на одинаковую величину, их относительные изменения различны, т.е.

коромысло, которое первоначально имело большую длину, чем шатун, претерпевает малое относительное изменение по сравнению с шатуном. Но при этом сохраняется приблизительное равенство отношений:

$$\frac{|CP|}{|C_0E|} \approx \frac{|C^*R|}{|C_0^*N|}$$

или

$$\frac{\ell_3 \sin \beta}{\ell_{3(0)} \sin \alpha} \approx \frac{\ell_2 \sin \alpha}{\ell_{2(0)} \sin \beta}, \quad (2.32)$$

где  $\ell_{2(0)}$  и  $\ell_{3(0)}$  – соответственно длина шатуна и коромысла механизма Галловея.

Причем равенство (2.32) стремится к абсолютной точности приближении механизма к особому положению. Учитывая, что при этом отношение синусов углов  $\alpha$  и  $\beta$  станет равным отношениям самих углов, а также  $\ell_{3(0)} = \ell_4$  и  $\ell_{2(0)} = \ell_1$ , из уравнения (2.32) получим:

$$\frac{\ell_3 \beta}{\ell_4 \alpha} = \frac{\ell_2 \alpha}{\ell_1 \beta}.$$

Отсюда, подставляя вместо абсолютных размеров относительные, имеем:

$$\beta = \alpha \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_2}{\lambda_3}}. \quad (2.33)$$

Передаточное отношение ударного механизма в особом положении можно выразить следующей формулой:

$$u_{31} = \frac{\varphi_3^*}{\varphi_1} = \frac{\alpha + \beta}{\varphi_1}, \quad (2.34)$$

где  $\varphi_3^* = 180^\circ - \varphi_3$ .

Подставляя (2.33) в (2.34) и учитывая, что  $\alpha = \varphi_1 \frac{1}{\lambda_4 - 1}$ , получим:

$$u_{31} = \frac{\ell_1}{\ell_4 - \ell_1} \left( 1 + \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_2}{\ell_1 \ell_3}} \right). \quad (2.35)$$

Известно, что в механизме, приведенном на рис. 2.49, до удара направления угловых скоростей  $\omega_1$  и  $\omega_3$  противоположны, т.е. передаточное отношение  $u_{31}$  должно иметь отрицательный знак, тогда как по формуле (2.35) получаем положительные значения. Учитывая это и введя индекс “п”, обозначающий движение звеньев до удара, уравнение (2.35) перепишем в следующем виде:

$$u_{31}^n = \frac{\ell_1}{\ell_1 - \ell_4} \left( 1 + \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_2}{\ell_1 \ell_3}} \right). \quad (2.36)$$

Заменив абсолютные размеры звеньев относительными, уравнение (2.36) приведем к следующему виду:

$$u_{31}^n = \frac{1}{1 - \lambda_4} \left( 1 + \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_2}{\lambda_3}} \right). \quad (2.37)$$

Аналогичным образом, используя рис. 2.49, можем определить передаточное отношение  $u_{21}^n$ :

$$u_{21}^n = \frac{\varphi_2^*}{\varphi_1}, \quad (2.38)$$

где  $\varphi_2^* = 180^\circ - \varphi_2$ .

Из расчетной схемы определяем  $\varphi_2^* = \alpha + \gamma$ . При малых значениях угла  $\varphi_1$  справедливо равенство  $\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\ell_3}{\ell_2}$ .

Отсюда имеем:

$$\gamma = \beta \frac{\ell_3}{\ell_2} = \alpha \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_2}{\ell_1 \ell_3}} \cdot \frac{\ell_3}{\ell_2} = \alpha \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_3}{\ell_1 \ell_2}}$$

или

$$\gamma = \varphi_1 \frac{\ell_1}{\ell_1 - \ell_4} \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_3}{\ell_1 \ell_2}}. \quad (2.39)$$

Тогда

$$\varphi_2^* = \varphi_1 \frac{\ell_1}{\ell_1 - \ell_4} \left( 1 + \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_3}{\ell_1 \ell_2}} \right). \quad (2.40)$$

Подставляя (2.40) в (2.38), имеем:

$$u_{21}'' = \frac{\ell_1}{\ell_1 - \ell_4} \left( 1 + \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_3}{\ell_1 \ell_2}} \right). \quad (2.41)$$

Заменив абсолютные размеры звеньев относительными, уравнение (2.41) приведем к следующему виду:

$$u_{21}'' = \frac{1}{1 - \lambda_4} \left( 1 + \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_3}{\lambda_2}} \right). \quad (2.42)$$

Для того чтобы определить передаточные отношения  $u_{31}^0$  и  $u_{21}^0$  при кинематическом отскоке ударного механизма, строим схему для послеударного положения механизма (рис. 2.50). Затем, проанализировав аналогично предыдущему случаю, получим:

$$\frac{\ell_3 \sin \beta}{\ell_{3(0)} \sin \alpha} \approx \frac{\ell_2 \sin \alpha}{\ell_{2(0)} \sin \beta} \quad \text{или} \quad \frac{|CP|}{|C_0 E|} \approx \frac{|C^* R|}{|C_0 N|}. \quad (2.43)$$

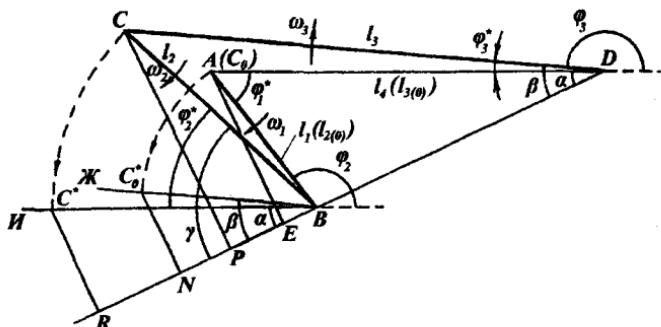


Рис. 2.50. Расчетная схема для определения передаточных отношений в особом положении ударного механизма с наибольшим коромыслом при кинематическом отскоке.

Отсюда учитывая, что  $\ell_{3(0)} = \ell_4$  и  $\ell_{2(0)} = \ell_1$ , при малых значениях углов  $\beta$  и  $\alpha$  имеем:

$$\beta = \alpha \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_2}{\ell_1 \ell_3}}. \quad (2.44)$$

Учитывая, что  $\alpha = \varphi_1^* \frac{\ell_1}{\ell_4 - \ell_1}$ , из (2.44) получим:

$$\beta = \varphi_1^* \frac{\ell_1}{\ell_4 - \ell_1} \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_2}{\ell_1 \ell_3}}. \quad (2.45)$$

Как уже отмечалось, при положении механизма, близком к особому, передаточное отношение  $u_{31}^0$  определяется как отношение углов  $\varphi_3^*$  и  $\varphi_1^*$ :

$$u_{31}^0 = \frac{\varphi_3^*}{\varphi_1^*}, \quad (2.46)$$

где  $\varphi_3^* = 180^\circ - \varphi_3$ . Угол  $\varphi_3^*$  определяется по формуле:

$$\varphi_3^* = \beta - \alpha = \varphi_1^* \frac{\ell_1}{\ell_4 - \ell_1} \left( \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_2}{\ell_1 \ell_3}} - 1 \right). \quad (2.47)$$

Подставив (2.47) в (2.46), имеем:

$$u_{31}^0 = \frac{\ell_1}{\ell_4 - \ell_1} \left( \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_2}{\ell_1 \ell_3}} - 1 \right). \quad (2.48)$$

Для получения идентичности формул (2.36) и (2.48), последнюю перепишем в следующем виде:

$$u_{31}^0 = \frac{\ell_1}{\ell_1 - \ell_4} \left( 1 - \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_2}{\ell_1 \ell_3}} \right). \quad (2.49)$$

Из уравнения (2.49) т.к.,  $\ell_4 > \ell_1$  и  $\sqrt{\frac{\ell_4 \ell_2}{\ell_1 \ell_3}} > 1$ , получим

положительное  $u_{31}^0$ . Действительно, после удара кривошип и коромысло врачаются в одну сторону (по часовой стрелке).

Заменив абсолютные размеры звеньев относительными, уравнение (2.49) приведем к следующему виду:

$$u_{31}^0 = \frac{1}{1 - \lambda_4} \left( 1 - \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_2}{\lambda_3}} \right). \quad (2.50)$$

Переходим к определению  $u_{21}^0$ . Из рис. 2.50 видно, что

$$\varphi_2^* = \gamma - \alpha. \quad (2.51)$$

При положении механизма, близком к особому, имеем следующее равенство:

$$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{\ell_3}{\ell_2} \quad \text{или} \quad \gamma = \beta \frac{\ell_3}{\ell_2} = \alpha \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_3}{\ell_1 \ell_2}}. \quad (2.52)$$

С учетом (2.52) уравнение (2.51) запишем как:

$$\varphi_2^* = \alpha \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_3}{\ell_1 \ell_2}} - \alpha = \varphi_1^* \frac{\ell_1}{\ell_4 - \ell_1} \left( \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_3}{\ell_1 \ell_2}} - 1 \right).$$

Тогда

$$u_{21}^0 = \frac{\varphi_2^*}{\varphi_1^*} = \frac{\ell_1}{\ell_1 - \ell_4} \left( 1 - \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_3}{\ell_1 \ell_2}} \right). \quad (2.53)$$

Подставляя вместо абсолютных размеров относительные размеры звеньев, уравнение (2.53) перепишем в следующем виде:

$$u_{21}^0 = \frac{1}{1 - \lambda_4} \left( 1 - \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_3}{\lambda_2}} \right). \quad (2.54)$$

### 2.5.2. Определение передаточных отношений $u_{31}$ и $u_{21}$ в особом положении ударного механизма с наибольшим шатуном

По изложенной выше методике можем определить передаточные отношения  $u_{31}^n$ ,  $u_{21}^n$ ,  $u_{31}^0$  и  $u_{21}^0$  для ударных механизмов с наибольшим шатуном. Расчетные кинематические схемы приведены на рис. 2.51. Используя рис. 2.51а получим:

$$\varphi_3 = \alpha + \beta = \varphi_1^* \frac{\ell_1}{\ell_1 - \ell_4} + \varphi_1^* \frac{\ell_1}{\ell_1 - \ell_4} \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_2}{\ell_1 \ell_3}} = \varphi_1^* \frac{\ell_1}{\ell_1 - \ell_4} \left( 1 + \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_2}{\ell_1 \ell_3}} \right).$$

Используя данную зависимость, определим

$$u_{31}^n = \frac{\varphi_3}{\varphi_1^*} = \frac{\ell_1}{\ell_1 - \ell_4} \left( 1 + \sqrt{\frac{\ell_4 \ell_2}{\ell_1 \ell_3}} \right). \quad (2.55)$$

Вывод уравнения (2.55) несколько сокращен, т.к. само уравнение и его вывод ничем не отличается от уравнения (2.36).

Заменив абсолютные размеры звеньев относительными, уравнение (2.55) приведем к следующему виду:

$$u_{31}^n = \frac{1}{1 - \lambda_4} \left( 1 + \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_2}{\lambda_3}} \right). \quad (2.56)$$

Определяя из схем, приведенных на рис. 2.51, передаточные отношения  $u_{21}^n$ ,  $u_{31}^0$  и  $u_{21}^0$  в той же последовательности, с которой были выведены уравнения (2.41), (2.50) и (2.54), убеждаемся, что эти уравнения также применимы для рассматриваемого механизма.

В ударном механизме с наибольшим коромыслом (см. рис. 2.49), поменяв местами шатун и коромысло, можем получить ударный механизм с наибольшим шатуном (рис. 2.51). Эта общность двух механизмов будет отражаться и на других параметрах. Для краткости ударный механизм с наибольшим коромыслом обозначим индексом "А", а ударный механизм с наибольшим шатуном – индексом "Б". У ударных механизмов "А" и "Б" имеются следующие кинематические сходства: при  $\varphi_{1(A)} = \varphi_{1(B)}$  (рис. 2.49 и 2.51а) выполняются следующие равенства:  $\varphi_{3(A)}^* = \varphi_{2(3)}$  и  $\varphi_{2(A)}^* = \varphi_{3(3)}$ . Это наглядно видно на рис. 2.50 и 2.51б. Отсюда следует, что при любых значениях угла  $\varphi_{1(A)} = \varphi_{1(3)}^*$  справедливы равенства:

$$u_{31(A)} = u_{21(B)} \quad \text{и} \quad u_{21(A)} = u_{31(B)}. \quad (2.57)$$

Правильность равенства (2.57) можно проверить, используя уравнения передаточных отношений (2.37), (2.42), (2.50) и (2.54).

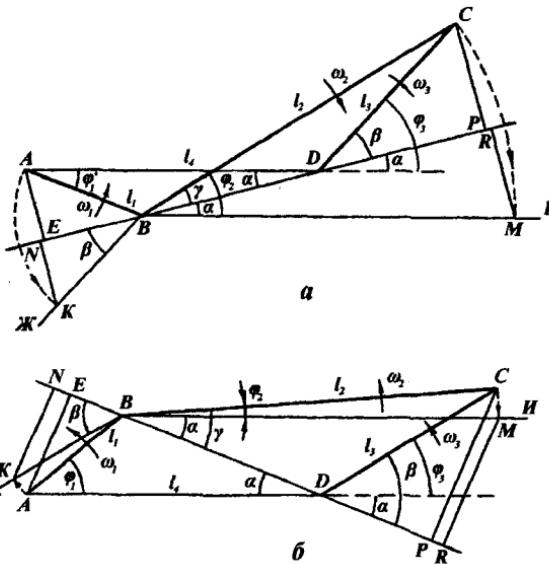


Рис. 2.51. Расчетная схема для определения передаточных отношений в особом положении ударного механизма с наибольшим шатуном:  
а – для определения  $u_{31}^n$  и  $u_{21}^n$ ; б – для определения  $u_{31}^0$  и  $u_{21}^0$ .

Учитывая, что  $\lambda_{2(A)} = \lambda_{3(B)}$  и  $\lambda_{2(B)} = \lambda_{3(A)}$ , имеем:

$$u_{31(A)}^n = \frac{1}{1-\lambda_4} \left( 1 + \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_{2(A)}}{\lambda_{3(A)}}} \right) = \frac{1}{1-\lambda_4} \left( 1 + \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_{3(B)}}{\lambda_{2(B)}}} \right) = u_{21(B)}^n,$$

$$u_{31(A)}^0 = \frac{1}{1-\lambda_4} \left( 1 - \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_{2(A)}}{\lambda_{3(A)}}} \right) = \frac{1}{1-\lambda_4} \left( 1 - \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_{3(B)}}{\lambda_{2(B)}}} \right) = u_{21(B)}^0.$$

Аналогичным образом, получим

$$u_{21(A)}^n = \left( 1 + \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_{3(A)}}{\lambda_{2(A)}}} \right) \frac{1}{1-\lambda_4} = \frac{1}{1-\lambda_4} \left( 1 + \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_{2(B)}}{\lambda_{3(B)}}} \right) = u_{31(B)}^n,$$

$$u_{21(A)}^0 = \frac{1}{1-\lambda_4} \left( 1 - \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_{3(A)}}{\lambda_{2(A)}}} \right) = \frac{1}{1-\lambda_4} \left( 1 - \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_{2(B)}}{\lambda_{3(B)}}} \right) = u_{31(B)}^0 .$$

Необходимо также отметить, что

$$u_{31(B)}^n > u_{31(A)}^n, \quad u_{31(B)}^0 > u_{31(A)}^0 . \quad (2.58)$$

Из (2.58) следует, что ударные механизмы "Б" (рис. 2.51) более динамичны по сравнению с ударными механизмами "А" (рис. 2.49) при относительно одинаковом соотношении длин звеньев. Передаточное отношение  $u_{21}$  механизмов "А" и "Б" соотносятся как:

$$u_{21(B)}^n < u_{21(A)}^n, \quad u_{21(B)}^0 < u_{21(A)}^0 . \quad (2.59)$$

### **2.5.3. Определение передаточных отношений $u_{31}$ и $u_{21}$ в особом положении ударного механизма с наибольшим основанием**

Передаточные отношения  $u_{31}$  и  $u_{21}$  ударных механизмов с наибольшим основанием в их особых положениях определяем аналогично двум предыдущим ударным механизмам. Для этого строим схему предударного положения механизма с наибольшим основанием (рис. 2.52). Проведя прямую BD на плане механизма, получим следующие углы:  $\alpha$  – угол между основанием и прямой BD;  $\beta$  – угол между прямой BD и коромыслом; угол  $\gamma$  – между прямой BD и шатуном (рис. 2.52).

Для начала рассмотрим механизм Галловея, у которого длина шатуна равна длине кривошипа, а длина коромысла равна межопорному расстоянию. На рис. 2.52 шатун и коромысло данного механизма выделены пунктирными линиями.

Из расчетной схемы видно, что для любого положения механизма справедливо равенство:  $\ell_1 \sin \varphi_1^* = |BD| \sin \alpha$ . При положении механизма, близком к особому, данное равенство приобретает вид:

$$\ell_1 \varphi_1^* = (\ell_{2(0)} + \ell_{3(0)}) \cdot \alpha .$$

Отсюда учитывая, что  $\ell_{2(0)} = \ell_1$  и  $\ell_{3(0)} = \ell_4$ , получим:

$$\alpha = \frac{\ell_1}{\ell_1 + \ell_4} \varphi_1^* = \varphi_1^* \frac{1}{1 + \lambda_4}. \quad (2.60)$$

Передаточное отношение  $u_{31(\Gamma)}^n$  механизма Галловея в особом положении определяется как

$$u_{31(\Gamma)}^n = \frac{2\alpha}{\varphi_1^*}. \quad (2.61)$$

Подставляя (2.60) в (2.61), имеем:

$$u_{31(\Gamma)}^n = \frac{2}{1 + \lambda_4}. \quad (2.62)$$

Переходим от механизма Галловея к ударному механизму с наибольшим основанием (рис. 2.52). Для этого необходимо увеличить длину шатуна и уменьшить длину коромысла на одинаковую величину. При этом угол между коромыслом и осью BD увеличится на некоторую величину. Обозначим этот угол через  $\beta$ .

На рис. 2.52 видно, что при преобразовании механизма Галловея в ударный механизм с наибольшим основанием происходит изменение длин звеньев и углов между звеньями и осью BD, примерно сохраняется следующее равенство:

$$\frac{\ell_3 \sin \beta}{\ell_{3(0)} \sin \alpha} \approx \frac{\ell_2 \sin \alpha}{\ell_{2(0)} \sin \beta} \quad (2.63)$$

или

$$\frac{|CP|}{|C_0E|} \approx \frac{|C^*R|}{|C_0^*N|}.$$

Причем равенство (2.63) стремится к абсолютной точности при приближении механизма к особому положению. Учитывая, что при этом отношение синусов углов  $\alpha$  и  $\beta$  станет равным отношению самих углов, а также  $\ell_{3(0)} = \ell_4$  и  $\ell_{2(0)} = \ell_1$ , из уравнения (2.63) получим:

$$\frac{\ell_3\beta}{\ell_4\alpha} = \frac{\ell_2\alpha}{\ell_1\beta}.$$

Отсюда, подставляя вместо абсолютных размеров относительные, имеем:

$$\beta = \alpha \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_2}{\lambda_3}}. \quad (2.64)$$

Передаточное отношение ударного механизма в особом положении можно выразить следующей формулой:

$$u_{31}^n = \frac{\varphi_3^*}{\varphi_1^*} = \frac{\alpha + \beta}{\varphi_1^*}, \quad (2.65)$$

где  $\varphi_3^* = 180^\circ - \varphi_3$ .

Подставляя (2.64) и (2.60) в (2.65), получим:

$$u_{31}^n = \frac{1}{1 + \lambda_4} \left( 1 + \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_2}{\lambda_3}} \right). \quad (2.66)$$

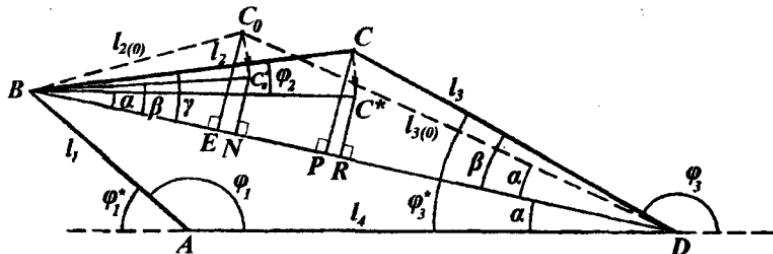


Рис. 2.52. Расчетная схема для определения передаточных отношений в особом положении ударного механизма с наибольшим основанием при ударе.

Аналогично определяется  $u_{21}^n$ :

$$u_{21}^n = \frac{\varphi_2^*}{\varphi_1^*} = \frac{\gamma - \alpha}{\varphi_1^*}. \quad (2.67)$$

При положении, близком к особому положению механизма, имеем:

$$\gamma = \beta \frac{\lambda_3}{\lambda_2} = \varphi_1^* \frac{1}{1 + \lambda_4} \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_2}{\lambda_3}} \cdot \frac{\lambda_3}{\lambda_2} = \varphi_1^* \frac{1}{1 + \lambda_4} \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_3}{\lambda_2}} . \quad (2.68)$$

Подставляя (2.68) и (2.60) в (2.67), получим:

$$u_{21}^n = \frac{1}{1 + \lambda_4} \left( 1 - \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_3}{\lambda_2}} \right) . \quad (2.69)$$

Чтобы определить послеударные передаточные отношения  $u_{31}^0$  и  $u_{21}^0$ , построим другую кинематическую схему механизма (рис. 2.53).

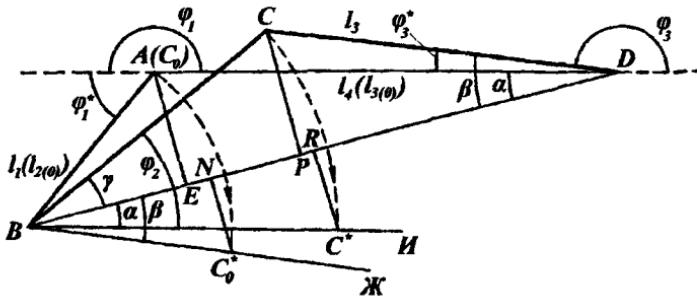


Рис. 2.53. Расчетная схема для определения передаточных отношений в особом положении ударного механизма с наибольшим основанием при кинематическом отскоке.

Проанализировав изложенную выше последовательность, из расчетной схемы (рис. 2.53) получим:

$$u_{31}^0 = \frac{1}{1 + \lambda_4} \left( \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_2}{\lambda_3}} - 1 \right) \quad (2.70)$$

и

$$u_{21}^0 = \frac{1}{1 + \lambda_4} \left( 1 + \sqrt{\frac{\lambda_4 \lambda_3}{\lambda_2}} \right) . \quad (2.71)$$

## 2.6. Определение степени влияния соотношений длин звеньев ударных механизмов с наибольшим коромыслом и с наибольшим шатуном на передаточные отношения $u_{31}^n$ и $u_{31}^0$

Аналитические выражения (2.37), (2.42), (2.50), (2.54), (2.66), (2.69), (2.70) и (2.71), выведенные для определения передаточных отношений  $u_{31}$  и  $u_{21}$  в особых положениях ударных механизмов, позволяют более глубоко изучить кинематику ударных механизмов.

Известно, что каждый вид шарнирно-четырехзвенного механизма имеет определенное соотношение длин звеньев. Возникает вопрос, в каких пределах могут колебаться передаточные отношения  $u_{31}^n$  и  $u_{31}^0$  того или иного ударного механизма при варьировании размерами звеньев, не нарушая заданного их соотношения, и варьирование длины какого звена оказывает существенное влияние на изменение передаточных отношений.

Рассмотрим особое положение ударного механизма (механизм "A") с наибольшим коромыслом (рис. 2.54).

Из первоначальной схемы перемещая точки С и D вдоль оси звеньев механизма, можно получить различные варианты данного ударного механизма. Но при заданном соотношении длин звеньев точка С обязательно должна находиться левее

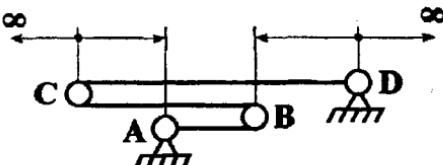


Рис. 2.54.

точки А, точка D – правее точки В. При одновременном перемещении точек С и D в уравнении (2.37) изменяются все коэффициенты, при перемещении точки С изменяются коэффициенты  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$ , перемещая точку D изменяют  $\lambda_3$  и  $\lambda_4$ .

Из уравнения (2.37) можно заметить, что изменение коэффициентов  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$  при постоянстве коэффициента  $\lambda_4$  не очень сильно влияет на конечный результат, поэтому рассмотрим только их предельные значения, т. е. удалим точку С влево до бесконечности ( $\lambda_3 = \infty$ ,  $\lambda_2 = \infty$ ) и совместим с точкой А ( $\lambda_3 = \lambda_4$ ,  $\lambda_2 = 1$ ). В первом случае (2.37) приобретает вид:

$$u_{31(A)}^n = \frac{1 + \sqrt{\lambda_4}}{1 - \lambda_4} = \frac{1}{1 - \sqrt{\lambda_4}}. \quad (2.72)$$

Во втором случае, т.к.  $\lambda_3 = \lambda_4$  и  $\lambda_2 = 1$  (2.37) преобразуется как

$$u_{31(A)}^n = \frac{2}{1 - \lambda_4}, \quad (2.73)$$

т.е., получаем уравнение (2.31) передаточного отношения для механизма Галловея.

Уравнения (2.72) и (2.73) графически выражены в виде кривых 1 и 2 (рис. 2.56). Эти кривые показывают, что передаточное отношение  $u_{31(A)}^n$  сильно зависит от коэффициента  $\lambda_4$ . По мере уменьшения  $\lambda_4$  в обоих случаях передаточное отношение  $u_{31(A)}^n$  увеличивается и при  $\lambda_4 \rightarrow 1$  оно стремится к бесконечности, а при стремлении  $\lambda_4$  к бесконечности  $u_{31(A)}^n$  стремится к нулю. Между кривыми 1 и 2 (рис. 2.56) находится область возможных значений передаточного отношения  $u_{31(A)}^n$  для ударного механизма с наибольшим коромыслом. Для пояснения сказанного, приведем пример. Передаточное отношение  $u_{31(A)}^n$  ударного механизма, межпорное расстояние которого в полтора раза длиннее кривошипа, т. е.  $\lambda_4 = 1,5$ , при изменении  $\lambda_3$  от 1,5 до  $\infty$  может колебаться в пределах от -4 до -4,45, а механизм, в котором  $\lambda_4 = 2$ , при изменении  $\lambda_3$  от 2 до  $\infty$  может иметь значения  $u_{31(A)}^n$  в пределах от -2 до -2,414. В то же время изменение  $\lambda_4$  от 1,5 до 1 в первом механизме и от 2 до 1 – во втором, приводит к увеличению  $u_{31(A)}^n$  до бесконечности.

Аналогичным образом определим область возможных значений передаточного отношения  $u_{31(B)}^n$  ударного механизма (механизм "Б") с наибольшим шатуном (рис. 2.55). Из первоначальной схемы механизма, приведенной на рис. 2.55, можно получить различные его варианты перемещением точек С и D вдоль оси звеньев.

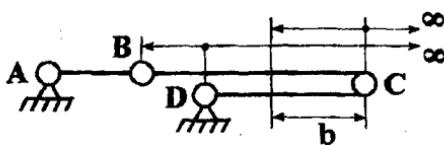


Рис. 2.55.

Точка D всегда должна находиться правее точки B, т.е. должно соблюдаться условие  $l_2 > l_3$ , точка C должна находиться правее точки D на расстоянии  $l_3 > l_1$ .

