УДК 519.8+334

М. Асанкулова, А. Жусупбаев, Ч. Асылбаева

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ХОЗЯЙСТВУЮЩИХ СУБЪЕКТОВ АССОЦИАЦИЙ

Предлагаемая работа посвящена изложению одного подхода к построению модели функционирования хозяйствующих субъектов ассоциации в условиях рыночной экономики.

Оптимальное функционирование производственной ассоциации в условиях рыночной экономики каждого отдельного хозяйствующего субъекта предполагает необходимость согласования целей всех членов ассоциации и всей ассоциации в целом.

Действительно, в условиях рыночной экономики каждый хозяйствующий субъект преследует свою цель, которая, вообще говоря, может не согласовываться или даже противоречить целям других участников или ассоциации в целом. Это означает, что для моделирования процесса функционирования ассоциаций в условиях рыночной экономики хозяйствующему субъекту необходимо использовать либо многокритериальные модели математического программирования, либо модели теории игр. Причем, в качестве регулятора целей каждого субъекта ассоциации должна выступать система договорных цен на промежуточную, конечную продукцию, а также на все платные услуги.

Предлагаемая работа посвящена изложению одного подхода к построению модели функционирования хозяйствующих субъектов ассоциации в условиях рыночной экономики.

Пусть имеется n хозяйствующих субъектов-поставщиков. Каждый поставщик производит несколько видов промежуточной продукции (сырья, полуфабрикатов и т.п.). Произведенное сырье может поставляться любому из m хозяйствующих субъектов-потребителей, перерабатывающих это сырье. Доставка сырья от поставщика к потребителю осуществляется обслуживающим субъектом – транспортной организацией. При этом все расчеты за сырье и его транспортировку осуществляются по договорным ценам.

Требуется определить такую систему договорных цен, при которых достигалась бы наибольшая прибыль каждого хозяйствующего субъекта ассоциации и ассоциации в целом.

Построение соответствующей экономико-математической модели начнем с построения экономико-математической модели функционирования каждого хозяйствующего субъекта ассоциации в отдельности. С этой целью введем следующие обозначения:

i –индекс хозяйствующего субъекта-потребителя, $i \in I=\{1,...,m\}$;

j – индекс хозяйствующего субъекта-поставщика, $j \in J=\{1,...,n\}$;

K_{ij} – множество значений индексов вида сырья, которые могут производиться j-ым хозяйствующим субъектом и поставляться i-му потребителю, $\forall i \in I,\ \ \forall j \in J,\ |K_{ij}| = K_{ij}$;

k – индекс вида сырья, $\forall i \in I,\ \forall j \in J,\ k \in K_{ij}$;

R_{io} – множество значений индекса ресурсов, используемых i-ым потребителем, $i \in I$;

R_{oj} – множество значений индекса ресурсов, используемых j-ым поставщиком для производства сырья, $j \in J$;

R_{oo} – множество значений индекса ресурсов, используемых транспортной организацией для перевозок сырья;

r – индекс ресурса $r \in R_{io}, r \in R_{oj}, r \in R_{oo}, \forall i \in I, \forall j \in J$;

b_{ir} – наличие ресурсов r-го вида у i- го потребителя, $i \in I$, $r \in R_{io}$;

b_{m+jr} – суммарный объем ресурса r-го вида, выделяемого j-ым поставщиком для производства сырья, $j \in J, r \in R_{oj}$;

b_{or} – суммарный объем ресурса r-го вида, выделяемого транспортной организацией для транспортировки сырья от пунктов-поставщиков к потребителям, $r \in R_{oo}$;

x_{ij}^{k} - искомый объем производства сырья k-го вида j-ым хозяйствующим субъектом, поставляемого i-му потребителю, $i \in I, j \in J, k \in K_{ij}$;

$q_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right)$ - расход ресурса r-го вида j-ым поставщиком на производство сырья k-го вида объемом x_{ij}^{k}, поставляемого j-ым хозяйствующим субъектом-поставщиком, $q_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right) \geq 0,\ \ q_{ij}^{kr}(0) = 0,\ \ i \in I,\ \ j \in J,\ \ k \in K_{ij},\ \ r \in R_{io}$;

$T_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right)$ - расход ресурса r-го вида транспортной организацией на транспортировку сырья k-го вида объемом x_{ij}^{k}, от j-го хозяйствующего субъекта-поставщика к i-му потребителю, $T_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right) \geq 0,\ T_{ij}^{kr}(0) = 0,\ i \in I, j \in J, k \in K_{ij}, r \in R_{00}$;

c_{ij}^{k} - цена единицы конечной продукции, получаемой i-ым хозяйствующим субъектом из сырья k-го вида, поставляемого j-ым поставщиком, $i \in I, j \in J, k \in K_{ij}$;

$f_{ij}^{k}\left(c_{ij}^{k}, x_{ij}^{k}\right)$ - удельная прибыль i-го потребителя от использования сырья k-го вида объемом x_{ij}^{k}, поставляемого j-ым поставщиком, $i \in I, j \in J, k \in K_{ij}$;

$\varphi_{ij}^{k}\left(x_{ij}^{k}\right)$ - удельная прибыль j-го хозяйствующего субъекта-поставщика от реализации сырья k-го вида объемом x_{ij}^{k}, i -му потребителю, $i \in I, j \in J, k \in K_{ij}$;

$\psi_{ij}^{k}\left(x_{ij}^{k}\right)$ - удельная прибыль транспортной организации от транспортировки сырья k-го вида объемом x_{ij}^{k}, от j-го поставщика к i-му потребителю, $i \in I, j \in J, k \in K_{ij}$;

$L_i\left(x_i\right)$ - суммарная прибыль i-го хозяйствующего субъекта-потребителя от реализации продукции, произведенной при переработке сырья объемом

$$x_i = \left\{ x_{i1}^{1}, x_{i1}^{2}, \dots, x_{i1}^{k_{i1}}, \dots, x_{in}^{1}, x_{in}^{2}, \dots, x_{in}^{k_{in}} \right\}, i \in I, K_{ij} = \left| K_{ij} \right|, \forall j \in J;$$

$L_{m+j}(x_{m+j})$ - суммарная прибыль j-го хозяйствующего субъекта-поставщика от реализации сырья объемом

$$x_{m+j} = \left\{ x_{1j}^{1}, x_{1j}^{2}, \dots, x_{1j}^{k_{1j}}, \dots, x_{mj}^{1}, x_{mj}^{2}, \dots, x_{mj}^{k_{mj}} \right\}, j \in J, K_{ij} = \left| K_{ij} \right|, \forall i \in I;$$

$L_o(x)$ - суммарная прибыль транспортной организации от транспортировки всего объема сырья от поставщиков к потребителям.

Используя введенные обозначения, сопоставим каждому хозяйствующему субъекту ассоциации экстремальную задачу.

При этом субъекту-потребителю с индексом i, i=1, 2,...,m, соответствует задача (Задача $A_i, i \in I$).

Найти максимум

$$L_i(x_i) = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{ij}} f_{ij}^{k}\left(c_{ij}^{k}, x_{ij}^{k}\right) x_{ij}^{k} \qquad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{ij}} g_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right) \le b_{ir}, r \in R_{io},$$

$$\sum_{k \in K_{ij}} q_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right) \le b_{m+jr}, j \in J, r \in R_{io},$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{ij}} T_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right) \le b_{or}, r \in R_{oo},$$

$$x_{ij}^{k} \ge 0, \forall j \in J, \forall k \in K_{ij}.$$

Хозяйствующему субъекту-поставщику с индексом j, $j \in J$, соответствует задача вида (Задача $A_{m+j}, j \in J$).