Удаляя точку С вправо в бесконечность, из (2.56) имеем формулу (2.72). Отсюда следует, что ударные механизмы с наибольшим коромыслом и с наибольшим шатуном при увеличении длин шатуна и коромысла до бесконечности, имеют одинаковые передаточные отношения. Приближая точку С к точке D на расстояние  $\ell_3 = \ell_1$  ( $\lambda_3 = 1$ ,  $\lambda_2 = \lambda_4$ ), получим механизм параллелограмма, для которого из (2.56) имеем:

$$u_{31(B)}^n = \frac{1 + \lambda_4}{1 - \lambda_4}. \quad (2.74)$$

По формуле (2.74) строим кривую 3 зависимости  $u_{31(B)}^n$  от  $\lambda_4$  (рис. 2.56). При  $\lambda_4 \rightarrow 1$ ,  $u_{31(B)}^n$  стремится к бесконечности, при  $\lambda_4 \rightarrow \infty$ ,  $u_{31(B)}^n$  стремится к единице. Это наглядно показано на графике (рис. 2.56). Между кривыми 1 и 3 расположена область возможных значений передаточного отношения  $u_{31(B)}^n$  шарнирно-четырехзвенного ударного механизма с наибольшим шатуном. На рис. 2.56 видно, что верхняя граница области возможных значений  $u_{31(A)}^n$  механизма "А" совпадает с нижней границей области возможных значений  $u_{31(B)}^n$  механизма "Б". Это говорит о том, что при одинаковом значении  $\lambda_4$  передаточное отношение  $u_{31(B)}^n$  механизма "Б" всегда больше чем  $u_{31(A)}^n$  механизма "А". Они могут равняться только в том случае, когда оба механизма имеют бесконечно длинное коромысло и шатун (кривая 1 на рис. 2.56).

Анализируя графическую зависимость  $u_{31}^n$  от коэффициента  $\lambda_4$  (рис. 2.56) можно заметить, что при одном и том же значении  $\lambda_4$  с увеличением длины коромысла и шатуна в механизме "А" передаточное отношение  $u_{31(A)}^n$  увеличивается, а в механизме "Б" это происходит при уменьшении длины коромысла и шатуна.

По изложенной выше методике определяем области возможных значений  $u_{31}^0$  для механизмов "А" и "Б".

Согласно (2.50) ударные механизмы "А" и "Б" с бесконечно длинным коромыслом и шатуном имеют следующее передаточное отношение:

$$u_{31}^0 = \frac{1 - \sqrt{\lambda_4}}{1 - \lambda_4} = \frac{1}{1 + \sqrt{\lambda_4}}. \quad (2.75)$$



Рис. 2.56. Зависимости передаточных отношений  $u_{31}^n$  и  $u_{31}^0$  от соотношений длин звеньев ударных механизмов с наибольшим коромыслом и с наибольшим шатуном.

Данная зависимость выражена графически в виде кривой 4 (рис. 2.56). Максимальное значение передаточного отношения  $u_{31}^0 = 0,5$  достигается при  $\lambda_4 = 1$ . При стремлении  $\lambda_4$  к бесконечности  $u_{31}^0$  стремится к нулю. Уменьшая длину коромысла и шатуна механизма “А” до предельного значения, когда  $\lambda_3 = \lambda_4$  и  $\lambda_2 = 1$  по формуле (2.50) получим  $u_{31(A)}^0 = 0$ . На рис. 2.56 эта кривая 5 совпадает с осью  $\lambda_4$ . Отсюда следует, что ударный механизм при предельных значениях длин звеньев превращается в механизм ромбопараллелограмма, в котором коромысло, доходя до особого положения, становится неподвижным.

В механизме “Б” при уменьшении длины коромысла до предельного значения  $\ell_3 = \ell_1$ , получим  $\lambda_3 = 1$  и  $\lambda_2 = \lambda_4$ . В этом случае из формулы (2.50) имеем:

$$u_{31}^0 = \frac{1 - \lambda_4}{1 - \lambda_4} = 1.$$

В рассматриваемом случае ударный механизм “Б” превратился в механизм параллелограмма, в котором независимо от значения  $\lambda_4$  кривошип и коромысло после удара имеют одинаковую угловую скорость. На рис. 2.56 эта зависимость выражена в виде прямой 6.

На рис. 2.56 видно, что верхняя граница области возможных значений  $i_{31(A)}^0$  совмещается с нижней границей области возможных значений  $i_{31(B)}^0$ . Это означает, что механизм “Б” по сравнению с механизмом “А” при одинаковых значениях длины основания обладает большим передаточным отношением. Передаточные отношения этих механизмов сравняются при  $l_2 \rightarrow \infty$  и  $l_3 \rightarrow \infty$  (кривая 4 на рис. 2.56).

## 2.7. Определение степени влияния соотношений длин звеньев ударных механизмов с наибольшим основанием на передаточные отношения $i_{31}^n$ и $i_{31}^0$

Определим степени влияния размеров звеньев ударного шарнирно-четырехзвенного механизма с наибольшим основанием на величину передаточных отношений  $i_{31}^n$  и  $i_{31}^0$  в рассмотренной выше последовательности.

Рассмотрим особое положение механизма квадрата (рис. 2.57а), у которого  $1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4$ . Если переместить точки С и D вправо на одинаковое расстояние, то произойдет увеличение длин шатуна и основания, в результате получим механизм параллелограмма (рис. 2.57б). Этот механизм может работать в режиме удара по такому же закону движения звеньев, как и в ударных механизмах с наибольшим основанием. Ввиду того, что в данном случае  $\lambda_2 = \lambda_4$  и  $\lambda_3 = 1$ , из уравнения (2.66) получим  $i_{31}^n = 1$ . Перемещая точки С и D вправо еще дальше, можно получить бесконечное множество вариантов механизма параллелограмма. Но в любом случае передаточное число  $i_{31}^n = 1$  остается неизменным (прямая 1 на рис. 2.58а). Передаточное число  $i_{31}^0$  для первоначального механизма-квадрата равно нулю. Это подтверждается уравнением (2.70). Для механизма параллелограмма данное передаточное отношение изменяется по следующей функциональной зависимости:

$$i_{31}^0 = \frac{\lambda_4 - 1}{\lambda_4 + 1}. \quad (2.76)$$

Изменение послеударного передаточного отношения  $i_{31}^0$  механизма параллелограмма, выраженное уравнением (2.76), графически представлено кривой 1 на рис. 2.58б. Следует заметить, что при

увеличении  $\lambda_4$  до бесконечности  $u_{31}^0$  стремится к единице, т.е. механизм параллелограмма с бесконечно длинным основанием и шатуном имеет  $u_{31}^n = u_{31}^0 = 1$ .

В механизме квадрата, приведенного на рис. 2.57 $a$ , увеличив длину коромысла и основания на одинаковую величину, получим кривошипно-коромысловый механизм ромбоида (рис. 2.57 $b$ ), где  $\lambda_3 = \lambda_4$ ;  $\lambda_2 = 1$ . При этом формула (2.66) преобразуется в формулу (2.62), т.е.:

$$u_{31}^n = \frac{2}{1 + \lambda_4}.$$

Из этой формулы следует, что для кривошипно-коромыслового механизма ромбоида  $u_{31}^0 = 0$  (прямая 3 на рис. 2.58 $b$ ). Действительно, как только механизм примет особое положение, вращение коромысла прекращается, а кривошип и шатун вместе начинают вращаться вокруг общей оси в качестве механизма первого класса. Неподвижное состояние коромысла будет сохраняться до тех пор, пока в нужный момент под действием внешних усилий не будет выведено из этого состояния.

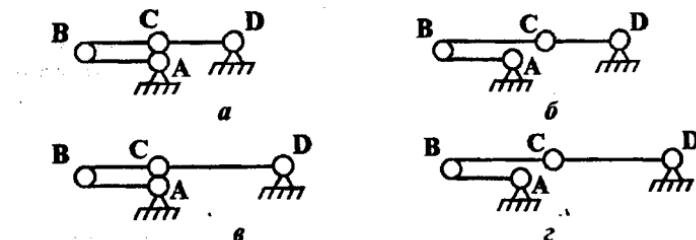


Рис. 2.57.

Переместив точки С и D механизма ромбоида (рис. 2.57 $c$ ) вправо на некоторое расстояние, т.е. удлиняя шатун и основание при постоянстве длии кривошипа и коромысла, получим ударный механизм с наибольшим основанием (рис. 2.57 $d$ ). В этом случае уравнение (2.66) примет следующий вид:

$$u_{31}^n = \frac{1}{1 + \lambda_4} \left( 1 + \sqrt{\frac{\lambda_4(\lambda_4 - \lambda_3 + 1)}{\lambda_3}} \right). \quad (2.77)$$

По формуле (2.77) строим графики, наглядно показывающие зависимость передаточного отношения  $u_{31}''$  от коэффициента  $\lambda_4$  при различных значениях  $\lambda_3$  (кривые 2 на рис. 2.58а).

Начальные точки этих кривых образуют пунктирную линию 3, которая характеризует изменение передаточного отношения  $u_{31}''$  кривошипно-коромыслового ромбоидного механизма, выраженное функциональной зависимостью (2.62). Другие пунктирные кривые, расположенные правее от нее (обозначенные цифрой 4 на рис. 2.58а), показывают зависимость  $u_{31}''$  от коэффициентов  $\lambda_4$  и  $\lambda_3$  при постоянстве  $\lambda_2$  для ударных механизмов с наибольшим основанием.

Анализируя эти графики (сплошные и пунктирные кривые), можно сделать следующий вывод. В ударном механизме с наибольшим основанием одновременное варьирование длин коромысла и основания при постоянстве длин шатуна и кривошипа приводит к резкому изменению передаточного отношения  $u_{31}''$  (пунктирные линии) по сравнению с тем случаем, когда изменяются основание механизма вместе с шатуном при постоянстве длин коромысла и кривошипа (сплошные линии).

Исключая  $\lambda_2$  из уравнения (2.70), запишем его в следующем виде:

$$u_{31}^0 = \frac{1}{1 + \lambda_4} \left( \sqrt{\frac{\lambda_4(\lambda_4 - \lambda_3 + 1)}{\lambda_3}} - 1 \right). \quad (2.78)$$

Используя (2.78) строим графические зависимости  $u_{31}^0$  от коэффициента  $\lambda_4$  при  $\lambda_3 = \text{const}$  (сплошные кривые 2 на рис. 2.58б), а также учитывая, что  $\lambda_2 = \lambda_4 - \lambda_3 + 1$ , строим пунктирные кривые 4, показывающие зависимость  $u_{31}^0$  от коэффициента  $\lambda_4$  при  $\lambda_2 = \text{const}$ .

Кривые, приведенные на рис. 2.58а и 2.58б можно использовать для определения передаточных отношений  $u_{31}''$  и  $u_{31}^0$  ударного механизма с наибольшим основанием. Например, чтобы определить  $u_{31}''$  ударного механизма с коэффициентами  $\lambda_4 = 8$  и  $\lambda_3 = 6$ , необходимо из числовой отметки 8 на оси  $\lambda_4$  провести вертикальную прямую до пересечения с кривой линией, пересекающейся с криволинейной осью  $\lambda_3$  в точке б. Пересечение этих линий обозначено на рис. 2.58а точкой А. Проведя из этой точки горизонтальную прямую до пересечения с осью  $u_{31}''$ , определяем соответствующее значение передаточного отношения  $u_{31}''$ , а также по пунктирной линии определяем, что в рассматриваемом механизме  $\lambda_2 = 3$ .

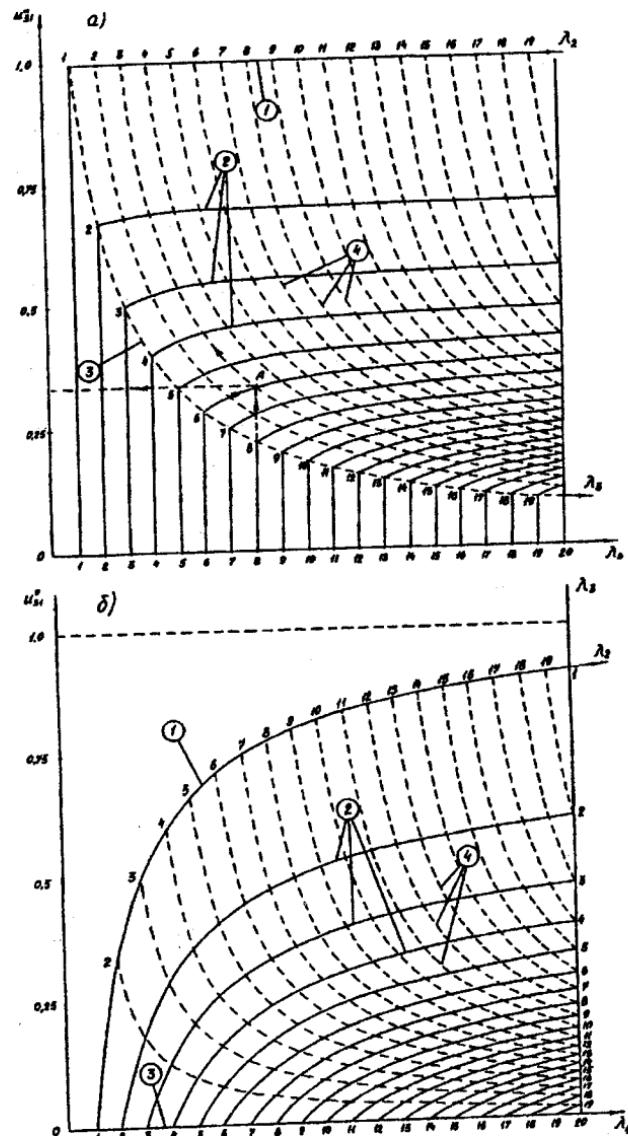


Рис. 2.58. Зависимости передаточных отношений  $u_{31}^n$  и  $u_{31}^o$   
от коэффициентов  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  и  $\lambda_4$   
для ударных механизмов с наибольшим основанием.

Аналогичным образом можем использовать рис. 2.58б для определения передаточного отношения  $u_{31}^0$  при различных значениях  $\lambda_4$ ,  $\lambda_3$  и  $\lambda_2$ . Если, например, заданы коэффициенты  $\lambda_4$  и  $\lambda_2$ , необходимо провести вертикальную прямую из соответствующей числовой отметки оси  $\lambda_4$  до пересечения с пунктирной линией, соответствующей заданному значению  $\lambda_2$ . Точка пересечения этих линий определяет значения  $u_{31}^n$  ( $u_{31}^0$ ) и  $\lambda_3$  (по сплошной кривой линии).

В случае необходимости определения передаточного отношения  $u_{31}^n$  или  $u_{31}^0$  при заданных значениях коэффициентов  $\lambda_3$  и  $\lambda_2$ , находим точку пересечения двух кривых: сплошной линии, соответствующей заданному значению  $\lambda_3$  и пунктирной линии, соответствующей значению  $\lambda_2$ . Из точки пересечения кривых, проведя перпендикуляр к оси  $\lambda_4$ , определим значение  $\lambda_4$  и по горизонтали – передаточное отношение  $u_{31}^n$  ( $u_{31}^0$ ).

## 2.8. Определение ускорений и их аналогов шарнирно-четырехзвенного ударного механизма

Определим ускорения звеньев шарнирно-четырехзвенного механизма по тому же методу, который был применен при определении скоростей и их аналогов. Рассмотрим общий случай, когда кривошип вращается с угловым ускорением  $\varepsilon_1$ , и соответственно точка В имеет тангенциальное ускорение  $a_B^t$ . Для этого используем расчетную схему, приведенную на рис. 2.59.

Из прямоугольного треугольника С'МС\* имеем:

$$|C^*C'| = \frac{|MC^*|}{\operatorname{tg}(\varphi_3 - \varphi_2)}$$

или

$$|C^*C'| = \frac{|b'c^*| - |b'M|}{\operatorname{tg}(\varphi_3 - \varphi_2)}. \quad (2.79)$$

Из прямоугольного треугольника b'NM получим:

$$|b'M| = \frac{|b'N|}{\cos(\varphi_3 - \varphi_2)} = \frac{|p'c''| + |p'b'| \cos(180^\circ - \varphi_3 + \varphi_1 - \varphi_{e_1})}{\cos(\varphi_3 - \varphi_2)}, \quad (2.80)$$

где  $\varphi_{e_1} = \arctg \frac{a_B^r}{a_B^n}$ .

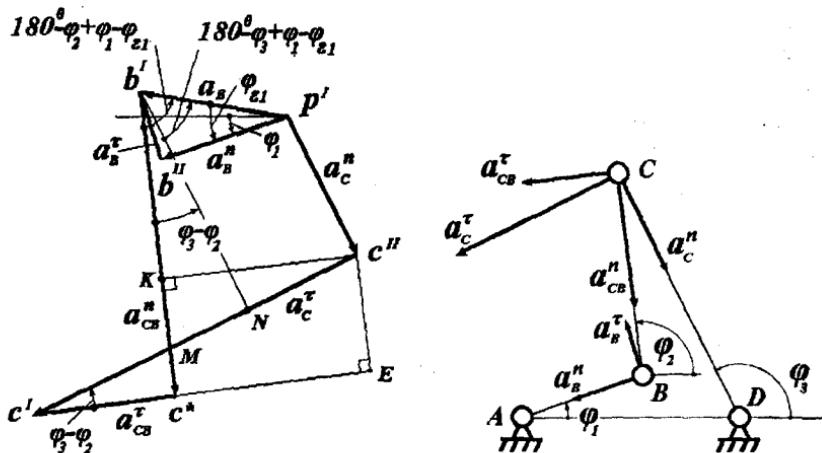


Рис. 2.59. Расчетная схема для определения ускорений звеньев шарнирно-четырехзвенного механизма.

Угол  $\varphi_{e_1}$  является углом между ускорениями  $a_B$  и  $a_B^n$ , и отсчитывается от полного ускорения  $a_B$  к нормальному ускорению  $a_B^n$ . Направление угла против часовой стрелки принято считать положительным.

При определении угла  $\varphi_{e_1}$  по указанному выше уравнению, нормальное ускорение  $a_B^n$  точки В всегда считается положительным, а тангенциальное ускорение  $a_B^r$  подставляется в уравнение со своим знаком. Если направление  $a_B^r$  соответствует угловому ускорению кривошипа, направленному против хода часовой стрелки, то оно считается положительным. В противном случае оно берется со знаком «-».

Учитывая, что

$$\cos(180^\circ - \varphi_3 + \varphi_1 - \varphi_{e_1}) = -\cos(\varphi_3 - \varphi_1 + \varphi_{e_1}),$$

а также подставляя (2.80) в уравнение (2.79), получим:

$$|c''c'| = \frac{|b'c'|}{\operatorname{tg}(\varphi_3 - \varphi_2)} + \frac{|p'b'|\cos(\varphi_3 - \varphi_1 + \varphi_{e_1}) - |p'c''|}{\sin(\varphi_3 - \varphi_2)}. \quad (2.81)$$

Преобразуя уравнение (2.81) и заменив модули векторов соответствующими ускорениями, получим формулу для определения касательной составляющей ускорения точки С относительно точки В:

$$a_{CB}^{\tau} = \frac{a_B \cos(\varphi_3 - \varphi_1 + \varphi_{e_1}) + a_{CB}^n \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - a_C^n}{\sin(\varphi_3 - \varphi_2)}. \quad (2.82)$$

Для определения тангенциальной составляющей  $a_C^{\tau}$  абсолютного ускорения точки С, рассмотрим прямоугольный треугольник СС'E (см. рис. 2.59), где

$$|c''c'| = \frac{|c''E|}{\sin(\varphi_3 - \varphi_2)} = \frac{|b'c'| - |b'K|}{\sin(\varphi_3 - \varphi_2)}. \quad (2.83)$$

Из расчетной схемы видно, что

$$|b'K| = |p'b'|\cos(180^\circ - \varphi_2 + \varphi_1 - \varphi_{e_1}) + |p'c''|\cos(\varphi_3 - \varphi_2). \quad (2.84)$$

Подставляя (2.84) в уравнение (2.83), учитывая, что

$$\cos(180^\circ - \varphi_2 + \varphi_1 - \varphi_{e_1}) = -\cos(\varphi_2 - \varphi_1 + \varphi_{e_1}),$$

а также заменив модули векторов соответствующими ускорениями, получим расчетную формулу для определения ускорения  $a_C^{\tau}$ :

$$a_C^{\tau} = \frac{a_B \cos(\varphi_2 - \varphi_1 + \varphi_{e_1}) - a_C^n \cos(\varphi_3 - \varphi_2) + a_{CB}^n}{\sin(\varphi_3 - \varphi_2)}. \quad (2.85)$$

Уравнения (2.82) и (2.85) справедливы для любого положения механизма, кроме особого, где все звенья выстраиваются в одну линию. Отрицательные значения касательных ускорений соответствуют угловым ускорениям, направленным по часовой стрелке.

Полные ускорения определяем по следующим формулам:

$$a_C = \sqrt{(a_C^n)^2 + (a_C^t)^2} \quad \text{и} \quad a_{CB} = \sqrt{(a_{CB}^n)^2 + (a_{CB}^t)^2}.$$

Переходим к определению ускорений центров масс звеньев. При этом необходимо определить не только величину этих ускорений, но и их направления. Для этого должны быть известны их положения относительно соответствующих звеньев и ускорения как минимум двух точек каждого звена. В качестве этих точек обычно принимаются кинематические пары звеньев (точки A, B, C и D) (см. рис. 2.47). Положение центров масс звеньев относительно самих звеньев удобно задавать через полярные координаты, как показано на рис. 2.47.

Используя в качестве расчетной схемы план ускорений (рис. 2.60), составленный для произвольно выбранного положения механизма, выведем уравнения для определения ускорений центров масс звеньев.

Ускорение центра масс кривошипа определяется по формуле:

$$a_{S_1} = \frac{\ell_{AS_1}}{\ell_1} a_B. \quad (2.86)$$

Введя безразмерный коэффициент  $\lambda_{S_1} = \frac{\ell_{AS_1}}{\ell_1}$  в уравнение (2.86), перепишем его в следующем виде:

$$a_{S_1} = \lambda_{S_1} a_B. \quad (2.87)$$

Ускорение центра масс шатуна определяется согласно теореме косинусов из треугольника  $S_2'b'P'$ :

$$a_{S_2} = \sqrt{a_B^2 + a_{S_2B}^2 - 2a_{S_2B}a_B \cos(180^\circ + \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_{\varepsilon_1} + \varphi_{\varepsilon_2} - \beta_{S_2})}, \quad (2.88)$$

где  $a_{S_2B} = (\ell_{BS_2}/\ell_2) \cdot a_{CB} = \lambda_{S_2} a_{CB}$ ,  $\varphi_{\varepsilon_2} = \arctg(a_{CB}^t/a_{CB}^n)$ .

Учитывая, что

$\cos(180^\circ + \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_{\varepsilon_1} + \varphi_{\varepsilon_2} - \beta_{S_2}) = -\cos(\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_{\varepsilon_1} + \varphi_{\varepsilon_2} - \beta_{S_2})$ ,

уравнение (2.88) приведем к следующему виду:

$$a_{S_2} = \sqrt{a_B^2 + a_{S_2B}^2 + 2a_B a_{S_2B} \cos(\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_{\varepsilon_1} + \varphi_{\varepsilon_2} - \beta_{S_2})}. \quad (2.89)$$

Направление ускорения  $a_{S_2}$  определяется углом  $\varphi_{2a_{S_2}}$  его наклона относительно шатуна. Кроме этого при силовом расчете возникает необходимость определения угла  $\varphi_{3a_{S_2}}$ , т.е. угла наклона ускорения  $a_{S_2}$  относительно коромысла. Эти углы также определяются из расчетной схемы, приведенной на рис. 2.60.

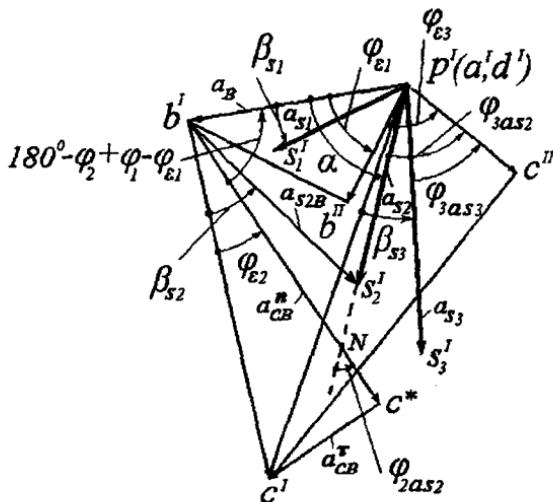


Рис. 2.60. Расчетная схема для определения ускорений центров масс звеньев.

Из треугольника  $b'NP'$  согласно правилу о сумме внутренних углов треугольника имеем:

$$\varphi_{2a_{S_2}} = 180^\circ - \alpha' - (180^\circ - \varphi_2 + \varphi_1 - \varphi_{\epsilon_1}) = \varphi_2 - \varphi_1 + \varphi_{\epsilon_1} - \alpha' . \quad (2.90)$$

Угол  $\alpha'$  находим из треугольника  $b'S_2'P'$  по теореме косинусов:

$$a_B^2 + a_{S_2}^2 - 2a_B a_{S_2} \cdot \cos \alpha' = a_{S_2B}^2 .$$

Отсюда имеем:

$$\alpha' = \arccos \left( \frac{a_B^2 + a_{S_2}^2 - a_{S_2B}^2}{2a_B a_{S_2}} \right) . \quad (2.91)$$

На схемах, приведенных на рис. 2.61а и 2.61б видно, что знак угла  $\alpha'$  соответствует знаку угла  $\pi + \beta$ , где  $\beta = \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_{e_1} + \varphi_{e_2} - \beta_{S_2}$ . Учитывая это, формулу (2.91) запишем в следующем виде:

$$\alpha' = \arccos \left( \frac{a_B^2 + a_{S_2}^2 - a_{S_2B}^2}{2a_B a_{S_2}} \right) \cdot \operatorname{sgn}(\pi + \beta). \quad (2.92)$$

Подставляя (2.91) в (2.90), получим:

$$\varphi_{2as_2} = \varphi_2 - \varphi_1 + \varphi_{e_1} - \arccos \left( \frac{a_B^2 + a_{S_2}^2 - a_{S_2B}^2}{2a_B a_{S_2}} \right) \cdot \operatorname{sgn}(\pi + \beta). \quad (2.93)$$

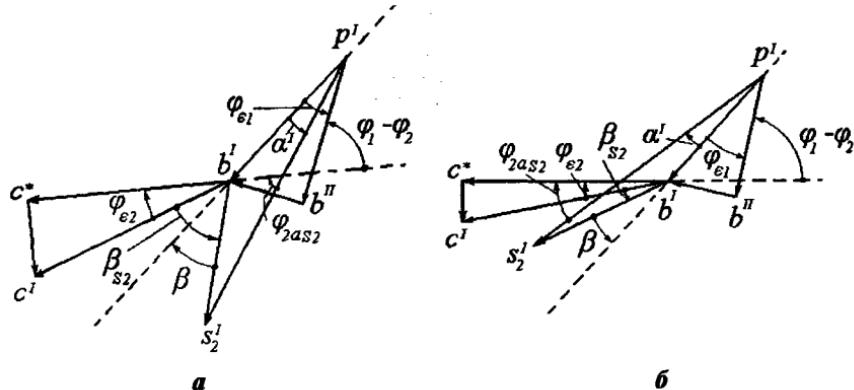


Рис. 2.61. Расчетная схема для определения угла  $\alpha'$ .

Чтобы определить угол  $\varphi_{3as_2}$ , т.е. угол наклона ускорения  $a_{S_2}$  относительно коромысла, также используем расчетную схему, приведенную на рис. 2.60. Из данной схемы видно, что

$$\varphi_{3as_2} = \varphi_{2as_2} + \varphi_3 - \varphi_2. \quad (2.94)$$

Подставляя (2.93) в (2.94), получим:

$$\varphi_{3as_2} = \varphi_3 - \varphi_1 + \varphi_{e_1} - \arccos \left( \frac{a_B^2 + a_{S_2}^2 - a_{S_2B}^2}{2a_B a_{S_2}} \right) \cdot \operatorname{sgn}(\pi + \beta). \quad (2.95)$$

Угол  $\varphi_{3as_3}$  наклона ускорения центра тяжести коромысла относительно его оси определяем по формуле:

$$\varphi_{3as_3} = \varphi_{\varepsilon_3} - \beta_{S_3}, \quad (2.96)$$

где  $\varphi_{\varepsilon_3} = \arctg \frac{a_C^r}{a_C^n}$ .

Угловое ускорение шатуна определяется по формуле:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^r}{\ell_2}, \quad (2.97)$$

где  $\ell_2$  – длина шатуна.

Подставляя (2.82) в (2.97), получим:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_B \cos(\varphi_3 - \varphi_1 + \varphi_{\varepsilon_1}) + a_{CB}^n \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - a_C^n}{\ell_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}. \quad (2.98)$$

Аналогично определяется угловое ускорение коромысла:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_C^r}{\ell_3}, \quad (2.99)$$

где  $\ell_3$  – длина коромысла.