$$L_{m+j}(x_{m+j}) = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{ij}} \varphi_{ij}^{k}\left(x_{ij}^{k}\right) x_{ij}^{k} \qquad (2)$$

при ограничениях

$$\sum_{k \in K_{ij}} g_{ir}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right) \le b_{ir}, i \in I, r \in R_{io},$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K_{ij}} q_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right) \le b_{m+jr}, \ r \in R_{oj},$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K_{ij}} T_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right) \le b_{or}, r \in R_{oo},$$

$$x_{ij}^{k} \ge 0, \ \forall i \in I, \ \forall k \in K_{ij}.$$

Аналогично транспортной организации соответствует следующая экстремальная задача (Задача A_0).

$$L_0(x)=\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K_{ij}}\psi_{ij}^{k}\left(x_{ij}^{k}\right)x_{ij}^{k} \tag{3}$$

при ограничениях

$$\sum_{j\in J}\sum_{k\in K_{ij}} g_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right)\le b_{ir}, i\in I, r\in R_{io},$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{k\in K_{ij}} q_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right)\le b_{m+jr}, j\in J, r\in R_{oj},$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K_{ij}} T_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right)\le b_{or}, r\in R_{oo},$$

$$x_{ij}^{k}\ge 0,\ \forall i\in I,\ \forall j\in J,\ \forall k\in K_{ij}.$$

В качестве прибыли $L(x)$ ассоциации в целом возьмем сумму прибылей всех субъектов ассоциации, т.е.

$$L(x)=\sum_{i\in I}L_i(x_i)+\sum_{j\in J}L_{m+j}(x_{m+j})+L_o(x).$$

Тогда ассоциации соответствует такая экстремальная задача:

Найти максимум

$$L(x)=\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K_{ij}}\left\{f_{ij}^{k}\left(c_{ij}^{k},x_{ij}^{k}\right)+\varphi_{ij}^{k}\left(x_{ij}^{k}\right)+\psi_{ij}^{k}\left(x_{ij}^{k}\right)\right\}x_{ij}^{k} \tag{4}$$

при ограничениях

$$\sum_{j\in J}\sum_{k\in K_{ij}} g_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right)\le b_{ir}, i\in I, r\in R_{io}, \tag{5}$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{k\in K_{ij}} q_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right)\le b_{m+jr}, j\in J, r\in R_{oj}, \tag{6}$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K_{ij}} T_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right)\le b_{or},\ r\in R_{oo}, \tag{7}$$

$$x_{ij}^{k}\ge 0,\ \forall i\in I,\ \forall j\in J,\ \forall k\in K_{ij}. \tag{8}$$

Далее, для каждого хозяйствующего субъекта-потребителя с индексом i введем в рассмотрение расширенную задачу (Задачу $\overline{A}$, $i=1,2,...,m$), которую сформулируем следующим образом.

Найти наибольшее значение целевой функции (1) при ограничениях (5)-(8).

Аналогичным образом для каждого хозяйствующего субъекта-поставщика введем задачу $\overline{A}_{m+j}$, $j\in J$, которая заключается в нахождении наибольшего значения целевой функции (2) при ограничениях (5)-(8). Значения целевых функций обозначим соответственно через $\overline{L}_i(x)$, $\overline{L}_{m+j}(x)$, $\overline{L}_0(x)$ Справедлива лемма при выполнении соотношений

$$g_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right)=\begin{cases}\geq 0, & x_{ij}^{k}\geq 0,\\ =0, & x_{ij}^{k}=0,\end{cases}\ \forall i\in I,\forall j\in J,\forall k\in K_{ij},\forall r\in R_{io},\tag{9}$$

$$q_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right)=\begin{cases}\geq 0, & x_{ij}^{k}\geq 0,\\ =0, & x_{ij}^{k}=0,\end{cases}\ \forall i\in I,\forall j\in J,\forall k\in K_{ij},\forall r\in R_{oj},\tag{10}$$

$$T_{ij}^{kr}\left(x_{ij}^{k}\right)=\begin{cases}\geq 0, & x_{ij}^{k}\geq 0,\\ =0, & x_{ij}^{k}=0,\end{cases}\ \forall i\in I,\forall j\in J,\forall k\in K_{ij},\forall r\in R_{oo},\tag{11}$$

оптимальные значения целевых функций задач $A_p, \overline{A_p}$ совпадают при любом значении p, $I\leq p\leq n+m$.