Подставляя (2.85) в (2.99), имеем:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_B \cos(\varphi_2 - \varphi_1 + \varphi_{\varepsilon_1}) - a_C^n \cos(\varphi_3 - \varphi_2) + a_{CB}^n}{\ell_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}. \quad (2.100)$$

Передаточная функция углового ускорения шатуна (аналог углового ускорения  $\varepsilon_2$ ) определяется как

$$\frac{\varepsilon_2}{\omega_1^2} = \frac{a_B \cos(\varphi_3 - \varphi_1 + \varphi_{\varepsilon_1}) + a_{CB}^n \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - a_C^n}{\omega_1^2 \ell_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}. \quad (2.101)$$

Аналог углового ускорения коромысла определяем по формуле:

$$\frac{\varepsilon_3}{\omega_1^2} = \frac{a_B \cos(\varphi_2 - \varphi_1 + \varphi_{\varepsilon_1}) - a_C^n \cos(\varphi_3 - \varphi_2) + a_{CB}^n}{\omega_1^2 \ell_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}. \quad (2.102)$$

Таким образом, полученные формулы позволяют определять скорости, ускорения и передаточные функции шарнирно-четырехзвенных механизмов с различными отношениями длин звеньев, включая механизмы с особыми положениями, в которых все звенья выстраиваются в одну линию.

### **СИЛОВОЙ АНАЛИЗ ШАРНИРНО-ЧЕТЫРЕХЗВЕННОГО УДАРНОГО МЕХАНИЗМА**

При составлении динамической модели шарнирно-четырехзвенных ударных механизмов приведенными моментами сил тяжести обычно пренебрегают, считая, что они незначительны по сравнению с главными моментами сил инерции, возникающими из-за неравномерности вращения звеньев. Но в ударных машинах с высокой энергией единичного удара и сравнительно низкой частотой, силы тяжести подвижных звеньев оказывают значительное влияние на движение звеньев. Хотя среднее значение суммарного приведенного момента сил тяжести звеньев за один цикл равно нулю, внутри цикла в зависимости от положения звеньев он может оказывать значительное сопротивление движению звеньев или наоборот его направление может совпасть с приведенным движущим моментом двигателя. Ввиду того, что силы тяжести звеньев всегда направлены вертикально, их влияние зависит от расположения ударного механизма относительно горизонтальной поверхности и от расположения центров масс звеньев относительно самих звеньев. В связи с этим необходимо учитывать силы тяжести звеньев при динамическом анализе и силовом расчете механизмов переменной структуры.

#### **3.1. Приведение сил тяжести звеньев шарнирно-четырехзвенных ударных механизмов**

Шарнирно-четырехзвенный исполнительный механизм ударной машины нагружен движущим моментом  $M_d$ , приложенным к кривошипу и силами тяжести кривошипа  $G_1$ , шатуна  $G_2$  и  $G_3$  коромысла, приложенными к центрам тяжести соответствующих звеньев.

Рассмотрим общий случай, когда шарнирно-четырехзвенный механизм конструктивно расположен в корпусе машины под углом  $\gamma$  и сама машина наклонена на угол  $\psi$  относительно горизонтальной поверхности (рис. 3.1).

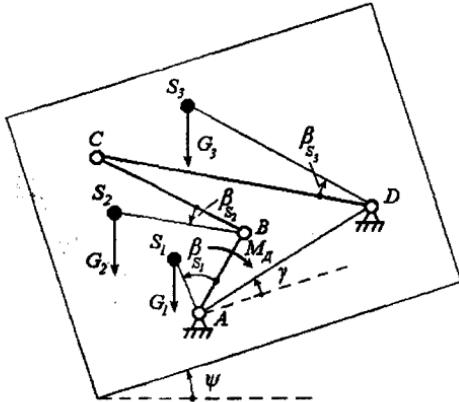


Рис. 3.1. Схема расположения шарнирно-четырехзвенного механизма относительно горизонтальной плоскости.

Выберем в качестве начального звена кривошип. Суммарный приведенный момент сил тяжести звеньев и движущего момента определяется по формуле:

$$M_{\Sigma}^{PP} = M_D^{PP} + M_{G_1}^{PP} + M_{G_2}^{PP} + M_{G_3}^{PP}, \quad (3.1)$$

где  $M_D^{PP}$  – движущий момент двигателя, приведенный к кривошипу;

$M_{G_1}^{PP}$ ,  $M_{G_2}^{PP}$  и  $M_{G_3}^{PP}$  – приведенные моменты сил тяжести соответственно кривошипа, шатуна и коромысла. Для определения этих моментов рассмотрим расчетную схему, приведенную на рис. 3.2.

Следует заметить, что скорости и моменты считаются положительными, если они направлены против часовой стрелки, и отрицательными, если они направлены по часовой стрелке. Из расчетной схемы (рис. 3.2) видно, что приведенный момент силы тяжести  $G_1$  определяется по формуле:

$$M_{G_1}^{PP} = G_1 \frac{v_{S_1}}{\omega_1} \cdot \cos \alpha_{1PP}. \quad (3.2)$$

При вращении кривошипа против часовой стрелки, т.е. когда  $\omega_1$  имеет положительное значение, по формуле (3.2) получим положительное  $M_{G_1}^{PP}$ , т.к.  $v_{S_1}$ ,  $\omega_1$  и  $\cos \alpha_{1PP}$  также положительны:

$$\alpha_{1PP} = \pi - (\gamma + \psi + \varphi_1 + \beta_{S_1}).$$

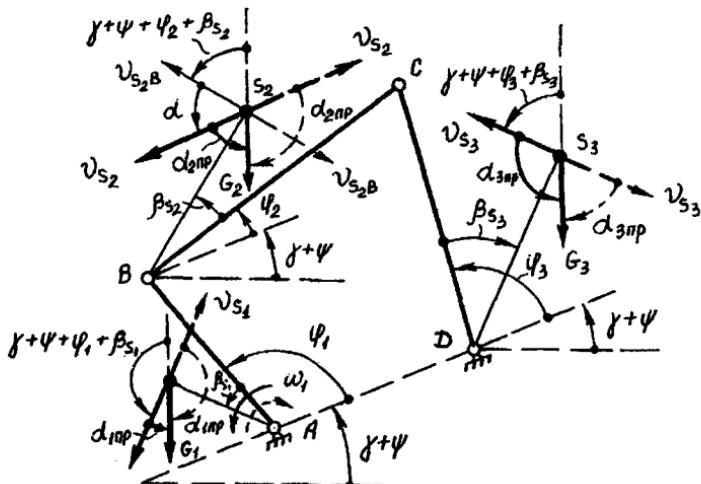


Рис. 3.2. Расчетная схема для определения приведенных моментов сил тяжести звеньев шарнирно-четырехзвенного механизма.

В случае, когда  $\omega_1$  имеет отрицательное значение, т.е. когда она направлена по часовой стрелке, угол  $\alpha_{1PP}$  при положении механизма, изображенного на рис. 3.2, определяется по формуле:

$$\alpha_{1PP} = -(\gamma + \psi + \phi_1 + \beta_{S_1}).$$

В этом случае  $V_{S_1}$ ,  $\omega_1$ ,  $\cos\alpha_{1P}$  – отрицательны, и по формуле (3.2) получим отрицательное  $M_{G_1}^{PP}$ , тогда как действительное его значение – положительное. Такое несоответствие можно исключить, заменив в формуле (3.2)  $\omega_1$  на  $|\omega_1|$ :

$$M_{G_1}^{PP} = G_1 \frac{v_{S_1}}{|\omega_1|} \cdot \cos\alpha_{1PP}, \quad (3.3)$$

где  $\alpha_{1PP} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \operatorname{sgn}(\omega_1) - \gamma - \psi - \phi_1 - \beta_{S_1}.$  (3.4)

Приведенный момент силы тяжести шатуна определяется по формуле:

$$M_{G_2}^{PP} = G_1 \frac{v_{S_2}}{\omega_1} \cdot \cos \alpha_{2PP}, \quad (3.5)$$

$$\text{где } \alpha_{2PP} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \operatorname{sgn}(\omega_2) - \gamma - \psi - \varphi_2 - \beta_{S_2} - \alpha. \quad (3.6)$$

На рис. 3.3 приведена расчетная схема для определения угла  $\alpha$ . Из этой схемы следует, что в одном и том же положении механизма, но при различных положениях центра тяжести шатуна, например в точке  $S_2$  или  $S_2^*$ , угол  $\alpha$  может иметь положительное ( $\alpha$ ) или отрицательное ( $\alpha^*$ ) значение.

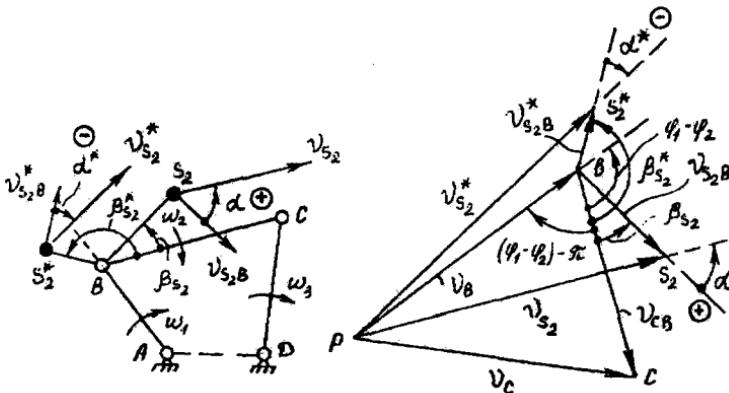


Рис. 3.3. Расчетная схема для определения угла  $\alpha$ .

Проанализировав различные положения шарнирно-четырехзвенных механизмов, можем записать следующую формулу для определения угла  $\alpha$ :

$$\alpha = \arccos \left( \frac{v_{S_2B}^2 + v_{S_2}^2 - v_B^2}{2 |v_{S_2B}| \cdot v_{S_2}} \right) \cdot \operatorname{sgn}(u_{31} u_{21}). \quad (3.7)$$

Приведенный момент силы тяжести коромысла определяем по формуле:

$$M_{G_3}^{PP} = G_3 \frac{V_{S_3}}{|\omega_3|} \cdot u_{31} \cos \alpha_{3PP}, \quad (3.8)$$

$$\text{где } \alpha_{3PP} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \operatorname{sgn}(\omega_3) - \gamma - \psi - \varphi_3 - \beta_{S_3}. \quad (3.9)$$

### 3.2. Приведение масс шарнирно-четырехзвенных ударных механизмов

Заменим шарнирно-четырехзвенный механизм его динамической моделью, т.е. сосредоточим в ней инертность всех звеньев механизма. В качестве звена приведения выберем кривошип. Тогда суммарный приведенный момент инерции модели определяется по формуле:

$$I_{\Sigma}^{np} = I_{1A} + I_2^{np} + I_3^{np}, \quad (3.10)$$

где  $I_{1A}$  – момент инерции кривошипа относительно оси вращения A;

$I_2^{np}$  – приведенный момент инерции шатуна;

$I_3^{np}$  – приведенный момент инерции коромысла.

Так как шатун совершает плоскопараллельное движение, его приведенный момент инерции определяется по формуле

$$I_2^{np} = m_2 \left( \frac{v_{S_2}}{\omega_1} \right)^2 + I_{2S} u_{21}^2, \quad (3.11)$$

где  $m_2$  – масса шатуна;

$v_{S_2}$  – скорость центра тяжести шатуна;

$\omega_1$  – угловая скорость кривошипа;

$I_{2S}$  – момент инерции шатуна относительно оси, проходящей через центр масс  $S_2$ ;

$u_{21}$  – передаточное отношение угловых скоростей шатуна и кривошипа.

Приведенный момент инерции коромысла определяется по формуле

$$I_3^{np} = I_{3D} u_{31}^2, \quad (3.12)$$

где  $I_{3D}$  – момент инерции коромысла относительно оси вращения D;

$u_{31}$  – передаточное отношение угловых скоростей коромысла и кривошипа.

Подставляя (3.11) и (3.12) в (3.10), получим:

$$I_{\Sigma}^{PP} = I_{1A} + m_2 \left( \frac{v_{S_2}}{\omega_1} \right)^2 + I_{2S} u_{21}^2 + I_{3D} u_{31}^2. \quad (3.13)$$

### 3.3. Силовой расчет ударного механизма

В ударных машинах с большой энергией единичного удара и сравнительно малой частотой, силы тяжести подвижных звеньев оказывают значительное влияние на взаимодействие звеньев в кинематических парах. Ввиду того, что силы тяжести всегда направлены вертикально, их влияние на силы, возникающие в кинематических парах, зависит и от расположения ударного механизма относительно горизонтальной поверхности. Положение шарнирно-четырехзвенного механизма относительно горизонтальной плоскости определяется углами  $\gamma$  и  $\psi$  (см. рис. 3.1).

Рассмотрим общий случай, когда шарнирно-четырехзвенный механизм конструктивно расположен в корпусе машины под углом  $\gamma$  и сама машина наклонена на угол  $\psi$  относительно горизонтальной поверхности (см. рис. 3.1).

Силовой расчет будем производить по той же методике, которая была использована при кинематическом анализе механизма, т.е. в качестве расчетных схем для определения сил взаимодействия звеньев в кинематических парах, используем планы сил.

Начнем с определения касательной составляющей силы взаимодействия коромысла и стойки (в кинематической паре D). Для этого составим уравнение моментов  $\sum_3 M_C = 0$  (рис. 3.4).

Моменты сил  $F_{32}$  и  $F_{34}$  относительно точки C равны нулю, следовательно

$$\begin{aligned} F_{34}^t \ell_3 - G_3 \ell_{CS_3} \sin(\phi_3 + \gamma + \psi - \alpha_3 - 90^\circ) + \\ + \Phi_3 \ell_{CS_3} \sin(\phi_{3aS_3} - \alpha_3) + M_{\Phi_3} = 0 \end{aligned}, \quad (3.14)$$

где  $\ell_{CS_3} = \ell_3 \sqrt{1 + \lambda_{S_3}^2 - 2 \lambda_{S_3} \cos \beta_{S_3}},$

$$\alpha_3 = \left( \arccos \frac{\ell_3^2 + \ell_{CS_3}^2 - \ell_{DS_3}^2}{2 \ell_3 \ell_{CS_3}} \right) \operatorname{sgn} \beta_{S_3}.$$

Из уравнения (3.14) учитывая, что

$$\sin(\varphi_3 + \gamma + \psi - \alpha_3 - 90^\circ) = -\cos(\varphi_3 + \gamma + \psi - \alpha_3), \text{ получим}$$

$$F_{34}^r = -\frac{\ell_{CS_3} [\Phi_3 \sin(\varphi_{3aS_3} - \alpha_3) + G_3 \cos(\varphi_3 + \gamma + \psi - \alpha_3)] + M_{\Phi_3}}{\ell_3}. \quad (3.15)$$

Главный момент инерции  $M_{\Phi_3}$  коромысла определяется из уравнения  $M_{\Phi_3} = -I_{3S} \varepsilon_3$ ,

где  $I_{3S}$  – момент инерции коромысла относительно центра тяжести;  $\varepsilon_3$  – угловое ускорение коромысла.

Модуль главного вектора силы инерции коромысла определяется по формуле

$$\Phi_3 = m_3 a_{S_3}, \text{ где } m_3 \text{ – масса коромысла.}$$

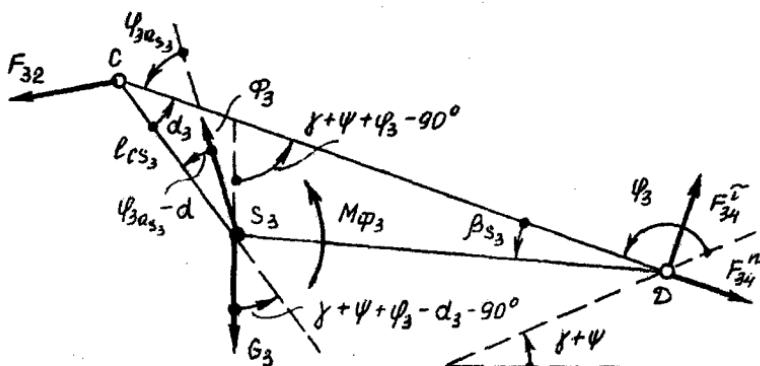


Рис. 3.4. Расчетная схема для определения силы  $F_{34}^r$ .

Аналогичным образом можем определить касательную составляющую  $F_{21}^r$  силы взаимодействия шатуна и кривошипа в кинематической паре B. Для этого составим уравнение моментов  $\sum M_C = 0$ , приложенных к шатуну относительно точки C по расчетной схеме, приведенной на рис. 3.5:

$$F_{21}^r \ell_2 - G_2 \ell_{CS_2} \sin(\varphi_2 + \gamma + \psi - \alpha_2 - 90^\circ) + \Phi_2 \ell_{CS_2} \sin(\varphi_{2aS_2} - \alpha_2) + M_{\Phi_2} = 0. \quad (3.16)$$

где  $\ell_{CS_2} = \ell_2 \sqrt{1 + \lambda_{S_2}^2 - 2\lambda_{S_2} \cos \beta_{S_2}}$ ,

$$\alpha_2 = \left( \arccos \frac{\ell_2^2 + \ell_{CS_2}^2 - \ell_{BS_2}^2}{2\ell_2 \ell_{CS_2}} \right) \operatorname{sgn} \beta_{S_2}.$$

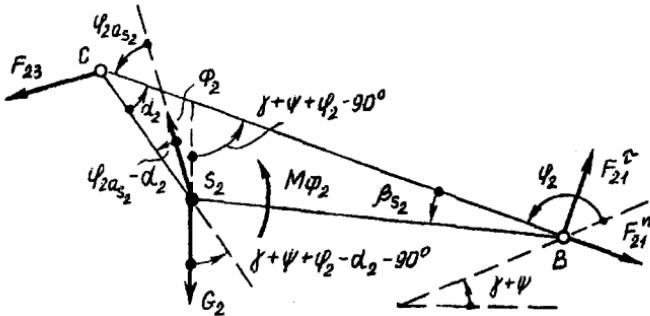


Рис. 3.5. Расчетная схема для определения силы  $F_{21}^r$ .

Учитывая, что  $\sin(\phi_2 + \gamma + \psi - \alpha_2 - 90^\circ) = -\cos(\phi_2 + \gamma + \psi - \alpha_2)$ , из (3.16) получим:

$$F_{21}^r = -\frac{\ell_{CS_2} [G_2 \cos(\phi_2 + \gamma + \psi - \alpha_2) + \Phi_2 \sin(\phi_{2aS_2} - \alpha_2)] + M_{\Phi_2}}{\ell_2}. \quad (3.17)$$

Главный момент силы инерции  $M_{\Phi_2}$  шатуна определяется по уравнению

$$M_{\Phi_2} = -I_{2S}\varepsilon_2,$$

где  $I_{2S}$  – момент инерции шатуна относительно центра масс;

$\varepsilon_2$  – угловое ускорение шатуна.

Модуль главного вектора силы инерции  $\Phi_2$  шатуна определяется по уравнению

$$\Phi_2 = m_2 a_{S_2},$$

где  $m_2$  – масса шатуна.

Нормальные составляющие  $F_{34}^n$  и  $F_{21}^n$  сил взаимодействия звеньев в кинематических парах D и B определяются из векторной суммы сил, приложенных к структурной группе 2–3. Все силы, приложенные к звеньям структурной группы, показаны на рис. 3.6а.

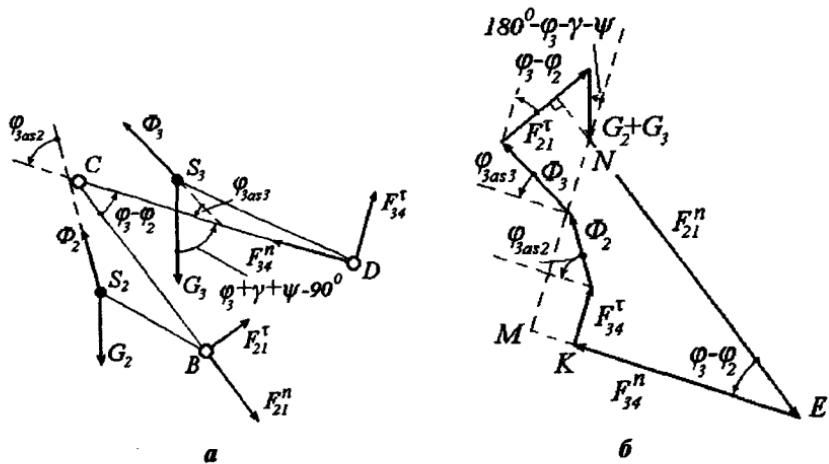


Рис. 3.6. Расчетная схема для определения сил  $F_{34}^n$  и  $F_{21}^n$ .

Из векторного уравнения  $\sum_{2,3} \bar{F} = 0$  получим:

$$\bar{F}_{34}^r + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_{21}^r + \bar{G}_2 + \bar{G}_3 + \bar{F}_{21}^n = 0. \quad (3.18)$$

Согласно векторному уравнению (3.18) произвольно, не соблюдая масштаба, составим план сил (рис. 3.6б), который и является расчетной схемой для определения сил  $F_{34}^n$  и  $F_{21}^n$ .

Из прямоугольного треугольника MNE (рис. 3.6б), гипотенузой которого является  $|NE| = F_{21}^n$ , получим:

$$F_{21}^n = \frac{|MN|}{\sin(\varphi_3 - \varphi_2)}, \quad (3.19)$$

где  $|MN| = F_{34}^r + \Phi_2 \sin \varphi_{3as_2} + \Phi_3 \sin \varphi_{3as_3} + F_{21}^r \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - (G_3 + G_2) \cos(180^0 - \varphi_3 - \gamma - \psi)$ .

Учитывая, что

$$\cos(180^0 - \varphi_3 - \gamma - \psi) = -\cos(\varphi_3 + \gamma + \psi)$$

и подставляя значение  $|MN|$  в уравнение (3.19), имеем:

$$F_{21}^n = \frac{F_{34}^r + \Phi_2 \sin \varphi_{3as_2} + \Phi_3 \sin \varphi_{3as_3} + F_{21}^r \cos(\varphi_3 - \varphi_2) + (G_2 + G_3) \cos(\varphi_3 + \gamma + \psi)}{\sin(\varphi_3 - \varphi_2)}. \quad (3.20)$$

Нормальную составляющую  $F_{34}^n$  силы взаимодействия коромысла и стойки также определим из треугольника MNE (рис. 3.6б):

$$F_{34}^n = |MK| - F_{21}^n \cos(\varphi_3 - \varphi_2), \quad (3.21)$$

где

$$|MK| = \Phi_2 \cos \varphi_{3as_2} + \Phi_3 \cos \varphi_{3as_3} - F_{21}^r \sin(\varphi_3 - \varphi_2) - \\ - (G_2 + G_3) \sin(180^\circ - \varphi_3 - \gamma - \psi)$$

Учитывая, что  $\sin(180^\circ - \varphi_3 - \gamma - \psi) = \sin(\varphi_3 + \gamma + \psi)$  и подставляя значение  $|MK|$  в (3.21), получим:

$$F_{34}^n = \Phi_2 \cos \varphi_{3as_2} + \Phi_3 \cos \varphi_{3as_3} - F_{21}^n \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - \\ - F_{21}^r \sin(\varphi_3 - \varphi_2) - (G_2 + G_3) \sin(\varphi_3 + \gamma + \psi) \quad (3.22)$$

Модули сил  $F_{34}$  и  $F_{21}$  определяем из следующих уравнений:

$$F_{34} = \sqrt{(F_{34}^n)^2 + (F_{34}^r)^2}; \quad F_{21} = \sqrt{(F_{21}^n)^2 + (F_{21}^r)^2}.$$

Таким образом, определены силы взаимодействия звеньев структурной группы 2–3 со смежными звеньями, т. е. кривошипом и стойкой.

Силу взаимодействия звеньев структурной группы в шарнире С определяем из уравнения сил, приложенных к коромыслу. Зададимся системой координат  $C_{XY}$  (рис. 3.7). Разложим силу  $F_{32}$  на две составляющие  $F_{32}^n$  и  $F_{32}^r$ . Из суммы проекций на ось  $x$  сил, приложенных к звену 3  $\sum_3 F_X = 0$ , получим:

$$F_{32}^n - \Phi_3 \cos \varphi_{3as_3} + G_3 \cos(\varphi_3 + \gamma + \psi - 90^\circ) - F_{34}^n = 0. \quad (3.23)$$

Учитывая, что  $\cos(\varphi_3 + \gamma + \psi - 90^\circ) = \sin(\varphi_3 + \gamma + \psi)$ , из уравнения (3.23) определим силу  $F_{32}^n$ :

$$F_{32}^n = G_3 \sin(\varphi_3 + \gamma + \psi) - \Phi_3 \cos \varphi_{3as_3} + F_{34}^n. \quad (3.24)$$

Силу  $F_{32}^r$  определяем из суммы проекций на ось  $y$  сил, приложенных к звену 3, т.е.  $\sum_3 F_Y = 0$ :

$$\Phi_3 \sin \varphi_{3as_3} - F_{32}^r - G_3 \sin(\varphi_3 + \gamma + \psi - 90^\circ) + F_{34}^r = 0. \quad (3.25)$$

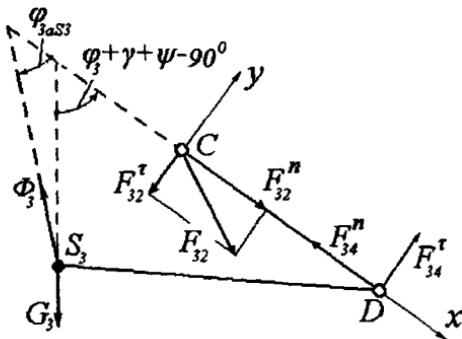


Рис. 3.7 Расчетная схема для определения сил  $F_{32}^n$  и  $F_{32}^t$ .

Учитывая, что

$$\sin(\varphi_3 + \gamma + \psi - 90^\circ) = -\cos(\varphi_3 + \gamma + \psi),$$

из уравнения (3.25) определим силу  $F_{32}^t$ :

$$F_{32}^t = F_{34}^t + \Phi_3 \sin \varphi_{3as_3} + G_3 \cos(\varphi_3 + \gamma + \psi) \quad (3.26)$$

Модуль силы  $F_{32}$  определим из уравнения

$$F_{32} = \sqrt{(F_{32}^n)^2 + (F_{32}^t)^2}. \quad (3.27)$$

К кривошипу приложены следующие силы и моменты (рис. 3.8): ставшая известной сила  $\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21}$ , сила тяжести кривошипа  $G_1$ , главный вектор силы инерции  $\Phi_1$  кривошипа, неизвестная по модулю и направлению, сила реакции  $F_{14}$  стойки, действующая в шарнире А, и неизвестный по модулю и направлению движущий (уравновешивающий) момент  $M_D$ .

Движущий (уравновешивающий) момент  $M_D$  определяется из уравнения моментов  $\sum_i M_A = 0$ , составленного относительно точки

А (рис. 3.8):

$$\ell_1 F_{12} \sin \alpha_{12} + M_D + M_{\Phi_1} - \ell_{AS_1} G_1 \sin(90^\circ - \varphi_1 - \beta_{S_1} - \gamma - \psi) - \Phi_1 \ell_{AS_1} \sin \varphi_{\varepsilon_1} = 0, \quad (3.28)$$

где  $\alpha_{12} = \varphi_2 - \varphi_1 + \operatorname{arctg}(F_{21}^t / F_{21}^n) - [\operatorname{sgn}(F_{21}^n) \cdot (\pi/2) - (\pi/2)]$ .

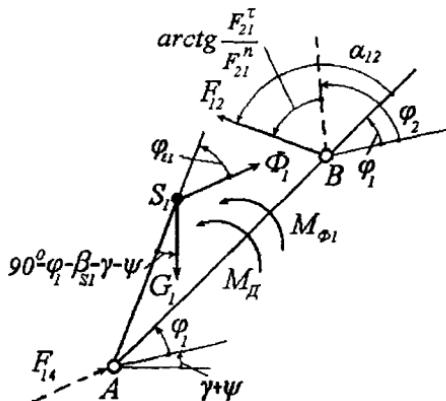


Рис. 3.8. Расчетная схема для определения движущего момента  $M_d$ .

Учитывая, что  $\sin(90^\circ - \varphi_1 - \beta_{S_1} - \gamma - \psi) = \cos(\varphi_1 + \beta_{S_1} + \gamma + \psi)$ , из уравнения (3.28) определим движущий момент  $M_d$ :

$$M_d = G_l \ell_{AS_1} \cos(\varphi_1 + \beta_{S_1} + \gamma + \psi) - M_{\Phi_1} - F_{12} \ell_1 \sin \alpha_{12} + \Phi_1 \ell_{AS_1} \sin \varphi_{\varepsilon_1} . \quad (3.29)$$

Реакцию  $F_{14}$  стойки определим, разложив ее на две составляющие:  $F_{14}^n$  и  $F_{14}^r$  (рис. 3.9). Выберем систему координат  $A_{XY}$ , ось  $x$  которой направлена вдоль оси кривошипа.