Доказательство. Фиксируем произвольным образом $p=\overline{p}, I\leq p\leq n+m$. Пусть для определенности $I\leq p\leq m$, т.е. $\overline{p}=i_1$, и пусть $\overline{x_{i_1}}$ - оптимальное решение задачи A_{i_1}, а $L_{i_1}\left(\overline{x_{i_1}}\right)$ - наибольшее значение функционала. Введем в рассмотрение вектор $\overline{\overline{x}}$, компоненты которого имеют вид

$$\overline{\overline{x}}_{ij}^{k}=\begin{cases}\overline{x}_{ij}^{k}, & i=i_1,\\ 0, & i\neq i_1,\end{cases}\qquad \forall i\in I,\ \forall j\in J,\ \forall k\in K_{ij}.\tag{12}$$

Покажем, что вектор $\overline{\overline{x}}$ является допустимым решением задачи $\overline{A_{i_1}}$. Действительно, согласно (12), (9),

$$\sum_{j\in J}\sum_{k\in K_{i_1j}} g_{i_1j}^{kr}\left(\overline{\overline{x}}_{i_1}^{k}\right)=\sum_{j\in J}\sum_{k\in K_{i_1j}} g_{i_1j}^{kr}\left(\overline{x}_{i_1j}^{k}\right)\leq b_{ir},\forall r\in R_{i_1o},$$

Далее, $\overline{x}$ - допустимый план задачи A_{i_1}. Следовательно, в силу (12),

$$\sum_{j\in J}\sum_{k\in K_{ij}} g_{ij}^{kr}\left(\overline{\overline{x}}_{ij}^{k}\right)=\sum_{j\in J}\sum_{k\in K_{i_1j}} g_{i_1j}^{kr}\left(\overline{x}_{i_1}^{k}\right)\leq b_{ir},\forall r\in R_{io},$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{k\in K_{ij}} q_{ij}^{kr}\left(\overline{\overline{x}}_{ij}^{k}\right)=\sum_{k\in K_{ij}} q_{i_1j}^{kr}\left(\overline{x}_{i_1j}^{k}\right)\leq b_{m+jr},\forall j\in J,\forall r\in R_{oj},$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K_{ij}} T_{ij}^{kr}\left(\overline{\overline{x}}_{ij}^{k}\right)=\sum_{j\in J}\sum_{k\in K_{i_1j}} T_{ij}^{kr}\left(\overline{x}_{i_1j}^{k}\right)\leq b_{or},\forall r\in R_{oo}.$$

Таким образом, компоненты вектора $\overline{\overline{x}}$ удовлетворяют всем условиям (5)-(8). Следовательно, решение $\overline{\overline{x}}$ является допустимым, но, возможно, не оптимальным решением задачи $\overline{A_{i_1}}$.

Пусть $\tilde{x}$ оптимальное решение задачи $\overline{A_{i_1}}$. Тогда

$$\overline{L}_{i_1}\left(\tilde{x}\right)\geq \overline{L}_{i_1}\left(\overline{\overline{x}}\right)=\overline{L}_{i_1}\left(\overline{x}_{i_1}\right).\tag{13}$$

Обозначим через $\tilde{x}_{i_1}^{'''''}$ совокупность компонент $\tilde{\bar{x}}^{k}_{i_1 j}, j \in J, k \in K_{i_1 j}, \tilde{\bar{x}}$. Убедимся в том, что x_{i_1} - допустимое решение задачи A_{i_1}.

Действительно, поскольку $\tilde{\bar{x}}$ - оптимальное решение задачи A_{i_1}, то соотношения (5)-(7) имеют вид

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{ij}} g_{ij}^{kr}\left(\tilde{\bar{x}}_{i_1 j}^{k}\right) \le b_{ir}, \forall i \in I, \forall r \in R_{io},$$

$$\sum_{k \in K_{i_1 j}} q_{i_1 j}^{kr}\left(\tilde{\bar{x}}_{i_1 j}^{k}\right) \le b_{m+jr} - \sum_{i \in I} \sum_{k \in K_{ij}} q_{ij}^{kr}\left(\tilde{\bar{x}}_{ij}^{k}\right) \le b_{m+jr}, \forall j \in J, \forall r \in R_{oj},$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{i_1 j}} T_{i_1 j}^{kr}\left(\tilde{x}_{i_1 j}^{k}\right) \le \sum_{\substack{i \in I \\ i \ne i_1}} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{ij}} T_{ij}^{kr}\left(\tilde{\bar{x}}_{ij}^{k}\right) \le b_{or}, \forall r \in R_{oo}.$$

Откуда следует справедливость вышеуказанного утверждения.

Следовательно, в силу оптимальности решения $\bar{x}_{i_1}$ для задачи A_{i_1}, справедливы соотношения

$$L_{i_1}\left(\bar{x}_{i_1}\right) \ge L_{i_1}\left(\hat{x}_{i_1}\right) = \bar{L}_{i_1}\left(\bar{x}\right),$$

или, в силу (13),

$$\bar{L}_{i1}\left(\tilde{\bar{x}}\right) = L_{i_1}\left(\bar{x}_{i_1}\right).$$

Полученное соотношение завершает доказательство леммы в случае $\bar{p} = i_1$. Справедливость леммы для случая $\bar{p} = i, 1 \le \bar{p} \le m$ следует из произвольного выбора значения $i_1, 1 \le i_1 \le m$. Доказательство леммы для случая $m+1 \le \bar{p} \le m+n$ проводится аналогичным образом.

Доказанная лемма позволяет сформулировать исходную задачу следующим образом.

На множестве допустимых решений X, заданном системой ограничений (5)-(8), найти решение $\bar{x}$, доставляющее всем функциям $L_p, p = 0,1,...,n+m$ наибольшее значение.

Сформулированная задача относится к классу многокритериальных задач математического программирования, методы решения которых в настоящее время разработаны крайне слабо. Это объясняется тем фактом, что за редким исключением (как и любое совпадение максимумов нескольких функций) не существует вектор $x \in X$, который доставлял бы экстремальное значение всем целевым функциям $L_p(x), p = 0,1,...,n+m$. В связи с этим исследуем возможность модификации области допустимых решений X и целевых функций $L_p(x)$, $p=1,1,...,n+m$ сформулированной многокритериальной задачи с таким расчетом, чтобы добиться существования решения x, принадлежащего модифицированной области допустимых решений и доставляющего экстремальные значения всем модифицированным целевым функциям.

Введем дополнительные обозначения:

x_{io}^{r} - искомые неиспользованные ресурсы r-го вида i-го хозяйствующего субъекта-потребителя, $i \in I, r \in R_{io}$;

x_{oj}^{r} - искомые неиспользованные ресурсы r-го вида j-го хозяйствующего субъекта-поставщика, $j \in J$, $r \in R_{oj}$;

x_{oo}^{r} - искомые неиспользованные ресурсы r-го вида i-го транспортной организации, $r \in R_{oo}$;

v_{ij}^{k} - искомая вариация цены единицы конечной продукции, получаемой i-ым субъектом из сырья k-го вида, поставляемого j-ым поставщиком, $i \in I, j \in J, k \in K_{ij}$;