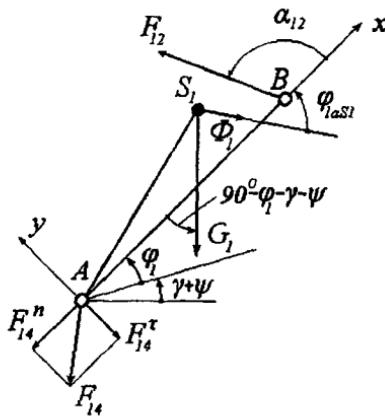


Рис. 3.9. Расчетная схема для определения сил  $F_{14}^n$  и  $F_{14}^r$ .

Из суммы проекций на ось  $x$  сил, приложенных к кривошипу, получим:

$$\Phi_1 \cos \varphi_{1a_{S1}} - F_{14}^n - G_1 \cos(90^\circ - \varphi_1 - \gamma - \psi) + F_{12} \cos \alpha_{12} \operatorname{sgn}(F_{12}) = 0.$$

Отсюда, учитывая, что

$$\cos(90^\circ - \varphi_1 - \gamma - \psi) = \sin(\varphi_1 + \gamma + \psi),$$

получим:

$$F_{14}^n = \Phi_1 \cos \varphi_{1a_{S1}} - G_1 \sin(\varphi_1 + \gamma + \psi) + F_{12} \cos \alpha_{12}. \quad (3.30)$$

Касательную составляющую  $F_{14}^t$  определяем из уравнения  $\sum_1 F_Y = 0$ :

$$F_{12} \sin \alpha_{12} - G_1 \sin(90^\circ - \varphi_1 - \gamma - \psi) - \Phi_1 \cdot \sin \varphi_{1a_{S1}} - F_{14}^t = 0.$$

Отсюда, учитывая, что

$$\sin(90^\circ - \varphi_1 - \gamma - \psi) = \cos(\varphi_1 + \gamma + \psi),$$

получим:

$$F_{14}^t = F_{12} \sin \alpha_{12} - G_1 \cos(\varphi_1 + \gamma + \psi) - \Phi_1 \cdot \sin \varphi_{1a_{S1}}. \quad (3.31)$$

Модуль силы  $F_{14}$  определим по формуле:

$$F_{14} = \sqrt{(F_{14}^n)^2 + (F_{14}^t)^2}. \quad (3.32)$$

Таким образом, полученные формулы позволяют проводить силовой расчет шарнирно-четырехзвенных исполнительных механизмов, используемых в различных ударных машинах, прессах и уплотнительных устройствах. Формулы для определения приведенного момента сил тяжести звеньев дают основу для силового и динамического анализа машин с механизмами переменной структуры с учетом сил тяжести звеньев.

## **Г л а в а 4**

---

### **СОЗДАНИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ГЕНЕРАТОРА УДАРНЫХ ИМПУЛЬСОВ ВЫСОКОЙ МОЩНОСТИ (ГУИМ-1) НА ОСНОВЕ МЕХАНИЗМОВ ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ**

На основе механизмов переменной структуры (МПС) разработаны и изготовлены машины различного назначения – перфораторы, отбойные молотки, уплотнительные и буровые машины, безмуфтовые прессы и др. Эти машины по многим параметрам пре-восходят существующие машины аналогичного назначения. Наряду с такими качествами, как простота, надежность, экономичность и т.д., МПС не имеют ограничений по потребляемой мощности, т.е. на их основе можно создавать как легкие ручные машины, так и крупногабаритные машины высокой мощности.

Из всех видов шарнирно-четырехзвенных МПС наиболее широкое применение получили кривошипно-коромысловые механизмы переменной структуры с наибольшим шатуном. Эти механизмы по многим параметрам наиболее полно удовлетворяют требованиям, предъявляемым ударно-вибрационным машинам средней частоты (10–50 Гц) и сравнительно малых габаритов. Кинематический и динамический анализ шарнирно-четырехзвенных МПС показал, что кривошипно-коромысловый механизм этих устройств, имеющий наибольшее коромысло способен генерировать ударные импульсы высокой мощности и сравнительно малой частоты. Такие машины могут использоваться для глубокого уплотнения грунтов под различные строительные конструкции, подготовки основания железных и автомобильных дорог, а также для генерации колебаний почвы с целью повышения эффективности добычи нефти и газа. В связи с этим был создан опытный образец механического генератора ударных импульсов высокой мощности на основе кривошипно-коромыслового МПС с наибольшим коромыслом, проведены производственные и машинные испытания и выполнен анализ полученных результатов в сравнении с характеристиками известных машин аналогичного назначения.

#### 4.1. Расчет и конструирование коромысла с большой энергией единичного удара

При проектировании ударных машин с большой энергией единичного удара целесообразно использовать коромысло, состоящее из массивной ударной части 1 и стержня 2 (рис. 4.1).

Момент инерции коромысла относительно шарнира D определяется как сумма моментов инерции относительно той же оси массивной ударной части 1 (в рассматриваемом случае в форме цилиндра) и стержня 2:

$$J_D = J_{D1} + J_{D2}. \quad (4.1)$$

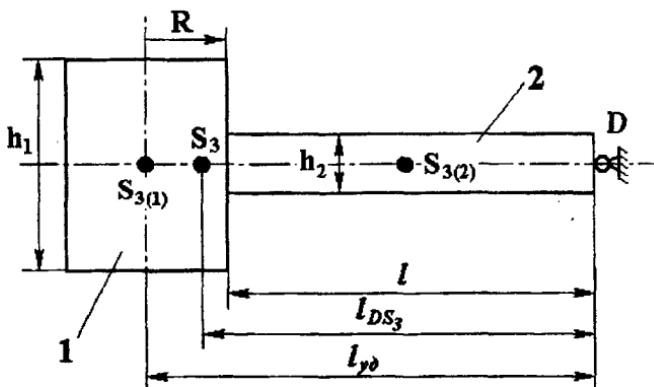


Рис. 4.1. Схема коромысла с массивным бойком.

Момент инерции ударной массы коромысла относительно оси D определяется по формуле:

$$J_{D1} = m_1 \left[ \frac{R^2}{4} + \frac{h_1^2}{12} + (l + R)^2 \right] = m_1 \left( \frac{5R^2}{4} + \frac{h_1^2}{12} + l^2 + 2RL \right),$$

где  $m_1$  – масса ударной части коромысла;

$R$  – радиус цилиндрической ударной массы;

$h_1$  – высота цилиндра;

$l$  – длина стержня.

Момент инерции стержня коромысла относительно оси D определяется по формуле:

$$J_{D2} = m_2 \left( \frac{\ell^2}{3} + \frac{h_2^2}{12} \right),$$

где  $m_2$  – масса стержня коромысла;  
 $h_2$  – ширина стержня коромысла.

Подставляя значения  $J_{D1}$  и  $J_{D2}$  в уравнение (4.1), получим:

$$J_D = m_1 \left( \frac{5R^2}{4} + \frac{h_1^2}{12} + \ell^2 + 2\ell R \right) + m_2 \left( \frac{\ell^2}{3} + \frac{h_2^2}{12} \right). \quad (4.2)$$

При конструировании коромысла необходимо добиваться совмещения центра удара с точкой  $S_{3(I)}$  – центром тяжести ударной части. Для решения этой задачи должны быть заданы следующие исходные параметры:

- момент инерции коромысла относительно оси D;
- размеры и масса ударной части коромысла;
- масса единицы длины стержня коромысла –  $k$ .

Известно, что расстояние от точки вращения до центра удара  $l_{y\delta}$  определяется по формуле:

$$\ell_{y\delta} = \frac{J_D}{m\ell_{DS_3}}, \quad (4.3)$$

где  $J_D$  – момент инерции коромысла относительно оси D;

$m$  – масса коромысла;

$\ell_{DS_3}$  – расстояние от оси вращения до центра тяжести коромысла.

Для совмещения центра удара с центром тяжести ударной части коромысла должно выполняться условие:

$$\ell + R = \frac{J_D}{m\ell_{DS_3}}. \quad (4.4)$$

Расстояние от оси вращения до центра тяжести определяется как

$$\ell_{DS_3} = \frac{m_1(\ell+R)+0,5m_2\ell}{m}. \quad (4.5)$$

Массу стержня коромысла можно выразить как  $m_2 = k \cdot \ell$ , где  $k$  – масса единицы длины стержня.

Подставляя (4.5) в уравнение (4.4), получим:

$$0,5k l^3 + (m_1 + 0,5kR) l^2 + 2m_1 Rl + m_1 R^2 - J_D = 0. \quad (4.6)$$

Все слагаемые уравнения (4.6) делим на  $0,5k$  и введя обозначения

$$\epsilon_1 = \frac{m_1 + 0,5kR}{0,5k}; \quad \epsilon_2 = \frac{2m_1 R}{0,5k}; \quad \epsilon_3 = \frac{m_1 R^2 - J_D}{0,5k},$$

перепишем его в следующем виде:

$$l^3 + \epsilon_1 l^2 + \epsilon_2 l + \epsilon_3 = 0. \quad (4.7)$$

Для решения уравнения (4.7) третьей степени используем методику, известную из курса высшей математики. Вместо  $l$  введем новую неизвестную  $x$ , полагая  $l = x + \alpha$ .

Подставив это в левую часть уравнения (4.7), получим уравнение:

$$x^3 + (3\alpha + \epsilon_1)x^2 + (3\alpha^2 + 2\epsilon_1\alpha + \epsilon_2)x + (\alpha^3 + \epsilon_1\alpha^2 + \epsilon_2\alpha + \epsilon_3) = 0.$$

Если положим  $\alpha = -\epsilon_1/3$ , то член  $x^2$  пропадает, и, следовательно, подстановка

$$l = x - \epsilon_1/3 \quad (4.8)$$

преобразует уравнение (4.7) к виду

$$x^3 + px + q = 0, \quad (4.9)$$

где  $p = 3\alpha^2 + 2\epsilon_1\alpha + \epsilon_2$ ;

$$q = \alpha^3 + \epsilon_1\alpha^2 + \epsilon_2\alpha + \epsilon_3.$$

Корни кубического уравнения (4.9) и определяются по формуле

$$x_i = \sqrt[3]{r} \cdot \cos \frac{\varphi + 2ki\pi}{3} \quad (i=1,2,3; \quad k_1=0; \quad k_2=1; \quad k_3=2), \quad (4.10)$$

$$\text{где } r = \sqrt[3]{\frac{P^3}{27}}; \quad \varphi = \arccos\left(-\frac{q}{2r}\right) [rad].$$

Решив уравнение (4.10), получим значения  $x_1$ ,  $x_2$ , и  $x_3$ , и подставляя их в уравнение (4.8), определим  $l_1$ ,  $l_2$  и  $l_3$ . Одна из трех величин является требуемой длиной стержня коромысла, при которой центр удара совпадает с центром тяжести ударной части коромысла, что позволяет исключить ударные импульсы в шарнире «коромысло-стойка».

В приведенных расчетах был рассмотрен один из способов исключения ударного импульса в шарнире «коромысло–стойка» без учета влияния параметров шатуна и кривошипа на формирование данного импульса. Рассмотрим теперь влияние шатуна на формирование ударного импульса в опоре коромысла и введем некоторые корректировки в уравнение (4.3). Для этого рассмотрим расчетную схему, приведенную на рис. 4.2. При ударе бойка 2 коромысла о волновод 3 из-за резкого уменьшения угловой скорости коромысла и линейных скоростей всех его точек, в том числе точки  $S_3$  – центра тяжести коромысла и точки  $C$  – шарнира «шатун–коромысло», возникают следующие силы и моменты:

$$1. \text{ Момент } M_{\phi} = J_{S_3} \frac{a_{S_3}}{\ell_{DS_3}} = J_{S_3} \cdot \varepsilon_3,$$

где  $J_{S_3}$  – момент инерции коромысла относительно центра тяжести  $S_3$ ;

$a_{S_3}$  – линейное ускорение центра тяжести коромысла при ударе (учитывается только тангенциальная составляющая, т.к. она на порядок больше, чем его нормальная составляющая);

$\ell_{DS_3}$  – расстояние от оси вращения коромысла до его центра тяжести.

Направление момента  $M_{\phi}$  противоположно направлению углового ускорения  $\varepsilon_3 = a_{S_3} / \ell_{DS_3}$  коромысла.

2. Сила инерции коромысла  $\Phi_{kor} = m_{kor} \cdot a_{S_3}$ .

3. Сила инерции приведенной к точке  $N$  массы шатуна

$$\Phi_{ш}^n = m_{ш}^n a_{S_3} \frac{\ell_3}{\ell_{DS_3}},$$

где  $m_{ш}^n = J_B / l_{ш}^2$  – масса шатуна приведенная к точке  $N$  коромысла;

$l_{ш}$  – длина шатуна;

$J_B$  – момент инерции шатуна относительно шарнира В «шатун–кривошип» (на расчетной схеме не показан).

Ударный импульс в шарнире «коромысло–стойка» будет равняться нулю, если момент  $M_{\phi}$  уравновешивается моментами, создаваемыми силами  $\Phi_{kor}$  и  $\Phi_{ш}^{np}$  относительно точки удара  $K$ , которая

лежит на вертикальной прямой, проведенной через центр удара  $S$  коромысла, т.е.

$$M_\Phi = M_k(\Phi_{kor}) + M_k(\Phi_{uw}^{np}), \quad (4.11)$$

где  $M_k(\Phi_{kor}) = m_{kor} a_c l_{sc}$ ;  $M_k(\Phi_{uw}^{np}) = m_{uw}^{np} a_{S_3} \cdot \ell_{DS_3} \cdot l_{y\delta}$

$$M_k(\Phi_{uw}^{np}) = m_{uw}^{np} a_{S_3} \frac{\ell_{DC}}{\ell_{DS_3}} \ell_{S_3C}.$$

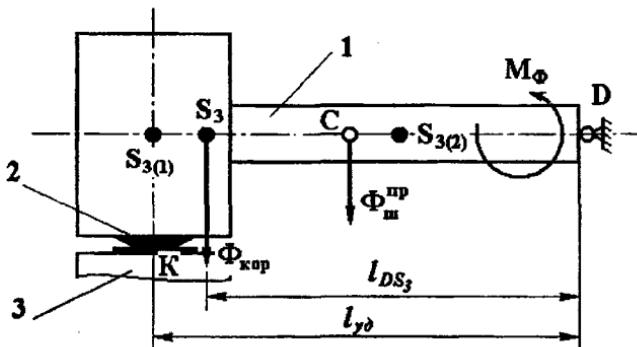


Рис. 4.2. Расчетная схема для определения центра удара коромысла.

Подставляя эти выражения моментов сил в уравнение (4.11), получим:

$$m_{kor} \cdot \ell_{S_3(1)S_3} + m_{uw}^{np} \cdot k \cdot \ell_{S_3(1)C} = \frac{J_{S_3}}{\ell_{DS_3}}. \quad (4.12)$$

Учитывая, что

$$\ell_{S_3(1)S_3} = \ell_{y\delta} - \ell_{DS_3}, \quad \ell_{S_3(1)C} = \ell_{y\delta} - \ell_{DC}$$

и  $J_{S_3} = J_D - m_{kor} \cdot \ell_{DS_3}^2$ , уравнение (4.12) приведем к виду:

$$\ell_{y\delta} = \frac{J_D + m_{uw}^{np} \ell_{DC}^2}{l_{DS_3} m_{kor} + \ell_{DC} m_{uw}^{np}}. \quad (4.13)$$

При определении расстояния от оси вращения коромысла до центра удара по формуле (4.13), т.е. с учетом приведенной массы шатуна, оно будет меньше чем это же расстояние, определяемое по формуле (4.3).

Под воздействием шатуна энергия единичного удара коромысла возрастает на величину

$$\Delta E = \frac{m_w^{np} (l_{DC} \cdot \omega)^2}{2}.$$

Следовательно, момент инерции коромысла относительно оси вращения  $D$ , обеспечивающий заданную расчетную энергию удара, определяется по формуле:

$$J_D = \frac{2(E - \Delta E)}{\omega^2} = \frac{2E}{\omega^2} - m_w^{np} \cdot l_{DC}^2,$$

где  $E$  – требуемая расчетная энергия единичного удара;

$\omega$  – угловая скорость коромысла перед ударом.

Следует заметить, что при заданной форме коромысла (рис. 4.2) полностью исключаются реактивные ударные импульсы в шарнире «коромысло–стойка» только в том случае, если пренебречь силой трения между бойком коромысла и волноводом.

Как уже было отмечено, при конструировании ударных машин с большой энергией единичного удара, с точки зрения технологичности изготовления, целесообразно выбрать форму коромысла в виде молотка, т.е. состоящую из массивной ударной части и сравнительно легкого стержня. Причем массивная ударная часть может иметь любую, пригодную для нанесения удара, форму. Если ударная масса имеет цилиндрическую форму, то для крепления к ней стержня, изготавливаемого из двух швеллеров, на боковой поверхности цилиндра необходимо вырезать два паза, симметричных относительно оси цилиндра, что обеспечивает жесткость крепления. Но при этом уменьшается масса ударной части коромысла и, соответственно, ее момент инерции относительно оси вращения коромысла. Для того, чтобы определить насколько они уменьшаются, рассмотрим цилиндрический сегмент, форму которого имеет каждый паз (рис. 4.3).

При заданной глубине паза  $b_c$ , площадь  $S_c$  сегмента ABC определяется как разность площадей сектора OABC и треугольника OAC, т.е.

$$S_C = \varphi \cdot R^2 - R \sin \varphi \cdot R \cos \varphi = R^2(\varphi - \sin \varphi \cdot \cos \varphi),$$

$$\text{где } \varphi = \arccos\left(\frac{R-b_c}{R}\right) = \arccos\left(1 - \frac{b_c}{R}\right) [\text{рад}].$$

Масса сегмента цилиндра определяется по формуле:

$$m_c = R^2(\varphi - \sin \varphi \cdot \cos \varphi) \cdot h_c \rho,$$

где  $h_c$  – высота сегмента, равная ширине швеллера;

$\rho$  – плотность материала.

Таким образом, после вырезания двух пазов масса цилиндрической ударной части коромысла уменьшается на величину  $2R^2(\varphi - \sin \varphi \cdot \cos \varphi) \cdot h_c \rho$ .

Переходим к рассмотрению момента инерции сегмента цилиндра. Определим для начала момент инерции сегмента круга относительно оси  $O_x$  (рис. 4.4).

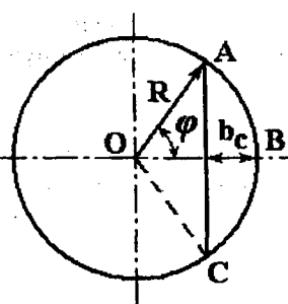


Рис. 4.3.

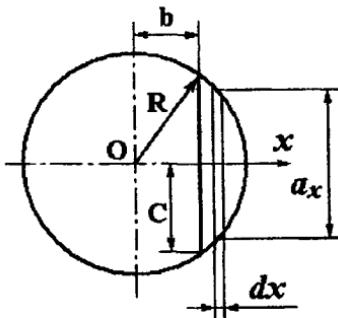


Рис. 4.4.

Для определения момента инерции сегмента круга относительно оси  $O_x$  (рис. 4.4), разобьем его на элементарные полоски  $dx$  массой

$$dm = \rho a_x dx, \text{ где } a_x = 2\sqrt{R^2 - x^2}$$

и проинтегрируем по  $x$  от  $b$  до  $R$ . Получим:

$$J_x = \int_b^R \frac{R a_x^2}{12} dm = \int_b^R \frac{R 4(R^2 - x^2)}{12} 2\rho \sqrt{R^2 - x^2} dx = \frac{2\rho R}{3} \int_b^R (R^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} dx. \quad (4.14)$$

Введем следующие обозначения в уравнение (4.14):

$$R^2 = a; \quad x^2 = t.$$

$$\text{Тогда } dt = 2x dx; \quad dx = \frac{1}{2x} dt = \frac{1}{2\sqrt{t}} dt.$$

Подставляя эти выражения в уравнение (4.14), получим:

$$J_x = \frac{\rho}{3} \int (a-t)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\sqrt{t}} dt = \frac{\rho}{3} \int (a-t) \sqrt{\frac{a-t}{t}} dt. \quad (4.15)$$

Выражение  $\sqrt{\frac{a-t}{t}}$  в уравнении (4.15), обозначим через  $y$ .

Тогда

$$y^2 = \frac{a-t}{t}; \quad t = \frac{a}{y^2+1}; \quad dt = -\frac{2ya}{(y^2+1)^2} dy, \quad a-t = \frac{ay^2}{y^2+1}.$$

После подстановки этих выражений в уравнение (4.15), оно преобразуется к виду:

$$J_x = -\frac{2\rho a^2}{3} \int \frac{y^4}{(y^2+1)^3} dy = -\frac{\rho a^2}{3} \int \frac{y^3 d(y^2+1)}{(y^2+1)^3}. \quad (4.16)$$

Обозначив  $u = y^3$ ;  $du = 3y^2 dy$ ;

$$d\nu = \frac{d(y^2+1)}{(y^2+1)^3}, \quad \nu = -\frac{1}{2(y^2+1)^2}.$$

и используя формулу интегрирования по частям, из уравнения (4.16) получим:

$$J_x = -\frac{\rho a^2}{3} \left( -\frac{y^3}{2(1+y^2)^2} - \frac{1}{2} \int \frac{3y^2 dy}{(1+y^2)^2} \right) = \frac{\rho a^2 y^3}{6(1+y^2)^2} + \frac{\rho a^2}{4} \int \frac{yd(1+y^2)}{(1+y^2)^2}. \quad (4.17)$$

Полагая, что

$$u = y; \quad du = dy; \quad \text{и} \quad dv = \frac{(1+y^2)}{(1+y^2)^2} dy; \quad \nu = -\frac{1}{y^2+1},$$

еще раз проинтегрируем уравнение (4.17) по частям и получим:

$$J_x = \frac{\rho a^2 y^3}{6(1+y^2)^2} + \frac{\rho a^2 y}{4(1+y^2)} - \frac{\rho a^2}{4} \operatorname{arctg} y + C. \quad (4.18)$$

Учитывая, что  $y = \sqrt{\frac{a-x^2}{x^2}}$ ,  $a=R^2$  и  $\sqrt{R^2-x^2}=C$  (см. рис. 4.4), после нескольких преобразований имеем:

$$J_x = \frac{\rho x \sqrt{R^2-x^2} [2(R^2-x^2)+3R^2] - 3\rho R^4 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{R^2-x^2}}{x} + C|_{x=R}}{12} = \\ = \rho \frac{3R^4 \operatorname{arctg} \frac{c}{\ell} - c\ell(2c^2+3R^2)}{12} \quad (4.19)$$

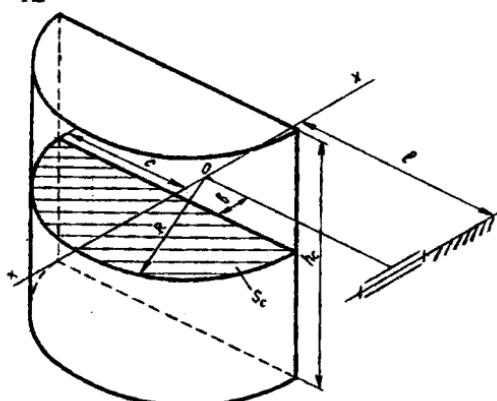


Рис. 4.5. Расчетная схема для определения момента инерции цилиндрического сегмента.

Таким образом, по уравнению (4.19) определяется момент инерции сегмента круга относительно оси  $O_x$ . Момент инерции сегмента цилиндра относительно оси  $D$  (опоры коромысла) согласно расчетной схеме, приведенной на рис. 4.5, определяется по формуле:

$$J_{C(D)} = M_c \left( \frac{3R^4 \operatorname{arctg} \frac{c}{\ell} - c\ell(2c^2+3R^2)}{12S_c} + \frac{h_c^2}{12} + \ell^2 \right), \quad (4.20)$$

где  $M_c$  – масса сегмента;

$\ell$  – расстояние от оси  $x$  до оси  $D$ ;

$S_c$  – площадь сегмента круга.

Следовательно, момент инерции цилиндрической ударной части коромысла в результате вырезания двух пазов в форме сегмента, уменьшится на величину:

$$2J_{C(D)} = 2M_c \left( \frac{3R^4 \operatorname{arctg} \frac{c}{6} - c\pi(2c^2 + 3R^2)}{12S_c} + \frac{h_c^2}{12} + \ell^2 \right).$$

#### 4.2. Влияние параметров шатуна на формирование ударного импульса в опоре коромысла (ударного элемента)

В работе [70] выведены формулы для определения реактивных ударных импульсов, возникающих в опоре коромысла без учета влияния шатуна. Рассмотрим вывод формул для расчета величин реактивных импульсов, действующих на опору коромысла с учетом приведенной массы шатуна и момента инерции относительно опоры коромысла используя ту же методику, которая приведена в указанной выше работе с некоторым отличием, которое заключается в следующем. Направление ударного импульса, действующего на боек коромысла со стороны волновода, принято не перпендикулярно прямым, соединяющим точку удара с опорой коромысла, а под углом  $\beta = \operatorname{arctg} f$  (рис. 4.6) относительно нормали, проведенной к верхней торцовой поверхности волновода, где  $f$  – коэффициент трения при ударе между бойком и волноводом.

Систему координат строим следующим образом. За ноль принимаем ось вращения коромысла, ось  $x$  проведем параллельно торцевой поверхности волновода, ось  $y$  – перпендикулярно ей. Точкой  $C$  обозначен центр масс коромысла, точкой  $N$  – шарнир «коромысло–шатун», к которой приведена масса шатуна,  $K$  – точка удара.

Согласно теореме об изменении количества движения:

$$m_k(V_{c(-)}^x - V_{c(+)}^x) + m_w^n(V_{N(-)}^x - V_{N(+)}^x) + I_0^x + I_x = 0; \quad (4.21)$$

$$m_k(V_{c(-)}^y - V_{c(+)}^y) + m_w^n(V_{N(-)}^y - V_{N(+)}^y) + I_0^y + I_y = 0, \quad (4.22)$$

где  $m_K$  – масса коромысла;

$m_w^n$  – приведенная масса шатуна;

$I_0^x$ ,  $I_0^y$  – проекции реактивного импульса на оси координат;

$I_x$ ,  $I_y$  – проекции на оси координат ударного импульса,

действующего на боек коромысла со стороны волновода.

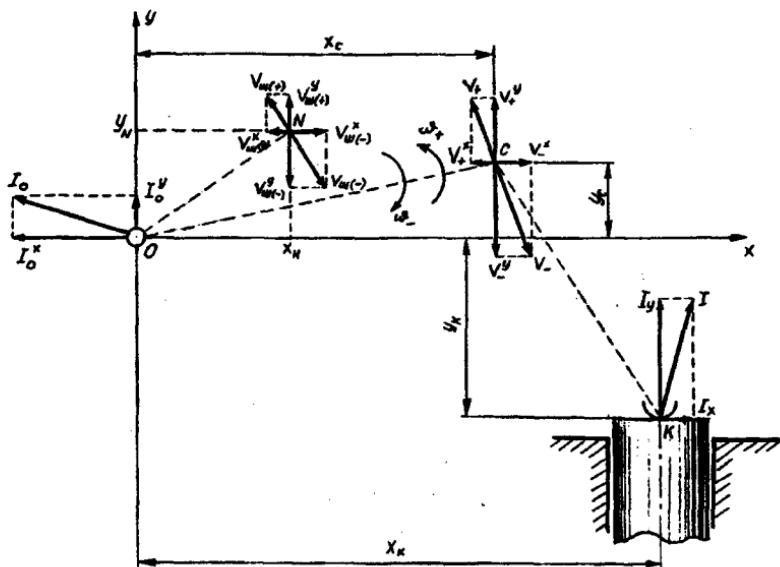


Рис. 4.6. Расчетная схема для определения реактивных импульсов в опоре коромысла с учетом инерционных параметров шатуна.

Индексы « $-$ » и « $+$ » относятся к скоростям центра масс коромысла (точка  $C$ ) и приведенной массы шатуна (точка  $N$ ) соответственно до удара и после удара. Верхние индексы « $x$ » и « $y$ » обозначают проекции скоростей соответственно на оси  $x$  и  $y$ .