α_{ij}^{k} - искомая вариация цены единицы сырья k-го вида, поставляемого j-ым поставщиком i-му потребителю, $i \in I, j \in J, k \in K_{ij}$;

β_{ij}^{k} - искомая вариация затрат на транспортировку сырья k-го вида от j-го поставщика к i-му потребителю, $i \in I, j \in j, k \in K_{ij}$;

λ_{ij}^{r} - искомая вариация доплаты i-го хозяйствующего субъекта-потребителя j-му субъекту-поставщику за единицу неиспользованного ресурса r-го вида, $i \in i, j \in J, r \in R_{oj}$;

μ_{ij}^{r} - искомая вариация доплаты j-го хозяйствующего субъекта-поставщика i-му субъекту-потребителю за единицу неиспользованного ресурса r-го вида, $i \in I, j \in J, r \in R_{io}$;

λ_{io}^{r} - искомая вариация доплаты i-ым хозяйствующим субъектом-потребителем транспортной организации за единицу неиспользованного ресурса r-го вида, $i \in I, r \in R_{oo}$;

μ_{oj}^{r} - искомая вариация доплаты j-ым хозяйствующим субъектом-поставщиком транспортной организации за единицу неиспользованного ресурса r-го вида, $j \in J, r \in R_{oo}$;

β_{io}^{r} - искомая вариация доплаты транспортной организацией i-му хозяйствующему субъекту-потребителю за единицу неиспользованного ресурса r-го вида, $i \in I, r \in R_{io}$;

β^r_{oj} - искомая вариация доплаты транспортной организации j-му хозяйствующему субъекту-поставщику за единицу неиспользованного ресурса r-го вида, $j \in J, r \in R_{oj}$;

$\hat{L}_p$ - наибольшее значение целевой функции задачи $A_p\left(\bar{A}_p\right), p = 0,1,\ldots,n+m$;

$H_p(*)$ - модифицированная функция прибыли p-го хозяйствующего субъета,

r – искомый вектор всевозможных доплат и вычетов ассоциации.

Сформулируем следующую задачу. Определить пару векторов $\left(\hat{r}, \hat{\bar{x}}\right)$, доставляющих наибольшее значение всем функциям вида:

$$H_i(r_i, x_i, x_o) = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{ij}} \left\{ f^k_{ij}\left(c^k_{ij} + v^k_{ij}, x^k_{ij}\right) - \alpha^k_{ij} - \beta^k_{ij} \right\} x^k_{ij} -$$
$$- \sum_{j \in J} \sum_{r \in R_{oj}} \lambda^r_{ij} x^r_{oj} + \sum_{j \in J} \sum_{r \in R_{io}} \mu^r_{ij} x_{io} - \sum_{r \in R_{oo}} \lambda^r_{io} x^r_{oo} + \sum_{r \in R_{io}} \beta^r_{io} x^r_{io}, \forall i \in I; \tag{14}$$

$$H_{m+j}(r_{m+j}, x_{m+j}, x_o) = \sum_{i \in I} \sum_{k \in K_{ij}} \left\{ \varphi^k_{ij}\left(x^k_{ij}\right) + \alpha^k_{ij} \right\} x^k_{ij} +$$
$$+ \sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{oj}} \lambda^r_{ij} x^r_{oj} - \sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{io}} \mu^r_{ij} x_{io} + \sum_{r \in R_{oj}} \beta^r_{oj} x^r_{oj} - \sum_{r \in R_{oo}} \mu^r_{oj} x^r_{oo}, \forall j \in J; \tag{15}$$

$$H_o(r_o, x, x_o) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{ij}} \left\{ \varphi^k_{ij}\left(x^k_{ij}\right) + \beta^k_{ij} \right\} x^k_{ij} -$$
$$- \sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{io}} \beta^r_{io} x^r_{io} - \sum_{j \in J} \sum_{r \in R_{oj}} \beta^r_{oj} x_{oj} + \sum_{i \in I} \sum_{r \in R_{oo}} \lambda^r_{io} x^r_{oo} - \sum_{j \in J} \sum_{r \in R_{oo}} \mu^r_{oj} x^r_{oo}; \tag{16}$$