Из теоремы об изменении количества движения имеем:

$$I_x y_k + I_y x_k = -[J + m_w^n \ell_{0N}^2 (\omega_- - \omega_+)], \quad (4.23)$$

где  $J$  – момент инерции коромысла относительно оси вращения О;

$\omega_-$  и  $\omega_+$  – угловая скорость коромысла до и после удара. Положительное направление скорости принято против вращения часовой стрелки;

$\ell_{0N}$  – расстояние от центра “шатун–коромысло” до опоры коромысла.

Учитывая, что  $I_x = f \cdot I_y \operatorname{sgn}(-y_k)$ , из уравнения (4.23) получим:

$$I_y = \frac{(J + m_w^n \ell_{0N}^2) \omega_- (1+R)}{fy_k - x_k} \quad (4.24)$$

$$\text{и} \quad I_x = \frac{f(J + m_w^n \ell_{0N}^2) \omega_- (1+R) \operatorname{sgn} y_k}{x_k - y_k f}, \quad (4.25)$$

где  $R = -\frac{\omega_+}{\omega_-}$  – величина, противоположная по знаку коэффициенту восстановления скорости коромысла.

Учитывая, что

$$V_{c(-)}^x - V_{c(+)}^x = -y_c \omega_- (1+R);$$

$$V_{N(-)}^x - V_{N(+)}^x = -y_N \omega_- (1+R);$$

$$V_{c(-)}^y - V_{c(+)}^y = x_c \omega_- (1+R);$$

$$V_{N(-)}^y - V_{N(+)}^y = x_N \omega_- (1+R),$$

уравнения (4.21) и (4.22) можно переписать в виде:

$$m_k y_c \omega_- (1+R) + m_w^n y_N \omega_- (1+R) - I_0^x - I_x = 0; \quad (4.26)$$

$$m_k x_c \omega_- (1+R) + m_w^n x_N \omega_- (1+R) + I_0^y + I_y = 0. \quad (4.27)$$

Подставляя (4.24) в (4.27) и (4.25) в (4.26), получим:

$$I_0^x = \omega_- (1+R) \left( m_k y_c + m_w^n y_N - \frac{(J + m_w^n \ell_{0N}^2) f \operatorname{sgn} y_k}{x_k - fy_k} \right); \quad (4.28)$$

$$I_0^y = -\omega_- (1+R) \left( m_k x_c + m_w^n x_N + \frac{J + m_w^n \ell_{0N}^2}{fy_k - x_k} \right). \quad (4.29)$$

Из (4.28) и (4.29) можно увидеть, что при  $y_c=0$ ;  $y_N=0$ ; и  $y_k=0$ , т.е. когда центр масс коромысла, шарнир «коромысло-шатун» и точка удара находятся на одной прямой (на оси  $x$ ), уравнения (4.28) и (4.29) преобразуются к следующему виду:

$$I_0^x = \omega_{-}(1+R) \frac{J+m_w^n \ell_{0N}^2}{x_k} f; \quad (4.30)$$

$$I_0^y = \omega_{-}(1+R) \left( m_k x_c + m_w^n x_N - \frac{J+m_w^n \ell_{0N}^2}{x_k} \right). \quad (4.31)$$

Проанализируем уравнение (4.30). При  $f \neq 0$   $I_0^x = F_T \tau \neq 0$ . Но если при ударе волновод перемещается на очень малое расстояние или вообще не перемещается, то  $F_T$  является силой трения в покое и в действительности  $I_0^x = 0$ .

Координаты  $y_c^u$  и  $x_c^u$  идеального расположения центра масс коромысла, при которых составляющие реактивного импульса  $I_0^x$  и  $I_0^y$  становятся равными нулю, определяются из уравнений (4.28) и (4.29):

$$y_c^u = \frac{1}{m_k} \left( \frac{(J+m_w^n \ell_{0N}^2) f \operatorname{sgn} y_k}{x_k - fy_k} - m_w^n y_N \right); \quad (4.32)$$

$$x_c^u = -\frac{1}{m_k} \left( \frac{J+m_w^n \ell_{0N}^2}{x_k - fy_k} + m_w^n x_N \right). \quad (4.33)$$

В тех случаях, когда масса и момент инерции кривошипа не оказывают значительного влияния на формирование ударных импульсов коромысла, в практических расчетах их можно не учитывать. В этом случае уравнения (4.24), (4.25), (4.28) и (4.29) можно переписать в следующем виде:

$$I_y = \frac{J \omega_{-}(1+R)}{fy_k - x_k}; \quad (4.34)$$

$$I_x^x = \frac{J\omega(1+R)\operatorname{sgn} y_k}{x_k - fy_k}; \quad (4.35)$$

$$I_0^x = \omega(1+R) \left( m_k y_c + \frac{Jf \operatorname{sgn} y_k}{fy_k - x_k} \right); \quad (4.36)$$

$$I_0^y = -\omega(1+R) \left( m_k x_c + \frac{J}{fy_k + x_k} \right). \quad (4.37)$$

При  $f = 0$  и  $y_k = 0$  координаты идеального расположения центра масс коромысла определяем из (4.36) и (4.37):

$$y_c^u = 0; \quad x_c^u = -\frac{J}{m_k x_k}. \quad (4.38)$$

### 4.3. Расчет и конструирование механического генератора

На основе шарнирно-четырехзвенного ударного механизма с наибольшим коромыслом можно создавать ударные машины с различными эксплуатационными параметрами. Особенно эффективно они работают в ударных машинах с большой энергией единичного удара. Частота удара в этих машинах должна быть незначительной, в пределах 0,3–0,5 Гц.

В Инженерной академии разработан механический генератор ударных импульсов высокой мощности ГУИМ-1, предназначенный для глубокого уплотнения грунтов под различные строительные конструкции, подготовки основания железных и автомобильных дорог, а также для генерации колебаний почвы с целью повышения эффективности добычи нефти и газа.

Энергия единичного удара для данной машины при частоте ударов 0,3–0,5 Гц принята равной 18–30 кДж. В качестве источника механической энергии и передаточного устройства выбран мотор-редуктор МЦ2С-125, у которого номинальная частота вращения выходного вала  $n_{\text{вых}} = 56 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$ , допускаемый крутящий момент на выходном валу  $M_{\text{вых}} = 92,6 \text{ кгс} \cdot \text{м}$ .

Данный мотор-редуктор состоит из асинхронного электродвигателя 4A112M4РЗУ3 мощностью  $N = 5,5$  кВт, номинальной частотой вращения  $n_3 = 1450 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$  и двухступенчатого редуктора с цилиндрическими косозубыми зубчатыми колесами ( $Z_1=20$ ,  $Z_2=100$ ,  $Z_3=16$ ,  $Z_4=83$ ,  $u_{14}=25,9375$ ).

Из известной зависимости  $N = T \cdot v$ , где  $N=5,5$  кВт – мощность электродвигателя, было выбрано следующее сочетание значений: энергия единичного удара  $T \approx 15,71 \text{ кДж}$ , частота удара  $v = 0,35 \text{ Гц}$ . Это вызвало необходимость включения в трансмиссию дополнительной ступени зубчатой передачи с передаточным числом  $u_{56} = \frac{n_{\text{вых}}}{60v} = \frac{56}{60 \cdot 0,35} = 2,67$ . Для этой дополнительной передачи была использована пара зубчатого колеса и шестерни серийно выпускаемого двухступенчатого редуктора с косозубыми колесами.

Был произведен проверочный расчет на прочность и долговечность этой зубчатой передачи. Передаточное отношение выбранной нами зубчатой передачи, составляет  $u_{56} = 2,5588$ .

Тогда общее передаточное число трансмиссии определяется как

$$u_{16} = u_{14}u_{56} = 25,9375 \cdot 2,5588 = 66,3689.$$

Номинальную угловую скорость кривошипа определяли по формуле:

$$\omega_1 = \frac{\pi n_3}{u_{16} \cdot 30} = \frac{3,14 \cdot 1450}{66,3689 \cdot 30} = 2,2879 \text{ с}^{-1}.$$

В результате структурного синтеза в качестве исполнительного механизма был выбран шарнирно четырехзвенный ударный механизм с наибольшим коромыслом с соотношением звеньев  $l_1 < l_2 < l_4 < l_3$ ;  $l_1 + l_3 = l_2 + l_4$  со следующими относительными размерами длин звеньев:

$$\lambda_2 = \frac{l_2}{l_1} = 1,0804; \quad \lambda_3 = \frac{l_3}{l_1} = 1,5567; \quad \text{и} \quad \lambda_4 = \frac{l_4}{l_1} = 1,4763,$$

где  $l_1$  – длина кривошипа;  $l_2$  – длина шатуна;

$l_3$  – длина коромысла;  $l_4$  – межпорное расстояние.

Передаточное число  $u_{31}^n = 4,2247$  в особом положении ударного механизма (в момент удара) определяли по формуле (2.37).

Угловая скорость коромысла в момент удара составляет:

$$\omega_3 = \omega_1 u_{31} = 2,2879 \cdot 4,2247 = 9,6657 c^{-1}.$$

Предполагалось, что линейная скорость точки удара в момент удара была в пределах  $8 \div 12 \frac{m}{c}$ . В этом случае расстояние от центра тяжести ударной массы до оси вращения коромысла, т.е. длину стержня коромысла принимали равным  $l_{cm} = 1,0 \text{ м}$  с учетом того, что центр удара находясь на расстоянии  $l_{yo} > l_{cm}$  от оси вращения коромысла, должен развивать линейную скорость в момент удара в указанных выше пределах. Конкретное значение  $l_{yo}$  было определено после установления всех основных параметров коромысла.

Далее определялись основные параметры коромысла. Первоначально была определена расчетная энергия единичного удара при частоте удара

$$v = \frac{n_3}{u_{16} \cdot 60} = \frac{1450}{66,3689 \cdot 60} = 0,3641 Гц :$$

$$T = \frac{N}{v} = \frac{5500}{0,3641} = 15104,65 \text{ Дж.}$$

Требуемый момент инерции коромысла относительно оси вращения D определяли по формуле:

$$I_{K(D)} = \frac{2T}{\omega_3^2} = \frac{2 \cdot 15104,65}{9,6656^2} = 323,36 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Для изготовления ударной части коромысла использовали круглую стальную заготовку диаметром 410 мм, а для изготовления стержня – швеллер №27. Для того чтобы определить момент инерции цилиндрической ударной части коромысла относительно оси вращения до вырезания пазов, необходимо отнять от полного момента инерции коромысла момент инерции стержня и прибавить момент инерции сегментных пазов. Сегментные пазы были вырезаны на боковой поверхности цилиндрической ударной массы для крепления к ней двух швеллеров. Глубину паза принимали равной

$\theta_{CEГ} = 0,035 \text{ м}$ . Длину площади посадки швеллера определяли по формуле:

$$\ell_{CEГ} = 2R \sin \varphi, \quad (4.39)$$

где  $\varphi = \arccos\left(1 - \frac{\theta_{CEГ}}{R}\right) = \arccos\left(1 - \frac{0,035}{0,205}\right) = 0,593 \text{ rad}$ .

Подставляя значение  $\sin \varphi = 0,5589$  в формулу (4.39), получили  $\ell_{CEГ} = 0,2291 \text{ м}$ .

Длину швеллера определяли по формуле:

$$\ell_{шв} = \ell_{CT} + 0,5\ell_{CEГ} = 1 + 0,11456 \text{ м} = 1,11456 \text{ м}.$$

Два швеллера, прикрепленных с двух сторон к цилиндрической ударной массе симметрично оси цилиндра, образуют основу стержня коромысла. Определяли момент инерции двух швеллеров относительно оси коромысла (рис. 4.7):

$$I_{шв} = 2\ell_{шв} m_{шв} \left( \frac{\ell_{шв}^2}{3} + \frac{I_x}{S_{шв}} \right), \quad (4.40)$$

где  $m_{шв} = 27,7 \frac{\text{кг}}{\text{м}}$  – масса 1 м швеллера [44];

$I_x = 4160 \text{ см}^4$  – момент инерции поперечного сечения швеллера относительно оси  $x$  [44];

$S_{шв} = 35,2 \text{ см}^2$  – площадь поперечного сечения швеллера [44].

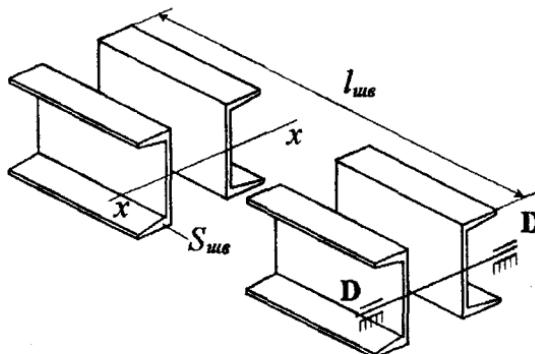


Рис. 4.7. К расчету инерционных характеристик стержня коромысла.

Подставляя указанные выше значения в уравнение (4.40), получили  $I_{WB} = 26,298 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

С учетом других крепежных деталей момент инерции стержня коромысла относительно оси вращения принимали равным  $I_{CT} = 30 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , а массу стержня –  $m_{CT} = 70 \text{ кг}$ . Затем определяли момент инерции сегментного паза относительно оси вращения коромысла  $I_{SEG(D)} = 11,5039 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  по формуле (4.20). Момент инерции цилиндрической ударной части относительно оси вращения коромысла определяли как

$$I_{U(D)} = I_{K(D)} - I_{CT(D)} + 2I_{SEG(D)} = \\ = 323,359 - 30 + 2 \cdot 11,5039 = 316,367 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Чтобы определить требуемую высоту цилиндрической ударной массы, была использована следующая формула:

$$I_{U(D)} = \pi R^2 \rho h_U \left( \frac{R^2}{4} + \frac{h_U^2}{12} + \ell_{CT}^2 \right). \quad (4.41)$$

Подставляя все известные значения в формулу (4.41), приведем ее к следующему виду:

$$h_U^3 + ph_U + q = 0, \quad (4.42)$$

где  $p = 12,1261$ ;  $q = -3,6631$ .

Кубическое уравнение (4.42) имеет следующее решение:

$$h_U = -2\sqrt[3]{\frac{p}{3}} \operatorname{ctg} 2\varphi, \quad (4.43)$$

где  $\varphi = \operatorname{arctg}^3 \sqrt{\operatorname{tg} \frac{\omega}{2}}$ ; (4.44)

$$\omega = \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{4p^3}{27}} \cdot \frac{1}{q} \right). \quad (4.45)$$

Подставляя значения  $q$  и  $p$  в уравнение (4.45), получим  $\omega = -1,3491 \text{рад.}$

По формуле (4.44) имеем  $\varphi = -0,7482 \text{рад.}$

Подставляя значение угла  $\varphi$  в уравнение (4.43), получим  $h_{\text{Ц}} = 0,3 \text{м.}$

С учетом того, что асинхронные двигатели способны развивать мощность, намного превышающую свое номинальное значение, высота цилиндрической ударной массы была принята равной  $h_{\text{Ц}} = 0,45 \text{м}$ , т.е. в полтора раза больше значения, полученного расчетным путем. Полный момент инерции коромысла составил:

$$I_{K(D)} = \pi R^2 \rho h_{\text{Ц}} \left( \frac{R^2}{4} + \frac{h_{\text{Ц}}^2}{12} + \ell_{CT}^2 \right) + I_{CT(D)} - 2I_{CEI(D)} = 486,14 \text{n} \cdot \text{м}^2.$$

Энергия единичного удара определялась по формуле (без учета приведенной массы шатуна):

$$T = \frac{I_{K(D)} \cdot \omega_3^2}{2} = 22709 \text{Дж.}$$

Масса коромысла определялась по формуле:

$$m_K = m_{\text{Ц}} - 2m_{CEI} + m_{CT}, \quad (4.46)$$

где  $m_{\text{Ц}} = \pi R^2 h_{\text{Ц}} \rho = 466,38 \text{ кг}$  – масса цилиндрического ударного элемента до вырезания сегментных пазов;

$m_{CEI} = 11,404 \text{ кг}$  – масса сегмента;

$m_{CT} = 70 \text{ кг}$  – масса стержня.

Подставляя эти значения в уравнение (4.46), получили массу коромысла  $m_K = 513,572 \text{ кг.}$

Расстояние от оси вращения коромысла до его центра тяжести определяли по формуле:

$$\ell_{S,D} = \frac{m_y \cdot \ell_{sy} + m_{CT} \ell_{s_{CT}}}{m_K}, \quad (4.47)$$

где  $m_y = m_{Ц} - 2m_{СЕГ} = 443,572 \text{ кг}$  – масса ударной части коромысла;

$\ell_{SY} = \ell_{CT} = 1,0 \text{ м}$  – расстояние от оси вращения коромысла до центра тяжести ударной части;  $\ell_{SC} = 0,5\ell_{CT} = 0,5 \cdot 1,0 = 0,5 \text{ м}$  – расстояние от оси вращения коромысла до центра тяжести стержня.

Подставляя эти значения в уравнение (4.47), получили  $\ell_{SD} = 0,932 \text{ м}$ .

Расстояние от центра удара до оси вращения коромысла определяли по формуле:

$$\ell_{yд} = \frac{I_{K(D)} + m_{Ш}^n \ell_3^2}{m_K \ell_{DS_3} + m_{Ш}^n \ell_3}, \quad (4.48)$$

где  $m_{Ш}^n = 5 \text{ кг}$  – приведенная масса шатуна.

Подставляя эти значения в формулу (4.48), получили  $\ell_{yд} = 1,01345 \text{ м}$ .

Далее определяли энергию единичного удара механизма с учетом приведенной массы шатуна:

$$T = \frac{(I_{K(D)} + m_{Ш}^n \ell_3^2) \omega_3^2}{2} = 22737,4 \text{ Дж}.$$

Мощность ударной машины с учетом приведенной массы шатуна составляет:

$$N = T \cdot v = 8278,7 \text{ Вт}.$$

Радиус инерции коромысла с учетом приведенной массы шатуна определяли по формуле:

$$r_i = \sqrt{\frac{2T}{(m_K + m_{Ш}^n) \omega_3^2}} = 0,9688 \text{ м}.$$

Результаты проведенных расчетов были положены в основу конструкции механического генератора ударных импульсов высокой мощности ГУИМ-1 (рис. 4.8 и 4.9).

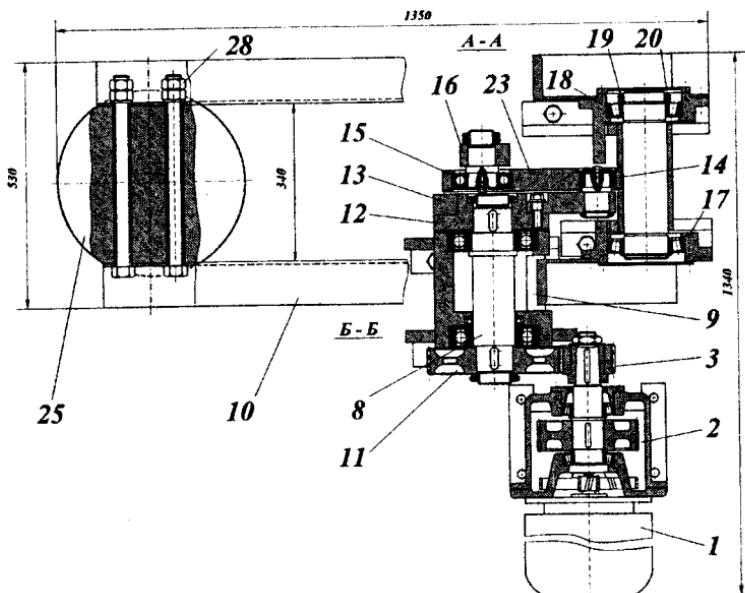
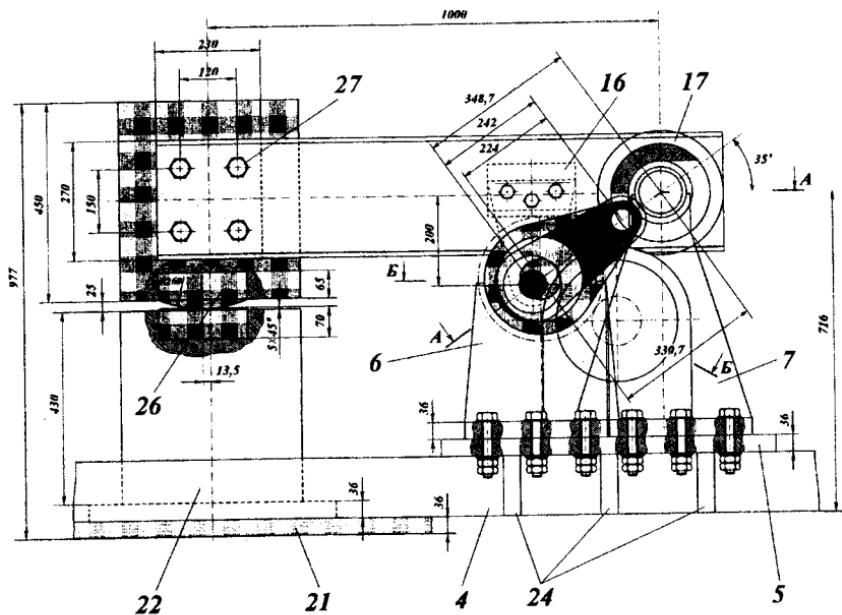


Рис. 4.8. Конструктивная схема механического генератора ударных импульсов высокой мощности ГУИМ-1: 1 – электродвигатель; 2 – редуктор; 3 – шестерня; 4 – рама; 5 – платформа; 6 – стойка кривошипа; 7 – стойка коромысла; 8 – вал кривошипа; 9 – паз стойки кривошипа; 10 – стержень коромысла, изготовленный из швеллера; 11 – зубчатое колесо; 12 – фланец; 13 – кривошип; 14 – сферический подшипник скольжения; 15 – шарикоподшипник; 16 – кронштейн; 17 – ступица; 18 – подшипник; 19, 20 – регулировочные гайки; 21 – уплотнительная плита; 22 – волновод; 23 – шатун; 24 – ребра жесткости; 25 – ударная масса коромысла; 26 – боек коромысла; 27 – болты для крепления ударной массы к стержню коромысла, 28 – контргайка.

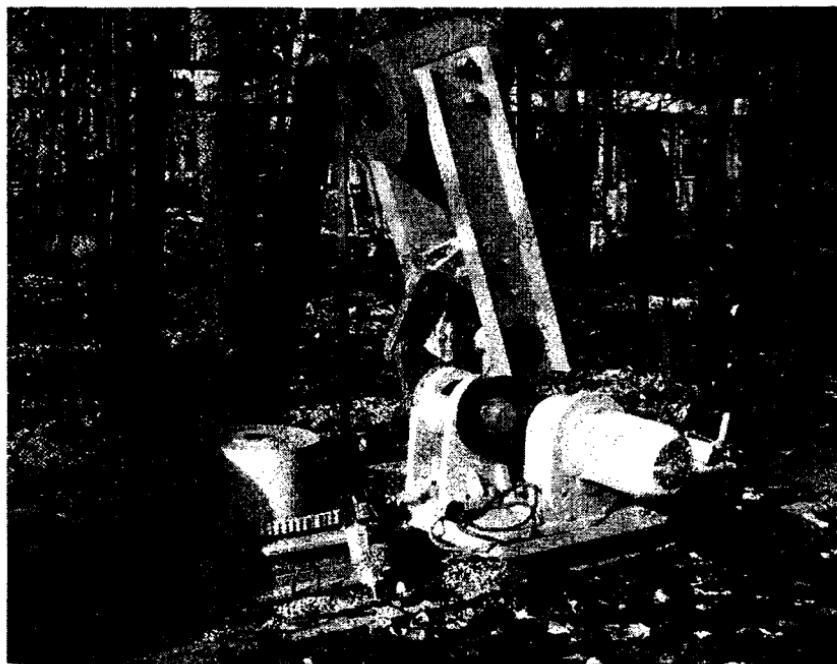


Рис. 4.9. Механический генератор ударных импульсов высокой мощности ГУИМ-1.

#### 4.4. Динамический анализ механического генератора

С учетом невысокой (в пределах 0,35 Гц) частотой ударов, совершаемых механическим генератором ударных импульсов высокой мощности ГУИМ-1, предполагалось, что колебания, возникающие за счет упругости звеньев и соответственно динамические нагрузки, возникающие при этом, также невелики. Поэтому динамический анализ данной машины будем проводить в несколько упрощенном варианте, т.е. пренебрегая упругими свойствами деталей и узлов машины.

Для проведения динамического анализа используем уравнение движения в дифференциальной форме [47]:

$$J_{\Sigma}^{np} \frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{2} \frac{dJ_{\Sigma}^{np}}{d\phi} \omega^2 = M_{\Sigma}^{np}. \quad (4.49)$$

В уравнении (4.49) суммарный приведенный момент инерции  $J_{\Sigma}^{np}$  состоит из двух составляющих: приведенного момента инерции, зависящего от положения механизма (приведенный момент инерции кривошипно-коромыслового исполнительного ударного механизма)  $J_{MPC}^{np}$  и приведенного момента, имеющего постоянное значение (приведенный момент инерции ротора электродвигателя и вращающихся деталей и узлов редуктора)  $J_{const}^{np}$ .

$$J_{\Sigma}^{np} = J_{MPC}^{np} + J_{const}^{np}. \quad (4.50)$$

Приведенный момент исполнительного МПС  $J_{MPC}^{np}$  определяется по формуле (3.13).

Графики зависимостей суммарного приведенного момента инерции  $J_{\Sigma}^{np}$  и приведенного момента инерции кривошипно-коромыслового механизма переменной структуры  $J_{MPC}^{np}$  от угловой координаты звена приведения  $\varphi_1$ , т.е. кривошипа, приведены на рис. 4.10.

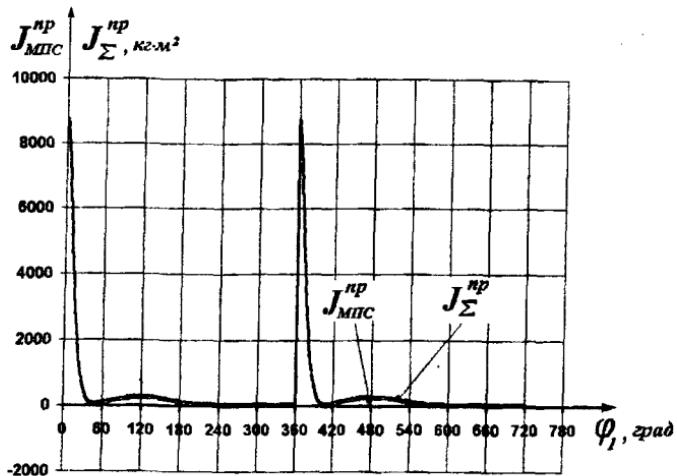


Рис. 4.10. Зависимости приведенного момента инерции МПС и суммарного приведенного момента инерции от угловой координаты звена приведения.

Суммарный приведенный момент  $M_{\Sigma}^{np}$  в уравнении (4.49) состоит из приведенного момента сил тяжести звеньев МПС  $M_{G_{\Sigma}}^{np}$ , зависящего от положения механизма и приведенного момента двигателя  $M_{\delta\theta}^{np}$ , зависящего от скорости вращения кривошипа, т.е.  $M_{\Sigma}^{np} = M_{G_{\Sigma}}^{np} + M_{\delta\theta}^{np}$ .

Приведенный момент сил тяжести звеньев МПС  $M_{G_{\Sigma}}^{np}$  определяется как сумма приведенных моментов сил тяжести кривошипа, шатуна и коромысла, определяемых соответственно по формулам (3.3), (3.5) и (3.8).

График зависимости суммарного приведенного момента сил тяжести звеньев кривошипно-коромыслового МПС  $M_{G_{\Sigma}}^{np}$  от угла  $\varphi_1$ , полученной при горизонтальном расположении ГУИМ-1 ( $\psi = 0^0$ ), представлен на рис. 4.11.

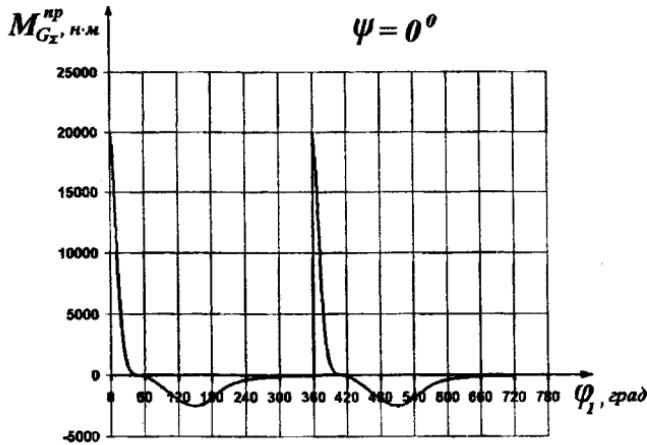


Рис. 4.11. Зависимость суммарного приведенного момента сил тяжестей звеньев кривошипно-коромыслового

МПС  $M_{G_\Sigma}^{np}$  от угла  $\varphi_1$  при  $\psi = 0^\circ$ .

Вторая составляющая суммарного приведенного момента  $M_{\partial\theta}^{np}$ , т.е. момент на валу ротора асинхронного электродвигателя 4А112 М4 РЗ УЗ, приведенный к кривошипу и зависящий от угловой скорости кривошипа, определяется по формуле Клосса:

$$M_{\partial\theta}^{np} = \frac{2M_k^{np} \cdot S \cdot S_k}{S_k^2 + S^2}, \quad (4.51)$$

где  $M_k^{np} = 531482 \text{ н}\cdot\text{м}$  – критический момент на валу ротора, приведенный к кривошипу;  $S_k = 0,25$  – критическое скольжение;  $S = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_0^{np}}$  – скольжение;  $\omega_1$  – угловая скорость кривошипа;  $\omega_0^{np} = \frac{\omega_0}{u_{mp}} = 2,3668 \text{ c}^{-1}$  – угловая скорость кривошипа, соответствующая синхронной угловой скорости вращения ротора;  $u_{mp} = 66,3689$  – передаточное отношение трансмиссии.

Угловое перемещение кривошипа (звена приведения) делим на элементарные угловые шаги величиной  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_0 = \dots = \varphi_n - \varphi_{n-1}$  (рис. 4.12). Приближенно можно принять, что в пределах небольшого интервала  $\Delta\varphi$  при увеличении угла  $\varphi$  движение звена приведения равноускоренное, суммарный приведенный момент инерции изменяется линейно и суммарный приведенный момент остается неизменным. С учетом отмеченных выше допущений формулу (4.49) можно записать в следующем виде:

$$J_{\Sigma}^{np} \cdot \varepsilon + \frac{1}{2} \frac{\Delta J_{\Sigma}^{np}}{\Delta\varphi} \omega^2 = M_{G_{\Sigma}}^{np}(\varphi) + M_{\partial\sigma}^{np}(\omega), \quad (4.52)$$

где  $J_{\Sigma}^{np}$  – суммарный приведенный момент в начале углового шага  $\Delta\varphi$ ;

$\varepsilon$  – угловое ускорение звена приведения в отрезке времени, при котором кривошип поворачивается на угловой шаг (интервал)  $\Delta\varphi$ ;

$\Delta J_{\Sigma}^{np}$  – разность значений суммарного приведенного момента  $J_{\Sigma}^{np}$  в конце и начале углового шага  $\Delta\varphi$ ;

$\omega$  – угловая скорость звена приведения в начале углового шага  $\Delta\varphi$ ;

$M_{G_{\Sigma}}^{np}(\varphi)$  – суммарный приведенный момент сил тяжести подвижных звеньев МПС в начале углового интервала  $\Delta\varphi$ ;

$M_{\partial\sigma}^{np}(\omega)$  – приведенный момент двигателя в начале углового интервала  $\Delta\varphi$ .

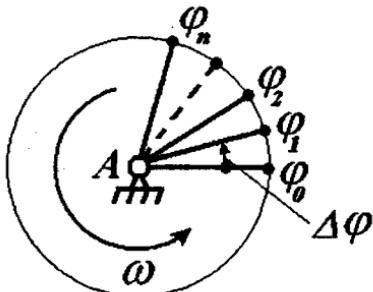


Рис. 4.12.

Формулу (4.52) применительно к перемещению звена приведения из положения «0» ( $\varphi_0$ ) в положение «1» ( $\varphi_1$ ) запишем в следующем виде:

$$J_{\Sigma}^{np}(\varphi_0) \cdot \varepsilon_{01} + \frac{1}{2} \cdot \frac{J_{\Sigma}^{np}(\varphi_1) - J_{\Sigma}^{np}(\varphi_0)}{\Delta\varphi} \cdot \omega_0^2 = M_{G_{\Sigma}}^{np}(\varphi_0) + M_{\delta\theta}^{np}(\omega_0). \quad (4.53)$$

Для выполнения расчета должны быть заданы начальные условия, т.е.  $\varphi_0$  и  $\omega_0$ . Из этих начальных условий определяем  $\varphi_1 = \varphi_0 + \Delta\varphi$ , затем, используя формулу (4.50), определяем  $J_{\Sigma}^{np}(\varphi_0)$  и  $J_{\Sigma}^{np}(\varphi_1)$ . Суммарный приведенный момент сил тяжести  $M_{G_{\Sigma}}^{np}(\varphi_0)$  определяется на основе формул (3.3), (3.5) и (3.8).

Момент на валу двигателя  $M_{\delta\theta}^{np}(\omega_0)$ , приведенный к кривошипу, определяется по формуле (4.51). Таким образом, из уравнения (4.53) можно определить ускорение  $\varepsilon_{01}$  звена приведения в интервале углового перемещения от  $\varphi_0$  до  $\varphi_1$ :

$$\varepsilon_{01} = \frac{M_{G_{\Sigma}}^{np}(\varphi_0) + M_{\delta\theta}^{np}(\omega_0)}{J_{\Sigma}^{np}(\varphi_0)} - \frac{1}{2} \cdot \frac{J_{\Sigma}^{np}(\varphi_1) - J_{\Sigma}^{np}(\varphi_0)}{\Delta\varphi \cdot J_{\Sigma}^{np}(\varphi_0)} \cdot \omega_0^2. \quad (4.54)$$

Выше было отмечено, что внутри углового шага  $\Delta\varphi$ , из-за его малости, движение звена приведения считалось равноускоренным. Тогда промежуток времени  $\Delta t_{01}$ , в течение которого кривошип (звено приведения) поворачивается на угол  $\Delta\varphi$  (от угла  $\varphi_0$  до  $\varphi_1$ ), определяется по следующей формуле:

$$\Delta t_{01} = \frac{-\omega_0 + \sqrt{\omega_0^2 + 2\varepsilon_{01} \cdot \Delta\varphi}}{\varepsilon_{01}}. \quad (4.55)$$

Далее, по общезвестной формуле  $\omega_1 = \omega_0 + \varepsilon_{01} \cdot \Delta t_{01}$  определим угловую скорость кривошипа в конце углового шага, т.е. в положении, соответствующем углу  $\varphi_1$ .

Поскольку стали известными  $\varphi_1$  и  $\omega_1$ , все проведенные выше расчеты кинематических параметров можно использовать и для

следующего углового шага кривошипа, т.е. в угловом перемещении звена приведения от  $\varphi_1$  до  $\varphi_2$ :

1) ускорение перемещения:

$$\varepsilon_{12} = \frac{M_{G_\Sigma}^{np}(\varphi_1) + M_{\partial\sigma}^{np}(\omega_1)}{J_\Sigma^{np}(\varphi_1)} - \frac{1}{2} \cdot \frac{J_\Sigma^{np}(\varphi_2) - J_\Sigma^{np}(\varphi_1)}{\Delta\varphi \cdot J_\Sigma^{np}(\varphi_1)} \cdot \omega_1^2,$$

где  $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$ ;

2) продолжительность перемещения:

$$\Delta t_{12} = \frac{-\omega_1 + \sqrt{\omega_1^2 + 2\varepsilon_{12} \cdot \Delta\varphi}}{\varepsilon_{12}};$$

3) угловая скорость в конце перемещения:

$$\omega_2 = \omega_1 + \varepsilon_{12} \cdot \Delta t_{12}.$$

Расчет кинематических параметров для последующих шагов производится аналогично. Полное время работы машины рассчитывается на ЭВМ следующим образом:

$$t = \Delta t_{01} + \Delta t_{12} + \dots + \Delta t_{n-1; n}.$$

В формуле (4.52)  $M_{G_\Sigma}^{np}$  является функцией не только от угловой координаты  $\varphi_1$ , но и от угла наклона  $\psi$  (см. уравнения (3.3), (3.5) и (3.8)) основания машины относительно горизонтальной плоскости. Поэтому закон движения звена приведения, и связанные с ним все кинематические и динамические параметры, зависят от значения угла  $\psi$ .

На основе предложенной выше методики была составлена программа на ЭВМ для расчета кинематических и динамических параметров исследуемой машины, и получены графики их функций от обобщенной координаты  $\varphi_1$ . Машинный анализ показал, что увеличение угла  $\psi$  в отрицательном направлении (по часовой стрелке) приводит к уменьшению энергии удара, и при  $\psi = -67^\circ$  полностью исключается возможность удара. В действительности модуль данного угла должен быть чуть меньше чем расчетный, т.к. при наших расчетах силы трения в кинематических парах и зазоры в них не

учитывались. С увеличением угла наклона машины  $\psi$  в положительном направлении также уменьшается энергия удара, и при  $\psi = 160^\circ$  она равняется нулю.

Графики зависимостей угловой скорости  $\omega_1$  кривошипа и момента  $M_{\partial\vartheta}$  на валу ротора двигателя от обобщенной угловой координаты  $\varphi_1$  для ударной машины с углом  $\psi = 0^\circ$  (рис. 4.13) приведен на рис. 4.14.

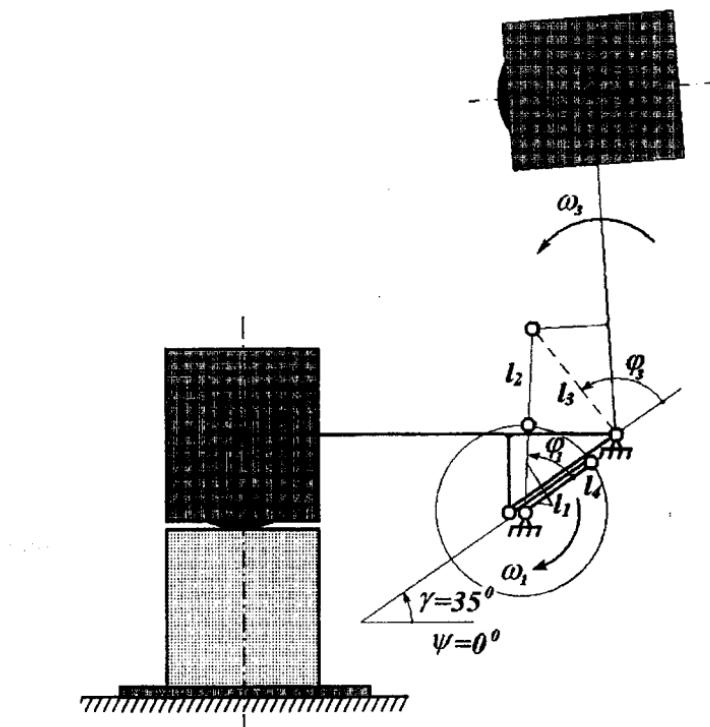


Рис. 4.13.

С целью получения более полной информации о характере движения звена приведения ударной машины, параллельно будем рассматривать изменения скорости и ускорения в зависимости от времени  $t$  (рис. 4.15).

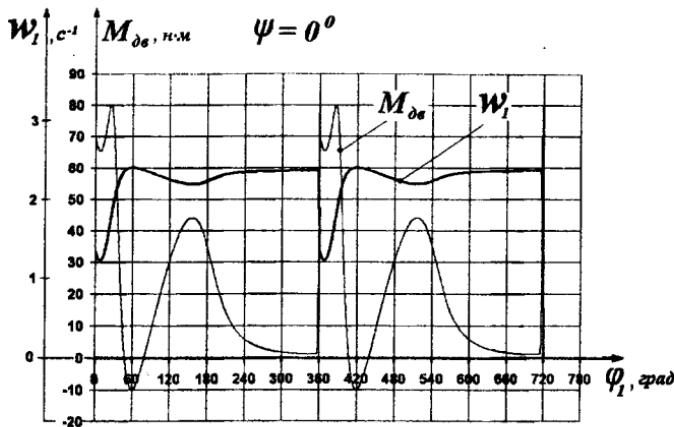


Рис. 4.14 Зависимость угловой скорости кривошипа  $\omega_1$  и момента  $M_{\delta\sigma}$  на валу двигателя от угла  $\phi_1$  при  $\psi = 0^0$ .

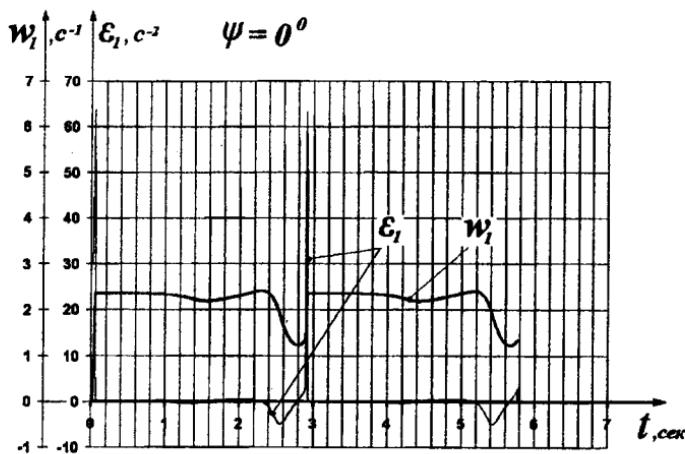


Рис. 4.15. Зависимость угловой скорости  $\omega_1$  и углового ускорения  $\varepsilon_1$  кривошипа от времени  $t$  при  $\psi = 0^0$ .

Следует заметить, что согласно общепринятым правилам, положительным направлением отсчета угла  $\phi_1$  было принято направление против часовой стрелки. Ввиду того, что в исследуемой ма-

шине кривошип вращается по часовой стрелке, при анализе графиков зависимостей  $\omega_1$  и  $M_{de}$  от  $\varphi_1$  (рис. 4.14) началом движения следует считать не  $\varphi_1 = 0$ , а  $\varphi_1 = 720^\circ$ . Все графики составлены для двух первоначальных оборотов кривошипа, считая, что уже на втором обороте кривошипа, работа машины полностью входит в установленный режим.

Анализируя графики, приведённые на рис. 4.14, нетрудно заметить, что за очень короткий интервал углового перемещения кривошипа ( $\varphi_1 = 720^\circ - 718^\circ$ ) с момента пуска двигателя, момент на валу ротора быстро доходит до критического значения  $M_K = 80,08 \text{ н}\cdot\text{м}$  и примерно с такой же скоростью падает до значения  $M_{de} = 1,2706 \text{ н}\cdot\text{м}$  ( $\varphi_1 = 705^\circ$ ).

Из графика угловой скорости  $\omega_1$  видно, что за этот же интервал углового перемещения кривошипа его угловая скорость возрастает до  $\omega_1 = 2,362 \text{ c}^{-1}$  (значение, близкое угловой скорости кривошипа, соответствующей синхронному вращению ротора двигателя) и начинает медленно снижаться, а момент на валу асинхронного двигателя в этот период согласно механической характеристике, начинает постепенно увеличиваться. Из сказанного выше следует, что в начальном этапе движения, который начинается с особого положения, исполнительный механизм оказывает наименьшее сопротивление движению. Это связано с низкими значениями передаточного отношения  $i_{31}$  в начальный период движения механизма. Так, например, момент инерции коромысла, приведенный к кривошипу в самом начале движения, которое начинается с особого положения и направлено в сторону кинематического отскока, в 1519 раз меньше, чем момент инерции коромысла относительно оси вращения D.

Проанализируем этот участок движения механизма по графику, приведенному на рис. 4.15. В момент пуска двигателя угловое ускорение кривошипа изменяется импульсивно, т.е. за очень короткий промежуток времени ( $t = 0,0474 \text{ с}$ ) достигает наивысшего значения  $\varepsilon_1 = 66,716 \text{ c}^{-2}$  и так же быстро убывает, и при  $t = 0,412 \text{ с}$  становится равным нулю. Угловая скорость кривошипа за этот промежуток времени возрастает до  $\omega_1 = 2,362 \text{ c}^{-1}$ , затем медленно начинает

уменьшаться. Это связано с тем, что при дальнейшем движении кривошипа сопротивление движению, оказываемое двигателю со стороны МПС возрастает. На графиках (см. рис. 4.14) свидетельством этого является уменьшение угловой скорости  $\omega_1$  кривошипа и увеличение момента на роторе двигателя. Данный процесс в основном связан с увеличением передаточного отношения  $u_{31}$  и соответственно возрастанием приведенного момента инерции. При  $\varphi_1 = 516^\circ (156^\circ)$  угловая скорость кривошипа уменьшается до  $\omega_1 = 2,189 \text{ c}^{-1}$ , а момент на роторе двигателя увеличивается до  $M_{de} = 44,089 \text{ н}\cdot\text{м}$ . Этот момент движения кривошипа соответствует времени  $t = 1,564 \text{ с}$  для первого цикла и  $t = 4,436 \text{ с}$  – для второго цикла движения (рис. 4.15). Далее происходит обратный процесс, т.е. увеличение скорости и уменьшение момента (рис. 4.14). В положении механизма, когда  $\varphi_1 = 439^\circ (79^\circ)$ , момент двигателя равняется нулю, а угловая скорость кривошипа достигает значения  $\omega_{1(0)} = \omega_0/u_{mp} = 2,3667 \text{ c}^{-1}$ , где  $\omega_0 = 157,0796 \text{ c}^{-1}$  – синхронная угловая скорость ротора асинхронного двигателя;  $u_{mp} = 66,3689$  – передаточное отношение трансмиссии. Далее под действием инерции движущихся масс машины угловая скорость кривошипа продолжает расти, и соответственно на валу ротора создается отрицательный момент, который оказывает тормозящее действие движущимся элементам машины.

Наибольший по модулю отрицательный момент  $M_{de} = -9,956 \text{ н}\cdot\text{м}$  и соответствующая ему наибольшая угловая скорость кривошипа  $\omega_1 = 2,4037 \text{ c}^{-1}$  имеет место при  $\varphi_1 = 419,5^\circ (59,5^\circ)$ . На графике, приведенном на рис. 4.15, этот момент движения машины соответствует времени  $t = 2,301 \text{ с}$  в первом цикле и  $t = 5,172 \text{ с}$  – во втором. С этого положения отрицательный момент на валу ротора начинает уменьшаться и при  $\varphi_1 = 408^\circ (48^\circ)$ , когда коромысло доходит до своего крайнего положения, становится равным нулю (см. рис. 4.14). Данное положение механизма соответствует времени  $t = 2,389 \text{ с}$  и  $t = 5,172 \text{ с}$ . Дальнейшее вращение кривошипа заставит коромысло двигаться в

обратном направлении, т.е. против часовой стрелки. Из-за быстрого увеличения передаточного отношения  $u_{31}$  и приведенного момента инерции, нагрузка на двигатель также быстро растет и при  $\varphi_1 = 385,5^\circ (25,5^\circ)$  момент на валу ротора двигателя достигает своего критического значения  $M_k = 80,08 \text{ н}\cdot\text{м}$ .

Непрерывный рост сопротивления, оказываемого исполнительным механизмом на двигатель, приводит к одновременному уменьшению скорости кривошипа и момента двигателя. Этот процесс продолжается до  $\varphi_1 = 367,5^\circ (7,5^\circ)$ , когда угловая скорость кривошипа составляет  $\omega_1 = 1,223 \text{ с}^{-1}$ , а момент на роторе двигателя –  $M_{de} = 65,36 \text{ н}\cdot\text{м}$ . К этому моменту коромысло и другие движущие элементы машины набирают достаточной кинетической энергии, в результате оказывая двигателю меньшее сопротивление. Поэтому за оставшиеся  $7,5^\circ$  угла поворота кривошипа скорость кривошипа успевает возрасти до  $\omega_1 = 1,353 \text{ с}^{-1}$ , а момент на роторе двигателя – до  $M_{de} = 69,72 \text{ н}\cdot\text{м}$ . Таким образом, зная скорость кривошипа в момент удара  $\omega_1 = 1,353 \text{ с}^{-1}$  и значение передаточного отношения  $u_{31} = -4,22466$  в момент удара, можно определить действительное значение энергии единичного удара  $E = 7941,65 \text{ Дж}$  при  $\psi = 0^\circ$ .

Из графика, приведенного на рис. 4.15, можно заметить, что первый цикл завершается (с нанесением удара) за  $t = 2,9 \text{ с}$ . Второй удар машиной производится при  $t = 5,77 \text{ с}$ . Считая, что работа машины во втором цикле полностью входит в установившийся режим, можем определить период и частоту удара машины в заданном ее положении. Таким образом, период цикла составляет  $T = 2,87 \text{ с}$ , а частота удара –  $v = 0,348 \text{ Гц}$ . Причем, время, затрачиваемое на движение коромысла от крайнего положения до совершения удара  $T_y = 0,513 \text{ с}$ , и составляет 17,9% общего периода цикла работы машины.

Из проведенного выше анализа можно сделать следующий важный вывод. Для того чтобы увеличить энергию удара, необходимо снабжать данную машину пружинным (или другим) накопи-

телем энергии или маховиком. Как было уже отмечено, увеличение угла  $\psi$  в отрицательном направлении (по часовой стрелке) приводит к уменьшению энергии удара и при  $\psi = -67^\circ$  полностью исключается возможность удара. Рассмотрим работу ударной машины с углом наклона корпуса  $\psi = -66^\circ$  (рис. 4.16), при котором еще существует возможность коромысла нанести удар по инструменту.

Графики зависимостей угловой скорости  $\omega_1$  кривошипа и момента  $M_{de}$  на валу ротора двигателя от  $\varphi_1$  для ударной машины с углом наклона  $\psi = -66^\circ$  (рис. 4.16) корпуса машины, приведены на рис. 4.17. Графики зависимостей угловой скорости и ускорения кривошипа от времени представлены на рис. 4.18.

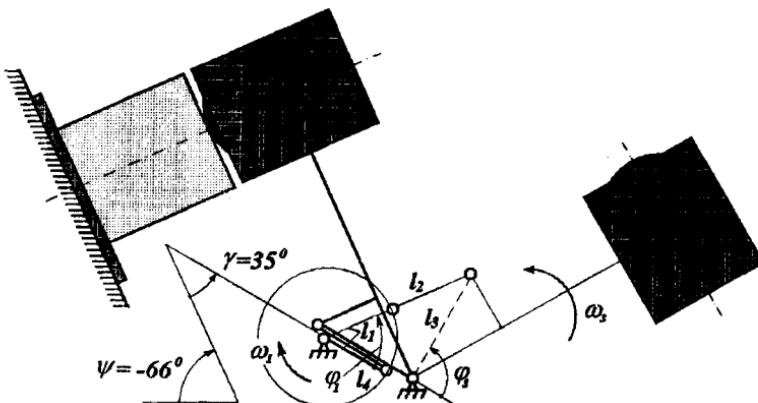


Рис. 4.16.

На графике момента двигателя  $M_{de}$  (рис. 4.17) видно, что при пуске двигателя за очень короткий интервал углового перемещения кривошипа ( $\varphi_1 = 720^\circ - 718^\circ$ ), момент на валу ротора быстро возрастает до критического значения  $M_K = 80,08 \text{ н}\cdot\text{м}$ , и так же быстро уменьшается до значения  $M_{de} = 0,257 \text{ н}\cdot\text{м}$  ( $\varphi_1 = 712,75^\circ$ ). На графике угловой скорости  $\omega_1$  можно заметить, что за это время угловая скорость кривошипа увеличивается до  $\omega_1 = 2,366 \text{ с}^{-1}$ . Эта

скорость чуть больше скорости кривошипа в том же положении и у машины с горизонтальным расположением корпуса ( $\psi = 0$ ). Причиной этого является то, что из-за наклона машины приведенный момент сил тяжести подвижных звеньев в начале движения меньше, чем тот же момент при ее горизонтальном расположении.

При дальнейшем движении кривошипа сопротивление движению, оказываемое двигателю со стороны МПС, как и в предыдущем случае, возрастает. На графиках (рис. 4.17) это подтверждается уменьшением угловой скорости  $\omega_1$  кривошипа и увеличением момента на роторе двигателя. Следует заметить, что выступ на графике  $M_{\text{дв}}$  и соответствующая впадина на графике  $\omega_1$ , несколько смещены вправо ( $\varphi_1 = 537^\circ$  ( $177^\circ$ ) по сравнению с теми же элементами графиков, приведенными на рис. 4.14. Причем высота выступа и глубина впадины на этих графиках незначительны ( $M_{\text{дв}} = 12,93 \text{ н}\cdot\text{м}$ ;  $\omega_1 = 2,319 \text{ c}^{-1}$ ). Это означает, что за счет наклона корпуса машины при подъеме коромысла, приведенный момент сил тяжести быстрее переходит из режима сопротивления в режим «содействия» двигателю.

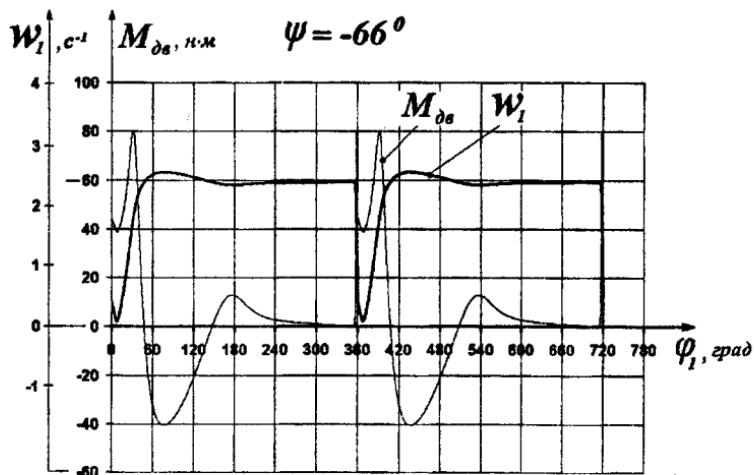


Рис. 4.17. Зависимость угловой скорости кривошипа  $\omega_1$  и момента  $M_{\text{дв}}$  на валу двигателя от угла  $\varphi_1$  при  $\psi = -66^\circ$ .

В положении механизма, когда  $\varphi_1 = 508^\circ (148^\circ)$ , момент двигателя равняется нулю, а угловая скорость кривошипа достигает значения  $\omega_{1(0)} = 2,3667 \text{ c}^{-1}$ . Далее под действием инерции движущихся масс и приведенного момента сил тяжести подвижных звеньев угловая скорость кривошипа продолжает расти, превышая значения  $\omega_{1(0)} = 2,3667 \text{ c}^{-1}$  и в результате, на валу ротора создается отрицательный момент, который оказывает тормозящее действие движущимся элементам машины. Наибольший по модулю отрицательный момент  $M_{\partial\theta} = -40,478 \text{ н}\cdot\text{м}$  и соответствующая ему наибольшая угловая скорость кривошипа  $\omega_1 = 2,527 \text{ c}^{-1}$  соответствуют положению кривошипа, в котором  $\varphi_1 = 437^\circ (77^\circ)$ . С этого положения отрицательный момент на валу ротора начинает уменьшаться и при  $\varphi_1 = 408^\circ (48^\circ)$ , когда коромысло доходит до своего крайнего положения, становится равным нулю.

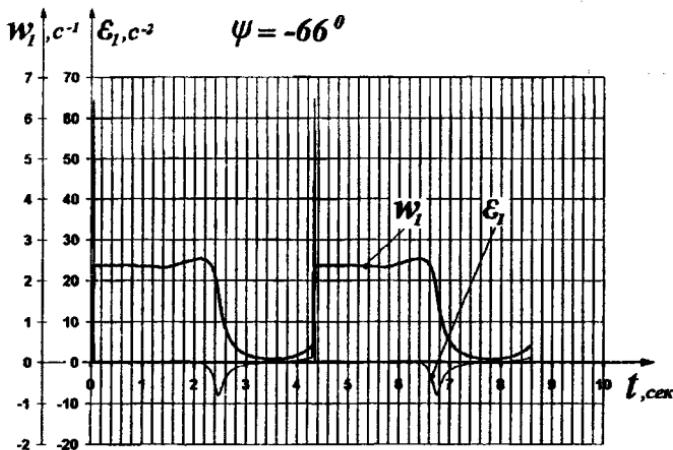


Рис. 4.18. Зависимость угловой скорости  $\omega_1$  и углового ускорения  $\varepsilon_1$  кривошипа от времени  $t$  при  $\psi = -66^\circ$ .