при ограничениях

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{ij}} g^{kr}_{ij}\left(x^k_{ij}\right) + x^r_{io} = b_{ir}, i \in I, r \in R_{io}, \tag{17}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K_{ij}} q^{kr}_{ij}\left(x^k_{ij}\right) + x^r_{oj} = b_{m+jr}, j \in J, r \in R_{oj}, \tag{18}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_{ij}} T^{kr}_{ij}\left(x^k_{ij}\right) + x^r_{oo} = b_{or}, r \in R_{oo}, \tag{19}$$

$$x^k_{ij} \geq 0, i \in I, j \in J, k \in K_{ij}, x^r_{io} \geq 0, r \in R_{io}, x^r_{oj} \geq 0, r \in R_{oj}, x^r_{oo} \geq 0, r \in R_{oo}, \tag{20}$$

где

$$\bar{x} = (x, x_o), \quad x_o = \left\{x^1_{10}, \ldots, x^{K_{10}}_{10}, \ldots, x^1_{mo}, \ldots, x^{K_{mo}}_{mo}, \ldots, x^1_{01}, \ldots, x^{K_{01}}_{01}, \ldots, x^1_{on}, \ldots, x^{K_{on}}_{on}, \ldots, x^1_{oo}, \ldots, x^{K_{oo}}_{oo}\right\}$$

$$K_{io} = |R_{io}|, \quad K_{oj} = |R_{oj}|, \; K_{oo} = |R_{oo}|, \quad i \in I, j \in J.$$

Задачу (14)-(20) назовем модифицированной задачей. Очевидно, что при каждом фиксированном значении вектора r задача (14)-(20) является аналогом сформулированной выше многокритериальной задачи математического программирования, приведенной к канонической форме. Они различаются только значениями целевых функций. Причем связь функции прибыли *H(r,x)* ассоциации в целом в модифицированной задаче с функцией прибыли ассоциации в исходной задаче устанавливается соотношением

$$H(r,x) = L(x) + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K_{ij}} \left\{ f_{ij}^{k}\left(c_{ij}^{k} + v_{ij}^{k}, x_{ij}^{k}\right) - f_{ij}^{k}\left(c_{ij}^{k}, x_{ij}^{k}\right) \right\} x_{ij}^{k}.$$

Это означает, что функция прибыли *H(r,x)* зависит только от компонентов $x_{ij}^{k}, i \in I, j \in J, k \in K_{ij}$ и компонентов $v_{ij}^{k}, i \in I, j \in J, k \in K_{ij}$ и не зависит от остальных

компонент вектора *r*. Следовательно, остальные компоненты вектора *r* являются внутренними параметрами ассоциации. Эти параметры позволяют перераспределить прибыль ассоциации *H(r,x)* между отдельными хозяйствующими субъектами ассоциации. Ясно, что распределение прибыли ассоциации будет наилучшим с точки зрения каждого хозяйствующего субъекта, если будут иметь место равенства

$$H_p\left(\hat{r}_p, \hat{\bar{x}}\right) = \hat{L}_p\left(\tilde{x}_p\right), \qquad p = 0,1,\dots,n+m, \tag{21}$$

где $\tilde{x}_p$ - оптимальный план задачи $A_p, p = 0,1,\dots,n+m$;

$\left(\hat{r}, \hat{\bar{x}}\right)$ - оптимальный план модифицированной задачи.

Это означает, что решение задачи (14)-(21) является решением исходной задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ланге Э.Г., Жусупбаев А. Комбинированный метод решения задачи размещения. –Фрунзе: Илим, 1990.
2. Иманалиев М., Жусупбаев, Асанкулова М. Метод решения многопродуктовой задачи размещения. –Бишкек: Илим, 1998.