На графиках зависимостей угловой скорости и ускорения кривошипа от времени, приведенных на рис. 4.18, видно, что для развода коромысла, т.е. для его движения от особого положения до

крайнего положения, потребуется времени  $T_p = 2,299 \text{ с}$ , что на  $0,059 \text{ с}$  меньше, чем в предыдущем положении машины. Понять это не очень то трудно, т.к. при разводе коромысла ударной машины с углом наклона  $\psi = -66^\circ$ , моменты сил тяжести звеньев оказывают положительное влияние на осуществление данного процесса.

Сравнивая график зависимости  $M_{de}$  от  $\varphi_1$ , приведенный на рис. 4.14 ( $\psi = 0$ ), с таким же графиком на рис. 4.17 ( $\psi = -66^\circ$ ), можно заметить, что во втором случае электродвигатель работает в режиме торможения (генератора) намного дольше и интенсивнее, чем в первом случае. На графике  $M_{de}$  (рис. 4.17) также видно, что за один цикл отрицательная работа двигателя по объему сравнима с его положительной работой. Отсюда следует, что по мере увеличения угла наклона  $\psi$  корпуса машины относительно горизонтальной плоскости, объем энергоаккумулятора, т.е. его способность накапливать энергию, должен увеличиваться. Эту задачу, т.е. регулировку объема энергоаккумулятора в зависимости от угла  $\psi$ , решить в плане конструкции сравнительно нетрудно.

Дальнейшее вращение кривошипа из положения, когда  $\varphi_1 = 408^\circ(48^\circ)$ , заставит коромысло двигаться в обратном направлении, т.е. против часовой стрелки. Из-за быстрого увеличения передаточного отношения  $i_{31}$  и, соответственно, приведенного момента инерции, нагрузка на двигатель также быстро увеличивается и при  $\varphi_1 = 391,5^\circ(31,5^\circ)$  момент на валу ротора двигателя достигает своего критического значения  $M_k = 80,08 \text{ н}\cdot\text{м}$ . Нетрудно заметить, что этот процесс по сравнению с предыдущим случаем ( $\psi = 0$ ), происходит несколько раньше. Непрерывный рост сопротивления движению, оказываемого исполнительным механизмом на двигатель, приводит к одновременному уменьшению скорости кривошипа и момента двигателя. Этот процесс продолжается до  $\varphi_1 = 368^\circ(8^\circ)$ , при котором угловая скорость кривошипа составляет  $\omega_1 = 1,223 \text{ с}^{-1}$ , а момент на роторе двигателя  $M_{de} = 65,36 \text{ н}\cdot\text{м}$ . К этому моменту коромысло и другие движущиеся элементы машины набирают достаточную кинетическую энергию, в результате чего оказывают на двигатель меньшее сопротивление. Поэтому за

оставшиеся  $8^0$  поворота кривошипа до совершения удара машиной, угловая скорость кривошипа успевает возрасти до  $\omega_1 = 0,417 \text{ c}^{-1}$ , а момент на роторе двигателя – до  $M_{\text{дв}} = 38,86 \text{ н}\cdot\text{м}$ . При этом энергия удара составляет всего  $E = 754,37 \text{ Дж}$ , т.е. в 10,53 раза меньше, чем энергия единичного удара машины с горизонтальным расположением корпуса ( $\psi = 0$ ).

Второй цикл работы ударного механизма, который считаем полностью установившимся, совершается за  $T = 4,282 \text{ с}$ , что на 1,411 с больше, чем этот же показатель работы машины с горизонтальным расположением корпуса. Соответственно частота удара машины с углом наклона корпуса  $\psi = -66^0$  составляет  $v = 0,2335 \text{ Гц}$ , т.е. на 33% меньше, чем частота ударов при горизонтальном расположении корпуса машины. Кроме этого время, затрачиваемое на движение коромысла от крайнего положения до совершения удара, составляет 46,3% от общего периода цикла.

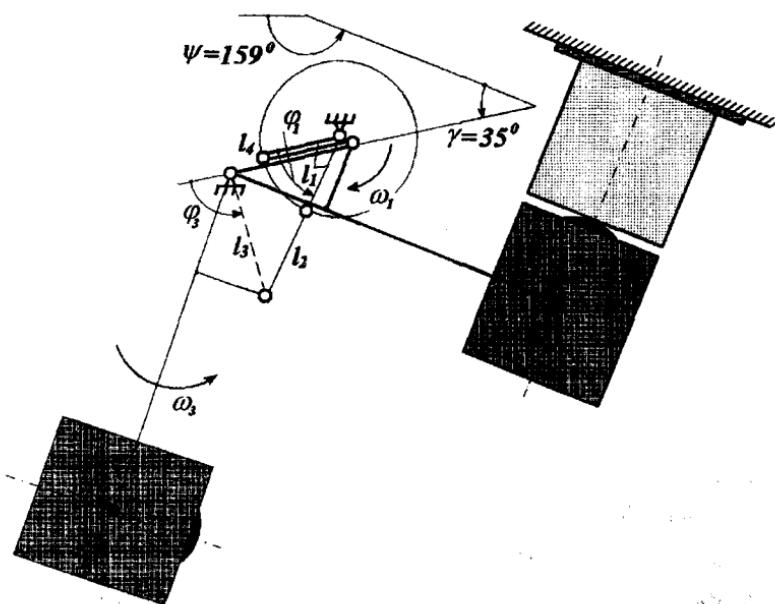


Рис. 4.19.

Как было уже отмечено, с увеличением угла  $\psi$  в положительном направлении скорость кривошипа в момент удара и соответственно энергия удара начинают уменьшаться и при  $\psi = 160^\circ$  они равняются нулю. Рассмотрим закон движения кривошипа и зависимость момента двигателя от угла  $\varphi_1$  для машины с углом наклона корпуса относительно горизонтальной плоскости  $\psi = 159^\circ$  (рис. 4.19).

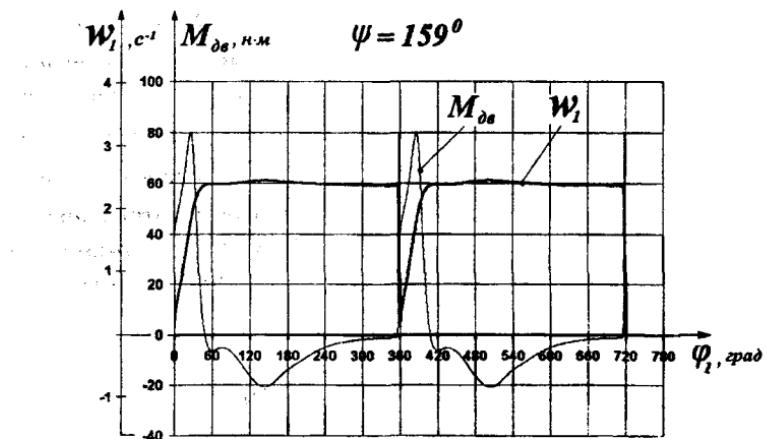


Рис. 4.20. Зависимость угловой скорости кривошипа  $\omega_1$  и момента  $M_{\partial\sigma}$  на валу двигателя от угла  $\varphi_1$  при  $\psi = 159^\circ$ .

Изменение скорости кривошипа и момента двигателя от угла поворота кривошипа в виде графиков приведены на рис. 4.20. Как и в двух предыдущих случаях, с момента пуска двигателя кривошип быстро набирает скорость и при  $\varphi_1 = 715^\circ$  она становится равной  $\omega_1 = 2,37 \text{ c}^{-1}$ . Далее, в отличие от рассмотренных случаев, угловая скорость кривошипа продолжает увеличиваться, но очень медленно. При  $\varphi_1 = 504^\circ(144^\circ)$  угловая скорость кривошипа достигает наивысшего значения  $\omega_1 = 2,4448 \text{ c}^{-1}$ , затем также медленно начинает снижаться. Этот процесс, т.е. уменьшение скорости кривошипа, продолжается до положения механизма, в котором  $\varphi_1 = 436^\circ(76^\circ)$  ( $\omega_1 = 2,3857 \text{ c}^{-1}$ ). Далее угловая скорость криво-

шипа начинает увеличиваться и достигнув значения  $\omega_1 = 2,3902 \text{ с}^{-1}$  при  $\varphi_1 = 419,75^\circ (59,75^\circ)$ , снова идет на убыль. В момент удара угловая скорость кривошипа составляет всего  $\omega_1 = 0,13 \text{ с}^{-1}$ , соответственно энергия удара –  $E = 73,32 \text{ Дж}$ , что в 108,3 раза меньше, чем когда машина расположена горизонтально.

Рассмотрим теперь режим работы асинхронного электродвигателя за весь цикл по графику  $M_{de}$ , приведенному на рис. 4.20. С момента пуска двигателя момент на валу ротора очень быстро, почти мгновенно, достигает критического значения  $M_K = 80,08 \text{ н}\cdot\text{м}$ , и так же быстро уменьшается до отрицательного значения  $M_{de} = -1,08 \text{ н}\cdot\text{м}$  ( $\varphi_1 = 713,25^\circ$ ). При дальнейшем вращении кривошипа отрицательный момент двигателя по модулю начинает возрастать и в положении механизма, когда  $\varphi_1 = 504^\circ (144^\circ)$ , достигает максимального значения  $M_{de} = -20,753 \text{ н}\cdot\text{м}$ . Затем момент на роторе двигателя по модулю уменьшается и при  $\varphi_1 = 436^\circ (76^\circ)$  приобретает значение  $M_{de} = -5,137 \text{ н}\cdot\text{м}$ . В пределах углового интервала  $\varphi_1 = 436^\circ (76^\circ) - 419,75^\circ (59,75^\circ)$  происходит увеличение по модулю отрицательного момента двигателя. В конце данного интервала момент двигателя составляет  $M_{de} = -6,326 \text{ н}\cdot\text{м}$ . При дальнейшей работе машины момент двигателя начинает возрастать и когда коромысло достигнет крайнего положения ( $\varphi_1 = 408^\circ (48^\circ)$ ) момент на валу двигателя станет равным нулю. С этого положения двигатель переходит от режима генератора в режим двигателя. В дальнейшем момент двигателя резко увеличивается и при  $\varphi_1 = 385,75^\circ (25,75^\circ)$ , достигнув своего критического значения  $M_K = 80,08 \text{ н}\cdot\text{м}$ , также быстро уменьшается. В момент удара, когда механизм займет особое положение, момент на роторе двигателя составит  $M_{de} = 39,6 \text{ н}\cdot\text{м}$ .

Для получения более полной информации о характере движения звена приведения, как и в двух предыдущих случаях, рассмотрим зависимости углового ускорения и угловой скорости кривошипа от времени  $t$  (рис. 4.21).

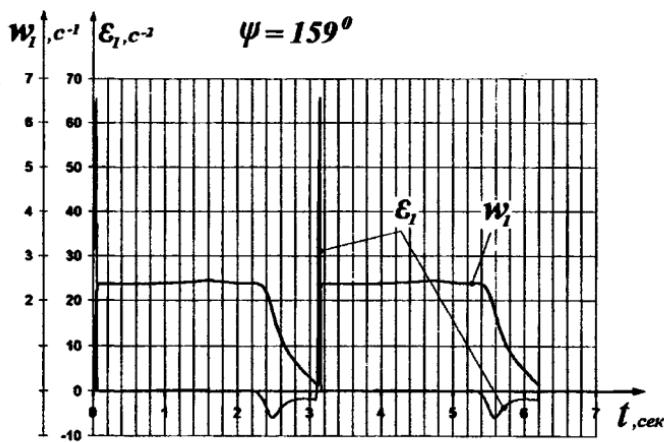


Рис. 4.21. Зависимость угловой скорости  $\omega_1$  и углового ускорения  $\varepsilon_1$  кривошипа от времени  $t$  при  $\psi = 159^\circ$ .

Из графика зависимости  $\omega_1$  от  $t$ , приведенного на рис. 4.21 видно, что время, затрачиваемое на развод коромысла, составляет  $T_p = 2,298 \text{ с}$ , а на полный цикл движения —  $T = 3,103 \text{ с}$ , соответственно частота удара при таком расположении корпуса ( $\psi = 159^\circ$ ) составляет  $v = 0,322 \text{ Гц}$ . Время, затрачиваемое на движение коромысла от крайнего положения до совершения удара, составляет 25,9% от общего периода цикла.

Анализируя график зависимости  $M_{de}$  от  $\phi_1$ , приведенный на рис. 4.20 ( $\psi = 159^\circ$ ), можно заметить, что и в этом положении машины отрицательная работа электродвигателя по объему сравнима его положительной работой. Это еще раз подтверждает необходимость обязательного использования в данной машине накопителя энергии.

Для большей наглядности проанализируем во взаимосвязи зависимости потребляемой мощности двигателя и угла поворота коромысла от времени  $t$ . Данный анализ дает нам возможность лучше представить характер распределения нагрузки на двигатель в течение полного рабочего цикла.

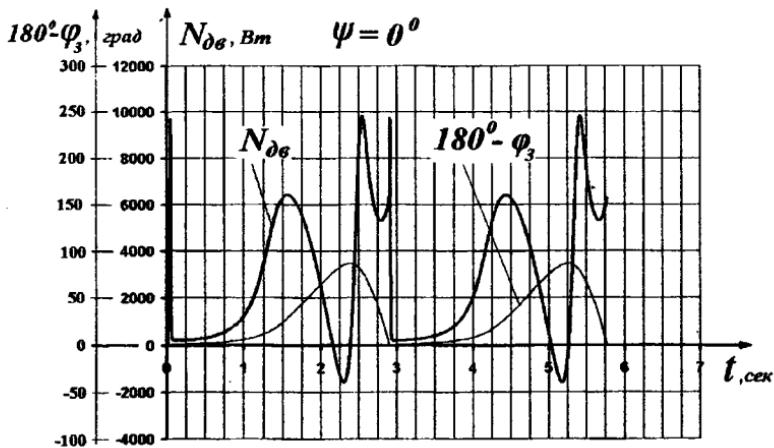


Рис. 4.22. Зависимость угла поворота коромысла  $180^\circ - \varphi_3$  и потребляемой мощности двигателя  $N_{de}$  от времени  $t$  при  $\psi = 0^\circ$ .

На рис. 4.22 приведены графические зависимости потребляемой мощности двигателя  $N_{de}$  и угла поворота коромысла относительно его особого положения  $180^\circ - \varphi_3$  от времени  $t$  при горизонтальном расположении машины ( $\psi = 0^\circ$ ). Из этих зависимостей видно, что с момента включения электродвигателя за  $t = 0,142$  с происходит скачкообразное увеличение мощности до  $N_{de} = 9,7 \text{ кВт}$  и такое же быстрое уменьшение (до  $N_{de} = 199 \text{ Вт}$ ). За это время коромысло повернется всего лишь на  $0,073^\circ$ . Затем, начиная с этого момента, нагрузка на двигатель и, соответственно, мощность, потребляемая машиной, возрастает, и при  $t = 1,56$  с достигает значения  $N_{de} = 6,4 \text{ кВт}$ . При этом коромысло успевает повернуться на  $28,6^\circ$ . Рассматривая совместно изменение потребляемой мощности и изменение угловой координаты коромысла, можно увидеть, что данное увеличение мощности происходит, когда коромысло идет на подъем. В конце подъема коромысла, когда оно набирает достаточную кинетическую энергию, потребляемая мощность резко падает и переходит в зону отрица-

тельных значений ( $N = -1,59 \text{ кВт}$  при  $t = 2,3 \text{ с}$ ). Данному процессу соответствует положение коромысла, повернутое на  $85^\circ$ . Объясняется это тем, что в конце подъема коромысла передаточное отношение  $i_{31}$  уменьшается, но так как к этому моменту коромысло набрало достаточно большую скорость, его движение через передаточные звенья МПС и редуктор передается к ротору асинхронного электродвигателя передаточным числом  $i_{13}$ , достигающим наибольших значений. Это приводит к ускорению ротора двигателя, его угловая скорость превышает синхронную, и двигатель переходит в режим генератора.

С того момента, когда коромысло, доходя своего крайнего положения, изменяет направление движения, нагрузка на двигатель резко возрастает, что приводит к быстрому увеличению потребляемой мощности ( $N = 9,82 \text{ кВт}$  при  $t = 2,54 \text{ с}$ ). Данному положению соответствует угол поворота коромысла  $180^\circ - \varphi_3 = 77^\circ$ . Затем, через некоторое время мощность, потребляемая машиной, уменьшается до  $N = 5,31 \text{ кВт}$  ( $t = 2,8 \text{ с}$ ). При этом угол между коромыслом и его особым положением составляет  $30,33^\circ$ . Уменьшение мощности в данном случае можно объяснить тем, что из-за быстрого увеличения передаточного отношения  $i_{31}$  сопротивление, оказываемое со стороны МПС на двигатель, продолжает расти, и в результате этого угловая скорость электродвигателя и момент на валу двигателя становятся меньше своих критических значений. Но ближе к удару мощность двигателя успевает возрасти до значения  $N = 9,7 \text{ кВт}$ .

#### 4.5. Экспериментальное исследование механического генератора

Экспериментальное исследование механического генератора проводилось с целью дополнения и оценки достоверности результатов, полученных на основе машинного эксперимента с помощью ЭВМ. В связи с тем, что нас больше всего интересовал характер изменения потребляемой мощности электродвигателя в течение рабочего цикла, в ходе экспериментальных исследований производилась запись потребляемой мощности и угла поворота коромысла.

Для измерения потребляемой мощности механического генератора ударных импульсов высокой мощности ГУИМ-1 был изготовлен стенд, который приведен на рис. 4.23. Стенд состоит из ваттметра 1, двух трансформаторов тока 2, двух преобразователей мощности ПОЗ0.1 3 и быстродействующего самопишущего прибора Н-338-6П 4. Электрическая схема стендада приведена на рис. 4.24.

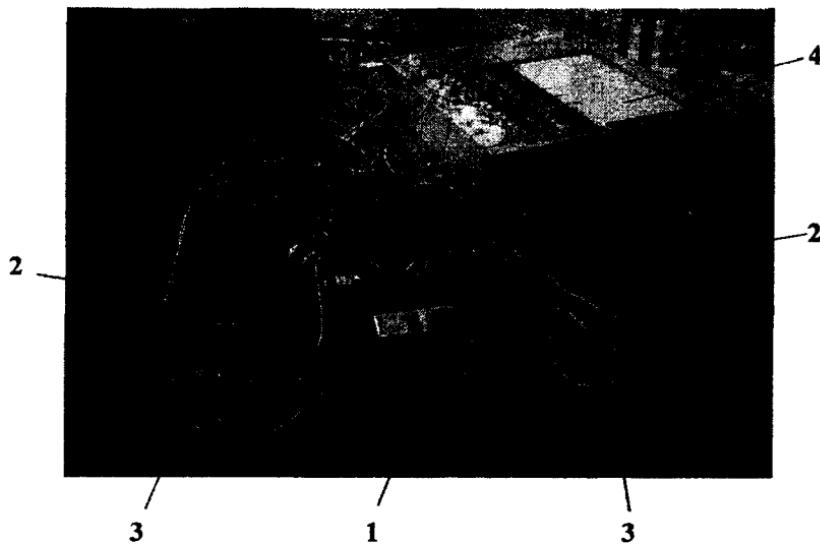


Рис. 4.23. Стенд для измерения потребляемой мощности механического генератора ударных импульсов высокой мощности ГУИМ-1: 1 – ваттметр; 2 – трансформатор тока; 3 – преобразователь мощности; 4 – самопищий прибор.

Результаты записи диаграмм потребляемой мощности двигателя и угла поворота коромысла ГУИМ-1 при  $\psi = 0^\circ$  представлены на рис. 4.25. Из этих диаграмм видно, что с момента включения электродвигателя за  $t = 0,07$  с происходит скачкообразное увеличение мощности и такое же ее быстрое уменьшение. Затем мощность, потребляемая машиной, начинает возрастать и при  $t = 1,7$  с достигает значения  $N = 6,1 \text{ кВт}$ .

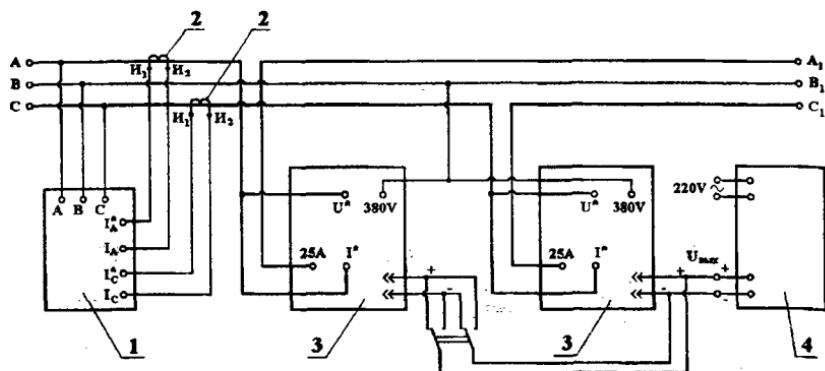


Рис. 4.24. Электрическая схема стенда для измерения потребляемой мощности механического генератора ударных импульсов высокой мощности ГУИМ-1:

1 – ваттметр; 2 – трансформатор тока;  
3 – преобразователь мощности; 4 – самопищий прибор.

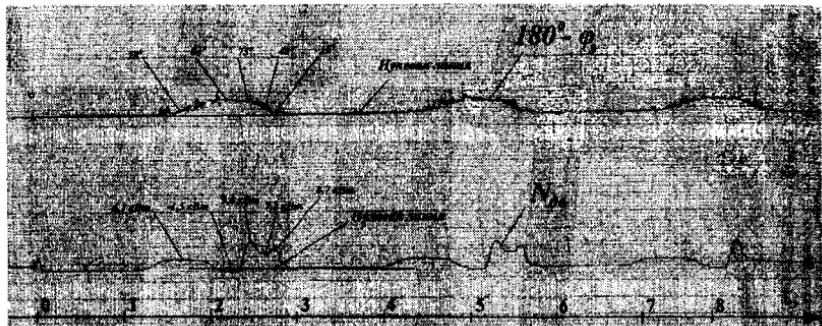


Рис. 4.25. Записи диаграмм потребляемой мощности  $N_{d6}$  и угла поворота коромысла относительно особого положения  $180^\circ - \varphi_3$ , полученные экспериментальным путем при  $\psi = 0^\circ$ .

Анализируя диаграммы, приведенные на рис. 4.24, можно увидеть, что данное увеличение мощности происходит, когда коромысло идет на подъем. В конце подъема коромысла, когда оно набирает достаточную кинетическую энергию, потребляемая мощ-

ность резко падает и даже успевает перейти в зону отрицательных значений ( $N = -1,5 \text{ кВт}$  при  $t = 2,28 \text{ с}$ ). Это можно объяснить тем, что в конце подъема коромысла суммарный приведенный момент инерции, приведенный к кривошипу (звену приведения), уменьшается. Кроме этого, к этому моменту коромысло набрало достаточно большую скорость, его движение через передаточные звенья МПС и редуктор передается к ротору асинхронного электродвигателя передаточным числом  $i_{13}$ , достигающим в этот момент наибольших значений. Это приводит к ускорению ротора двигателя и его угловая скорость превышает синхронную, двигатель переходит в режим генератора.

Уменьшение мощности в конце подъема коромысла можно объяснить тем, что из-за быстрого увеличения момента инерции, приведенного к кривошипу, сопротивление, оказываемое со стороны МПС на двигатель, продолжает расти и в результате которого угловая скорость электродвигателя становится меньше своего критического значения. Но ближе к удару мощность двигателя успевает возрасти до значения  $N = 8,7 \text{ кВт}$ .

Возрастание мощности электродвигателя ближе к моменту удара объясняется увеличением кинетической энергии движущихся элементов машины, что приводит к уменьшению сопротивления, оказываемого на двигатель, и соответственно к увеличению угловой скорости и момента на роторе двигателя.

Сравнивая диаграммы потребляемой мощности и угла поворота коромысла, полученные на ЭВМ (см. рис. 4.22) и экспериментальным путем (см. рис. 4.25), можно заметить, что эти диаграммы не имеют существенного отличия, за исключением участка, соответствующего предударному моменту. Это объясняется тем, что механическая характеристика асинхронного электродвигателя, полученная на основе формулы Клосса (см. уравнение 4.51) отличается от механической характеристики, полученной на основе паспортных данных электродвигателя. Особенно это выражено на участке, ограниченном пусковым и критическими моментами. На этом участке значения момента на валу ротора, вычисляемые по формуле Клосса значительно ниже, чем значения момента, полученные по паспортным данным самого двигателя. Причем критический момент для обоих случаев одинаков, но по мере приближения к пусковому моменту разность значений момен-

тов возрастает. Так как перед совершением удара механический генератор ударных импульсов ГУИМ-1 работает именно на этом участке, диаграммы потребляемой мощности, полученные аналитическим и экспериментальным методами, существенно отличаются друг от друга именно в том месте, которое соответствует предударному положению исполнительного механизма. Так, например, по результатам экспериментальной записи потребляемой мощности перед ударом она уменьшается до 7,1 кВт, а затем увеличивается до 8,7 кВт, а по результатам машинного анализа она уменьшается до 5,31 кВт и увеличивается до 6,5 кВт.

Период и частота цикла работы ГУИМ-1 по результатам экспериментальных данных и машинного анализа отличаются друг от друга на незначительную величину. Так, например, экспериментально установлено, что период первого цикла с момента пуска двигателя составляет  $T = 2,88 \text{ с}$ , соответственно частота удара –  $\nu = 0,347 \text{ Гц}$ . Период второго цикла составляет  $T = 2,84 \text{ с}$ , а частота –  $\nu = 0,352 \text{ Гц}$ . По результатам машинного анализа эти же параметры составляют, соответственно  $T = 2,9 \text{ с}$  ( $\nu = 0,345 \text{ Гц}$ ) – для первого цикла, и  $T = 2,87 \text{ с}$  ( $\nu = 0,348 \text{ Гц}$ ) – для второго цикла. Эти небольшие отличия результатов экспериментальных данных и машинного анализа показывают, что разработанная нами методика динамического анализа в подобных случаях применима. За счет того, что угловой шаг звена приведения очень маленький (в рассматриваемом случае  $\Delta\phi_1 = 0,25^\circ$ ), при использовании данной методики исключается необходимость применения методов численного интегрирования Рунге-Кутта.

#### **4.6. Пути повышения эффективности работы механического генератора**

Результаты экспериментального измерения и машинного анализа потребляемой мощности механического генератора ударных импульсов высокой мощности ГУИМ-1 показывают, что мощность, потребляемая им в момент подъема коромысла, намного меньше мощности, которая развивается данной машиной при движении коромысла вниз. Отсюда следует, что для повышения энергии удара

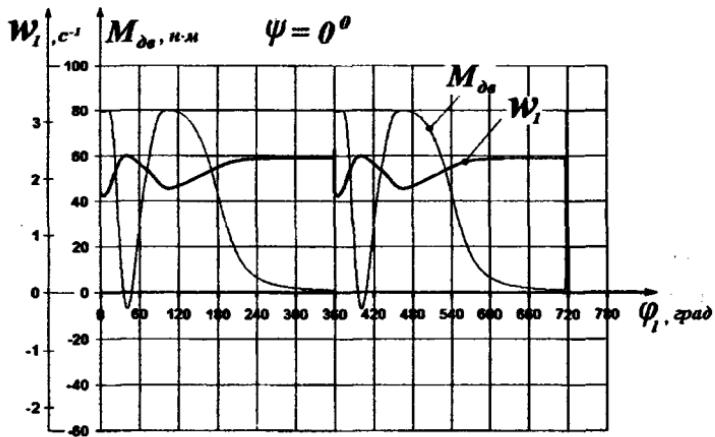


Рис. 4.26. Зависимость угловой скорости кривошипа  $\omega_1$  и момента  $M_{de}$  на валу двигателя от угла  $\varphi_1$  при использовании пружинного накопителя энергии ( $\psi = 0^\circ$ ).

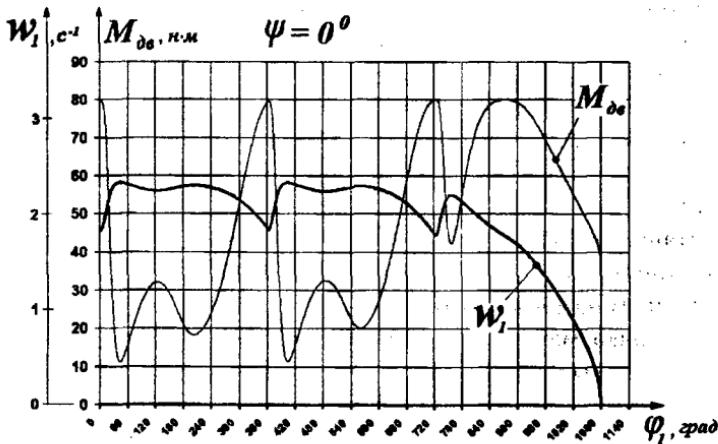


Рис. 4.27. Зависимости угловой скорости кривошипа  $\omega_1$  и момента двигателя  $M_{de}$  от угловой координаты  $\varphi_1$  при установке маховика с моментом инерции  $J_{max} = 1,816 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  на валу ротора электродвигателя ( $\psi = 0^\circ$ ).

ГУИМ-1 необходимо снабжать пружинным накопителем энергии или маховиком. На рис. 4.26 и 4.27 приведены графические зависимости угловой скорости звена приведения, т.е. кривошипа  $\omega_1$  и момента двигателя  $M_{de}$  от угла  $\varphi_1$ , соответственно при использовании пружинного накопителя энергии и маховика.

Зная скорость кривошипа  $\omega_1 = 1,769$  ( $1,353$ )  $s^{-1}$  и значение передаточного отношения  $i_{31} = -4,22466$  в момент удара, можно определить энергию удара  $E = 13575,96$  ( $7941,65$ ) Дж при использовании пружинного накопителя энергии. Таким образом, установка пружинного накопителя энергии в ГУИМ-1 позволит увеличить энергию удара данной машины на 71%.

Согласно рис. 4.27 энергия удара машины при установке маховика с моментом инерции  $J_{max} = 1,816 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  (установленного на валу ротора двигателя) в третьем цикле составляет  $E = 14912,2$  Дж, что на 88,6% больше, чем энергия удара, совершенного машиной без маховика.

Сравнивая результаты динамического анализа механического генератора ударных импульсов высокой мощности с пружинным накопителем энергии и такой же машины с маховиком, можно отметить следующее:

- при использовании маховика в механическом генераторе ударных импульсов высокой мощности энергия удара на 9,84% больше, чем при установке в нем пружинного накопителя энергии;
- установка пружинного накопителя в механическом генераторе ударных импульсов высокой мощности приводит к дополнительным нагрузкам в опоре коромысла;
- установка маховика в механическом генераторе ударных импульсов высокой мощности по сравнению с установкой пружинного накопителя энергии легко выполнима.

С учетом сказанного выше можно сделать вывод о том, что для повышения энергии удара механического генератора ударных импульсов высокой мощности ГУИМ-1, целесообразно использовать маховик, установленный на валу ротора электродвигателя.

## **ЛИТЕРАТУРА**

---

1. *Абдраимов С.* Безмұфтовые прессы с механизмами переменной структуры: Дис. докт. техн. наук. Уч. № 586 / ДСП. – Фрунзе, 1987. – 420 с.
2. *Абдраимов С. Абдраимов Э.С.* Механизмы переменной структуры и переменного класса / International Conference «Spatial Mechanisms and High Mechanisms» (Theory and Practice), October, 4–6, 1994. – Almatu, Republic of Kazakstan. – Vol.1. – P. 81–86.
3. *Абдраимов С. Джуматаев М.С.* Механизмы переменной структуры и их применение в технике / International Conference «Spatial Mechanisms and High Mechanisms» (Theory and Practice), October, 4–6, 1994. – Almatu, Republic of Kazakstan. – Vol.1. – P. 145–148.
4. *Абдраимов С.* Механизм с переменной структурой и использование его в роботизированных комплексах / Мат. V нац. конгр. по теоретической и прикладной механике. НРБ, 23–29 сентября. – Варна, 1985. – С. 529.
5. *Абдраимов С., Джуматаев М.С.* Шарнирно-рычажные механизмы переменной структуры. – Бишкек, 1990. – 154 с.
6. *Абдраимов С., Зиялиев К.Ж., Аканов Д.К.* Кинематический анализ особых положений шарнирно-четырехзвенных ударных механизмов / Мат. межд. конф. «Механизмы переменной структуры и виброударные машины». – Бишкек, 1999. – С. 68–73.
7. *Абдраимов С., Зиялиев К.Ж., Абдраимова Н.С.* Исследование шарнирно-четырехзвенного механизма методами аналитической геометрии / Мат. 2-ой межд. конф. «Проблемы механики современных машин». – Т.1 – Улан-Удэ, 2003. – С. 11–14.
8. *Абдраимов С., Зиялиев К.Ж., Абдраимова Н.С.* Определение и описание начальных механизмов переменной структуры / Мат. II межд. конф. «Динамика и прочность горных машин». – Т.2 – Новосибирск, 2003. – С. 153–159.
9. *Абдраимов С., Зиялиев К.Ж., Абдраимова Н.С.* Силовой расчет шарнирно-четырехзвенного ударного механизма / Мат. II межд. конф. «Динамика и прочность горных машин». – Т.1 – Новосибирск, 2003. – С. 155–160.
10. *Абдраимов С., Зиялиев К.Ж., Абдраимова Н.С., Чинбаев О.К., Талырбашев А.Б.* Кинематический анализ шарнирно-четырехзвенного ударного механизма / Мат. межд. научн.-практ. конф. «Повышение эффективных показателей транспортных, строи-

- тельно-дорожных машин и коммуникаций в условиях высокогорья и жаркого климата». – Бишкек, 2003. – С. 389–394.
11. Абдраимов С., Зиялиев К.Ж., Абдраимова Н.С., Чинбаев О.К., Такырбашев А.Б. Применение методов аналитической геометрии в исследовании шарниро-четырехзвенных механизмов / Мат. межрег. научн.-теор. конф. «Кыргызская государственность и проблемы межкультурного диалога». – Ош, 2003. – С. 235–239.
  12. Абдраимов С., Зиялиев К.Ж., Аракеев М.У., Калматов Б.М. Силовой расчет ударного механизма с учетом его наклона относительно горизонтальной поверхности / Мат. межрег. научн.-теор. конф. «Кыргызская государственность и проблемы межкультурного диалога». – Ош, 2003. – С. 231–235.
  13. Абдраимов С., Зиялиев К.Ж., Чинбаев О.К., Такырбашев А.Б. Анализ шарниро-четырехзвенных механизмов методом аналитической геометрии // Вест. Кыргызского технич. ун-та им. И. Рazzакова. – Бишкек, 2002. – С. 9–14.
  14. Абдраимов С., Зиялиев К.Ж., Чинбаев О.К., Такырбашев А.Б. Математический анализ шарниро-четырехзвенных механизмов с особыми положениями / Мат. межд. научн.-практ. конф. «Повышение эксплуатационной эффективности транспортных, строительно-дорожных машин и коммуникаций в условиях высокогорья и жаркого климата». – Бишкек, 2002. – С. 61–70.
  15. Абдраимов С., Зиялиев К.Ж., Чинбаев О.К., Такырбашев А.Б. Определение скоростей и ускорений центров масс звеньев шестизвенного механизма переменной структуры / Мат. научн.-технич. конф. «Недра гор Кыргызстана – народу» – Бишкек, 2003. – С. 212–215.
  16. Абдраимов С., Зиялиев К.Ж., Чинбаев О.К., Такырбашев А.Б. Определение угловых координат шарниро-четырехзвенных механизмов // Вест. Кыргызского технич. ун-та им. И. Рazzакова. – Бишкек, 2002. – С. 14–17.
  17. Абдраимов С., Зиялиев К.Ж., Чинбаев О.К., Такырбашев А.Б. Расчет и конструирование коромысла с большой энергией единичного удара / Мат. межд. научн.-практ. конф. «Повышение эксплуатационной эффективности транспортных, строительно-дорожных машин и коммуникаций в условиях высокогорья и жаркого климата». – Бишкек, 2002. – С. 55–60.
  18. Абдраимов С., Зиялиев К.Ж., Чинбаев О.К., Такырбашев А.Б., Каримов А.А. Динамическая модель шарниро-четырехзвенного механизма / Мат. межд. научн.-практ. конф. «Повышение эффек-

- тивных показателей транспортных, строительно-дорожных машин и коммуникаций в условиях высокогорья и жаркого климата». – Бишкек, 2003. – С. 355–359.
19. Абдраимов С., Невенчанная Т.О. Построение механизмов переменной структуры и исследование их динамики. – Фрунзе: Илим, 1990.
20. Абдраимов С., Невенчанная Т.О. Теоретические исследования динамики и прочности безмуфтовых прессов: Тез. докл. всесоюзн. конф. по вибрационной технике. – Тбилиси, 1987. – С. 11.
21. Абдраимов С., Невенчанная Т.О., Мартыненко Л.М., Орлова Е.П. Алгоритмы и программы решений задач динамики механизмов на ЭВМ. – Фрунзе: Илим, 1990. – 219 с.
22. Абдраимов С. Синтез схем переменной структуры / Мат. всес. конф. «Механизмы переменной структуры в технике». – Бишкек, 1991. – С. 17–18.
23. Абдраимов С., Турсунов К.Д. Механизмы переменной структуры и переменного класса в кузнеочно-прессовом машиностроении. – Бишкек, 1993. – 163 с.
24. Абдраимов С., Зиялиев К.Ж., Аканов Д.К. Определение степени влияния соотношений длин звеньев ударных механизмов на передаточные отношения / Мат. межд. конф. «Технологии и перспективы современного инженерного образования, науки и производства», посв. 45-летию организации Фрунзенского политехнического института – Кыргызского технического университета им. И. Рazzакова. – Бишкек, 1999.
25. Абдраимов Э.С., Зиялиев К.Ж., Аканов Д.К., Абдраимова Н.С. Определение оптимальных параметров шарнирно-четырех-звенных ударных механизмов с наибольшим шатуном на основе диаграмм / Мат. научн.-практ. конф., посвященной 60-летию образования ИГУ им. К. Тыныстанова. – Каракол, 2001. – С. 202–206.
26. Абдраимов Э.С., Зиялиев К.Ж., Чинбаев О.К., Такырбашев А.Б. Кинематический анализ шестизвездного механизма переменной структуры / Мат. научн.-технич. конф. «Недра гор Кыргызстана – народу» – Бишкек, 2003. – С. 208–212.
27. Акаева М.Д., Абдраимов С., Зиялиев К.Ж. Построение пространственной диаграммы шарнирно-четырехзвенного механизма / Мат. межд. конф. «Механизмы переменной структуры и вибродеформирующие машины». – Бишкек, 1999. – С. 17–22.
28. Акаева М.Д., Абдраимов С., Зиялиев К.Ж. Построение и анализ плоской диаграммы шарнирно-четырехзвенного механизма // Наука и новые технологии. – №2. – Бишкек, 1998.

29. Акаева М.Д., Зиялиев К.Ж., Аканов Д.К. Шарнирно-четырехзвенные механизмы переменной структуры с соотношением длин звеньев  $b < c < d$  (a-var). // Вест. Иссык-Кульского ун-та. – №1. – Каракол, 1999. – С. 34–38.
30. Алабужев П.М., Зуев А.К., Кон В.Б. Механизмы захватов в приводе машин ударного действия // Электрические машины ударного действия. – Новосибирск, 1969. – С. 250–256.
31. Алабужев П.М. и др. Ручные электромеханические машины ударного действия. – М.: Недра, 1970.
32. Алгоритмы и программы решений задач динамики механизмов на ЭВМ / Под ред. акад. О.Д. Алимова. – Фрунзе: Илим, 1984. – 195 с.
33. Александров Е.В. и др. Пути улучшения эксплуатационных показателей машин ударного действия. – М.: ИГД им. Скочинского, 1968.
34. Александров Е.В., Соколинский В.Б. Прикладная теория и расчеты ударных систем. – М.: Недра, 1969.
35. Алимов О.Д., Абдраимов С. Основы теории процессов с механизмами переменной структуры. – Фрунзе, 1987. – 294 с.
36. Алимов О.Д., Абдраимов С. Теория механизмов с переменной структурой и новые области их применения // Изв. АН Кирг ССР. – № 2. – Фрунзе, 1987. – С. 29–23.
37. Алимов О.Д., Абдраимов С. Теория механизмов с переменной структурой и новые области их решения // Изв. АН Кирг ССР. – №2. – Фрунзе, 1987. – С. 29–33.
38. Алимов О.Д., Манжосов В.К., Абдраимов С. и др. Конструкция пресс-автомата «Уста» с шарнирно-рычажным устройством включения // Теория, расчет и конструирование высокопроизводительных механических прессов-автоматов. – Фрунзе, 1975. – С. 138–155.
39. Алимов О.Д., Манжосов В.К., Абдраимов С., Парышкура М.И. Механический пресс. Авт. свид. № 994303. Бюллетень № 5, 1983.
40. Алимов О.Д., Манжосов В.К., Филипповский В.П. Механические импульсивные генераторы с шарнирно-рычажным захватывающим устройством. – Фрунзе, 1975. – 147 с.
41. Алимов О.Д. О создании уникальных высокопроизводительных прессов с механизмами переменной структуры / Мат. совещ. по безмуфтовым прессам с механизмами переменной структуры. – Фрунзе, 1989. – С. 3–4.

42. Алимов О.Д., Абдраимов С. Основы теории прессов с механизмами переменной структуры. – Фрунзе: Илим, 1988. – 293 с.
43. Алимов О.Д., Басов С.Н. Гидравлические виброударные системы. – М.: Наука, 1990.
44. Ануриев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. – Т.1. – М.: Машиностроение, 1982.
45. Антонюк Е.Я. Динамика механизмов переменной структуры. – Киев, 1988. – 184 с.
46. Артоболевский И.И. Механизмы в современной технике. – М., 1979.
47. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988. – 638 с.
48. Архипов Ю.Ф. Асинхронные электродвигатели. – М.: Энергия, 1975. – 97 с.
49. Ассур Л.В. Исследования плоских стержневых механизмов с низшими парами с точки зрения их структуры и классификации. – М.: Изд. АН СССР, 1952. – 529 с.
50. Бидерман В.А. Прикладные теории механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1972. – 408 с.
51. Биргер И.А., Пановко Я.Г. Прочность. Устойчивость. Колебания: Справочник. – В 3-х т. – Т.3. – М.: Машиностроение, 1968.
52. Блок З.Ш., Карпин Е.Б. Практические методы синтеза плоских четырехзвенных механизмов. – М., 1943. – 172 с.
53. Болгов В.А., Демидович Б.П. и др. Специальные разделы математического анализа / Сб. задач по математике. – М.: Наука, 1981.
54. Бронштейн И.Н., Семеняев К.А. Справочник по математике. – М., 1981. – 718 с.
55. Брусевич Н.Г. Точность механизмов. – М.: Гос. изд-во техн.-теор. лит-ры, 1946. – С. 167–170.
56. Вейц В.Л. Колебательные системы машинных агрегатов. – Л.: Изд. ЛГУ, 1979.
57. Вейц В.Л. Основы динамики и прочности машин. – Л.: Изд. ЛГУ, 1978. – 232 с.
58. Вишневский С.И. Характеристики электродвигателей в электроприводе. – М.: Энергия, 1977. – 432 с.
59. Гавриленко В.А. и др. Теория механизмов. – М., 1973.
60. Газаров А.Т. Шарнирно-рычажные механизмы кузнецочно-прессовых машин. – М.: Матгиз, 1958. – 108 с.
61. Гернет М.М. Курс теоретической механики. – М.: Высшая школа, 1987. – 344 с.

62. Глотов Б.Н. Исследование и создание ручных машин с динамическим ударным механизмом: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Караганда, 1985.
63. Гольдштейн Б.Г., Шнейдерман М.А., Левин Б.М., Дубов К.Х. Электрические ручные машины с двойной изоляцией. – М.: Машиностроение, 1975. – 232 с.
64. Горбунов В.Ф., Бабуров В.И., Жартовский Г.С. Ручные пневматические молотки. – М.: Машиностроение, 1967. – 184 с.
65. Детали машин. Расчет и конструирование: Справочник / Под ред. Н.С. Ачеркана. – М.: Машиностроение, 1968.
66. Джолдошибеков У.А. Теория механизмов и машин. – Алма-Ата, 1979. – 424 с.
67. Добровольский В.В. Система механизмов. – М., 1943. – 96 с.
68. Добровольский В.В., Артоболевский И.И. Структуры и классификация механизмов. – М.-Л., 1939. – 66 с.
69. Добронравов В.В., Никитин Н.Н., Дворников А.Л. Курс теоретической механики. – М.: Высшая школа, 1975.
70. Еремьянц В.Э., Алтынов Б., Абидов А.О. Оценка влияния параметров коромысла на эффективную работу ударного механизма переменной структуры / Решение проблемных вопросов теории механизмов и машин. – Фергана, 1994. – С. 44.
71. Зиновьев В.А. Аналитические методы расчета плоских механизмов. – М., 1949. - 204 с.
72. Зиновьев В.А. Курс теории механизмов и машин. – М., 1972. – 384 с.
73. Зиялиев К.Ж. Кинематический и динамический анализ шарнирно-четырехзвенных механизмов с особыми положениями: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Бишкек, 2000. – 18 с.
74. Зиялиев К.Ж., Абдраимова Н.С., Аканов Д.К. Выходное звено ударных кривошипно-коромысловых начальных механизмов переменной структуры / Мат. II межд. конф. «Проблемы механики современных машин». – Т.1 – Улан-Удэ, 2003. – С. 15–18.
75. Зиялиев К.Ж., Аканов Д.К. Исследование шарнирно-четырехзвенного механизма переменной структуры / Мат. межд. научно-теор. конф. «Проблемы и перспективы интеграции образования», посв. 5-летию образования КРСУ. – Бишкек, 1998. – С. 9–10.
76. Зиялиев К.Ж., Токтакунов Ж.Ш., Чинбаев О.К., Абдраимова Н.С., Такырбашев А.Б. Расчет коромысла, состоящего из массивной ударной части и стержня / Сб. научн. тр. ин-та машиноведения НАН КР. – Бишкек, 2002. – С. 129–134.

77. Зиялиев К.Ж., Токтакунов Ж.Ш., Чинбаев О.К., Абдраимова Н.С., Таксырбашев А.Б. Влияние параметров шатуна на формирование ударного импульса в опоре коромысла (ударного элемента) / Сб. научн. тр. ин-та машиноведения НАН КР. – Бишкек, 2002. – С. 135–139.
78. Истомин П.А. Крутильные колебания в судовых ДВС. – Л.: Судостроение, 1968. – 304 с.
79. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1973. – 576 с.
80. Каплянский А.Е., Лисенко А.П., Покотовский Л.С. Теоретические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1972. – 447 с.
81. Касандрова О.Н., Лебедев В.В. Обработка результатов наблюдений. – М.: Наука, 1970. – 109 с.
82. Клушин И.А., Абраменков Э.А., Масляков П.А., Корчоков В.Ф. Характеристика. Область применения и пути совершенствования бесклапанных пневмоударных механизмов / Сб. научн. тр. «Ручные пневматические машины ударного действия с пониженной вибрацией». – Новосибирск, 1974.
83. Ковалев Н.А. Теория механизмов и детали машин. – Л., 1962.
84. Кожевников С.Н. Динамика машин с упругими звеньями. – Киев: Изд. АН УССР, 1961. – 160 с.
85. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. – М., 1973. – 592 с.
86. Колчин Н.И., Мовкин М.С. Теория механизмов и машин. – Л., 1962.
87. Кореняко А.С. Теория механизмов и машин. – Киев, 1976. – 444 с.
88. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1973.
89. Крайнев А.Ф. Словарь-справочник по механизмам. – М., 1981.
90. Кровчик А.Э. Асинхронные двигатели серии 4А: Справочник. – М.: Энергоиздат, 1982.
91. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы. – Т.2 – М.: Наука, 1977. – 399 с.
92. Кульбачный О.И. и др. Теория механизмов и машин. Проектирование. – М., 1970.
93. Кусницаин Г.И. и др. Пневматические ручные машины: Справочник. – Л.: Машиностроение, 1968.
94. Левитский Н.И. Методы расчета кинематических параметров кривошипно-рычажных механизмов. – М., 1951.
95. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1979.

96. Логинов В.Н. Электрическое измерение механических величин. – М.: Энергия, 1976.
97. Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на Фортране. – М.: Мир, 1977. – 584 с.
98. Манжосов В.К., Обозов А.Д. Метод расчета моментов инерции звеньев со сложным криволинейным профилем плоских механизмов. – Фрунзе, 1979. – 25 с.
99. Манжосов В.К., Абдраимов С., Невенчанная Т.О. Крутильные колебания в трансмиссиях буровых машин. – Фрунзе: Илим, 1982. – 166 с.
100. Маслов Г.С. Расчет колебаний валов. – М.: Машиностроение, 1980. – 151 с.
101. Мигулин В.Н. Основы теории колебаний. – М.: Наука, 1978. – 392 с.
102. Невенчанная Т.О. Машины с механизмами переменной структуры, построение и исследование динамики / Мат. всес. конф. «Механизмы переменной структуры в технике». – Бишкек, 1991. – С. 19–31.
103. Номенклатура электрических ручных машин, серийно изготавляемых заводами Минстройдормаша // Строительные и дорожные машины. – М., 1980.
104. Озол О.Г. Основы конструирования и расчета механизмов. – Рига: Звяз ГНЕ, 1979. – 357 с.
105. Озол О.Г. Теория механизмов и машин. – М., 1984.
106. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. – Т. 2. – М.: Наука, 1972. – 576 с.
107. Преобразователи мощности ПОЗО. Техническое описание и инструкция по эксплуатации.
108. Прибор быстродействующий Н338-8П. Описание техническое и инструкция по эксплуатации. – Краснодар: ЗИП, 1978. – 32 с.
109. Решетов Д.Н. Детали машин. – М.: Машиностроение, 1989.
110. Румышский Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента: Справочное руководство. – М.: Наука, 1971. – 192 с.
111. Ряшенцев Н.П. и др. Теория, расчет и конструирование электромагнитных машин ударного действия. – Новосибирск: Наука, 1970.
112. Ряшенцев Н.П., Алабужев П.М., Никишин Н.И. и др. Ручные электрические машины ударного действия. – М.: Недра, 1970. – 198 с.
113. Севрюгин В.И., Черкасова И.Л., Сочилов В.В. Ручные машины. – М.: Стройиздат, 1982.

114. Сена Л.А. Единицы физических величин и их размерности. – М.: Наука, 1988. – 207 с.
115. Смирнов А.А. Ручные машины для строительных работ. – Ч. 2. – М.: Страйиздат, 1989. – 239 с.
116. Суднишников Б.В., Есин Н.Н. Элементы динамики машин ударного действия. – Новосибирск: ИГД СО АН СССР, 1965.
117. Терских В.П. Расчеты крутильных колебаний силовых установок. – Л.: Судпромгиз, 1954.
118. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985.
119. Турсунов К.Д., Мамырбаев К.А. Механизм переменной структуры первого класса в качестве главного исполнительного механизма машин / Мат. всес. конф. «Механизмы переменной структуры в технике». – Бишкек, 1991. – С. 46–48.
120. Федченко В.П. Кинематические диаграммы двухкривошипных передаточных шарнирных четырехзвенников // Механика машин. – Вып. 42. – М., 1972. – С. 54–62.
121. Фролов К.В. Теория механизмов и машин. – М.: Высшая школа, 1987. – 496 с.
122. Холл Дж., Уатт Дж. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Мир, 1979. – 312 с.
123. Худин Ю.Л., Кичигин А.Ф., Янцен И.А. Влияние скорости удара на эффективность разрушения горных пород // Изв. вузов. Горный журнал. – 1968. – № 7. – С. 95–97.
124. Чеботарева А.И. К вопросу о классификации шарнирно-четырехзвенных механизмов по виду кинематических зависимостей / Мат. 2-ой науч.-техн. конф. аспирантов и мл. научн. сотрудников АН СССР, ИМАШ. – Т.1. – М., 1978. – С. 5–21.
125. Чебышев П.Л. Теория механизмов, известных под названием параллелограммов. – М., 1953.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

---

ВВЕДЕНИЕ .....	3
<i>Глава 1. ИССЛЕДОВАНИЕ ШАРНИРНО-ЧЕТЫРЕХЗВЕННОГО МЕХАНИЗМА МЕТОДАМИ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ.</i> .....	6
1.1. Определение области существования шарнирно-четырехзвенных механизмов методами аналитической геометрии .....	6
1.2. Область существования двухкривошипных механизмов ....	14
1.3. Область существования кривошипно-коромысловых механизмов.....	18
1.4. Область существования двухкоромысловых механизмов. Построение пространственной диаграммы шарнирно-четырехзвенного механизма .....	21
1.5. Механизмы, соответствующие внутренним плоскостям Р, S и Z пространственной диаграммы шарнирно-четырехзвенного механизма .....	24
1.5.1. Механизмы с особыми положениями плоскости Р .....	25
1.5.2. Механизмы с особыми положениями плоскости Z .....	33
1.5.3. Механизмы с особыми положениями плоскости S .....	38
1.6. Классификация шарнирно-четырехзвенных механизмов с особыми положениями и последовательность перехода их из одного вида в другие .....	48
<i>Глава 2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ШАРНИРНО-ЧЕТЫРЕХЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ .....</i>	53
2.1. Определение угловых координат звеньев шарнирно-четырехзвенного механизма .....	54
2.2 Анализ зависимостей угловых координат звеньев шарнирно-четырехзвенных механизмов с особыми положениями .....	59
2.3. Определение скоростей кинематических пар и передаточных отношений угловых скоростей звеньев .....	88
2.4. Определение скоростей центров масс звеньев .....	90
2.5. Определение передаточных отношений в особом положении шарнирно-четырехзвенных механизмов .....	93
2.5.1. Определение передаточных отношений $i_{31}$ и $i_{21}$ в особом положении ударного механизма с наибольшим коромыслом .....	93

2.5.2. Определение передаточных отношений $u_{31}$ и $u_{21}$ в особом положении ударного механизма с наибольшим шатуном .....	100
2.5.3. Определение передаточных отношений $u_{31}$ и $u_{21}$ в особом положении ударного механизма с наибольшим основанием .....	103
2.6. Определение степени влияния соотношений длин звеньев ударных механизмов с наибольшим коромыслом и с наибольшим шатуном на передаточные отношения $u_{31}''$ и $u_{31}^0$ .....	107
2.7 Определение степени влияния соотношений длин звеньев ударных механизмов с наибольшим основанием на передаточные отношения $u_{31}''$ и $u_{31}^0$ .....	111
2.8 Определение ускорений и их аналогов шарниро- четырехзвенного ударного механизма.....	115
<b>Глава 3. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ ШАРНИРНО-ЧЕТЫРЕХ- ЗВЕННОГО УДАРНОГО МЕХАНИЗМА .....</b>	<b>122</b>
3.1. Приведение сил тяжести звеньев шарнирно-четырех- звенных ударных механизмов .....	122
3.2. Приведение масс шарнирно-четырехзвенных ударных механизмов.....	126
3.3. Силовой расчет ударного механизма .....	127
<b>Глава 4. СОЗДАНИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ГЕНЕРАТОРА УДАРНЫХ ИМПУЛЬСОВ ВЫСОКОЙ МОЩНОСТИ (ГУИМ-1) НА ОСНОВЕ МЕХАНИЗМОВ ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ.....</b>	<b>135</b>
4.1 Расчет и конструирование коромысла с большой энергией единичного удара.....	136
4.2. Влияние параметров шатуна на формирование ударного импульса в опоре коромысла (ударного элемента) .....	145
4.3 Расчет и конструирование механического генератора.....	149
4.4 Динамический анализ механического генератора .....	158
4.5 Экспериментальное исследование механического генератора .....	176
4.6 Пути повышения эффективности работы механического генератора .....	182
<b>ЛИТЕРАТУРА .....</b>	<b>185</b>

Под общей редакцией  
академика Международной инженерной академии,  
заслуженного изобретателя,  
докт. техн. наук, профессора *С. Абдраимова*

*К.Ж. Зиялиев*

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ И ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ  
ШАРНИРНО-ЧЕТЫРЕХЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ  
ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ  
С СОЗДАНИЕМ МАШИН ВЫСОКОЙ МОЩНОСТИ

Редактор *И.С. Волоскова*  
Технический редактор *О.А. Матвеева*  
Компьютерная верстка *А.С. Котиковой*

Подписано к печати 4.01.05.  
Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Печать офсетная.  
Объем 12,25 п.л., 11,2 уч.-изд.л.  
Тираж 300 экз.

Издательство “Илим”  
720071, Бишкек, проспект Чуй, 265 а  
Выпущено в ОФ “Центр издательского развития”