АКАДЕМИЯ НАУК КИРГИЗСКОЙ ССР
ОБЪЕДИНЕННЫЙ УЧЕНЫЙ СОВЕТ ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ И ТЕХНИЧЕСКИМ НАУКАМ

На правах рукописи

Рыскулов А

ОБТЕКАНИЕ ТЕЛА ПОТОКОМ ГАЗОВ С ОКОЛОЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ

(024—гидроаэромеханика и газовая динамика)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Фрунзе 1970

А К А Д Е М И Я   Н А У К   К И Р Г И З С К О Й   С С Р

ОБЪЕДИНЕННЫЙ УЧЕНЫЙ СОВЕТ ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ И ТЕХНИЧЕСКИМ НАУКАМ

на правах рукописи

РЫСКУЛОВ А.

ОБТЕКАНИЕ ТЕЛА ПОТОКОМ ГАЗОВ С ОКОЛОЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ

(024-гидроаэромеханика и газовая динамика)

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Фрунзе - 1970

Работа выполнена в Институте физики и математики АН Киргизской ССР.

Научный руководитель - кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник БИЙБОСУНОВ И.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор РЫКОВ О.С.;
кандидат физико-математических наук, доцент КЕРИМГАЗИЕВ Э.К.

Ведущее предприятие - Саратовский Ордена Трудового Красного Знамени Государственный Университет им.Н.Г.Чернышевского.

Автореферат разослан "22" декабря 1970 года.

Защита состоится в конце января 1971 года на заседании Объединенного Ученого Совета по физико-математическим и техническим наукам АН Киргизской ССР, г.Фрунзе, 22 партсъезда, 265-а.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке АН Киргизской ССР.

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ СОВЕТА (И.БИЙБОСУНОВ)

В теории околозвуковых течений особый интерес представляет изучение разрывных смешанных течений. В частности такое течение возникает при обтекании профилей крыльев потоком газов с достаточно большой дозвуковой скоростью. При этом возникает местная сверхзвуковая зона, которая вниз по течению ограничивается со скачком уплотнения.

Присутствие скачка уплотнения сильно усложняет картину течения, поэтому, как известно, долгое время не удавалось построить теоретические примеры подобных течений.

В 1955 году Ф.И.Франклем [I] впервые теоретически был построен пример плоского околозвукового течения газа с областью сверхзвуковых скоростей, ограниченных вниз по течению, с прямым скачком уплотнения.

Впоследствии этот пример был обобщен И.Бийбосуновым [2] , на случай искривленного скачка уплотнения.

Однако эти примеры имели некоторый недостаток, сущность которого состоит в том, что в сверхзвуковой области образуется не - большая полоса, где скорость становится трехзначной. Чтобы устранить эту зону трехзначности, нужно ввести дополнительную линию разрыва. Эта дополнительная линия разрыва рассматривается как схематизация узкого пучка непрерывных волн разрежения и требуется выполнение на ней всех условий искривленного скачка, вытекающих из законов сохранения.

Далее Ф.И.Франкль сформулировал ряд краевых задач, решения которых дают обтекания профиля потоком дозвуковой скорости, со сверхзвуковой зоной, ограниченной вниз по течению со скачком уплотнения.

В диссертационной работе рассматривается плоскопараллельное отображается в виде следующих кривых:

$$\frac{3}{2}\,\frac{\theta_1}{(-\eta_1)^{3/2}}=h_1\,,\qquad \frac{3}{2}\,\frac{\theta_2}{\eta_2^{3/2}}=h_2 \tag{3}$$

На сверхзвуковой и дозвуковой сторонах скачка уплотнения $\mathcal{L}$; соответственно на левой и правой сторонах линии разрыва L :

$$\frac{3}{2}\,\frac{\bar\theta_1}{(-\bar\eta_1)^{3/2}}=k_1\,,\qquad \frac{3}{2}\,\frac{\bar\theta_2}{(\bar\eta_2)^{3/2}}=k_2 \tag{4}$$

На характеристике, исходящей из начала координат, имеем:

$$-\frac{9}{4}\,\frac{\theta^2}{\eta^3}=1. \tag{5}$$

Уравнения (2) имеют место также в точках плоскости $\theta\eta$, расположенных выше характеристики (5); ниже этой характеристики

$$\begin{aligned}\psi=\psi_2&=\eta^{\sigma}[\alpha f(z)+\beta g(z)]\\ \varphi=\varphi_2&=(-\eta)^{\sigma+1/2}[\alpha f^{\circ}(z)+\beta g^{\circ}(z)],\end{aligned} \tag{6}$$

в области между скачком уплотнения $\mathcal{L}$ и линией разрыва L

$$\begin{aligned}\psi=\psi_3&=\eta^{\sigma}[f(z)+4/3\,\varepsilon g(z)]\\ \varphi=\varphi_3&=\eta^{\sigma+1/2}[f^{\circ}(z)+4/3\,\varepsilon g^{\circ}(z)].\end{aligned} \tag{7}$$

При прохождении через характеристику (5) функция тока должна меняться непрерывно, т.е.

$$\alpha f(1)+\beta g(1)=f(1)+\varepsilon g(1).$$

околозвуковое течение газа со скачком уплотнения, оканчивающимся внутри течения, а также численным методом решаются две краевые задачи, связанные с обтеканием крыльевых профилей околозвуковым потоком.

Работа состоит из введения и двух глав.

В введении дается краткий обзор работ, посвященных теории околозвуковых течений с местной сверхзвуковой зоной, оканчивающихся скачком уплотнения.

В первой главе диссертации построено плоскопараллельное околозвуковое течение с искривленным скачком уплотнения, а впереди него в сверхзвуковой зоне содержится линия разрыва L .

Исходными уравнениями являются уравнения Трикоми в форме С.В.Фальковича [4]

$$\eta \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} = 0, \qquad \eta \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{1}{\eta}\frac{\partial \varphi}{\partial \eta}\right) = 0 \quad (1)$$

Переменностью энтропии и, следовательно, вихрями за скачком уплотнения пренебрегаем, что возможно вблизи критической скорости,если считать скачок нормальной скорости величиной первого порядка малости, те скачок энтропии будет третьего порядка малости.

В дозвуковой области функция тока и потенциал скорости ищутся в виде

$$\psi = \psi_2 = \eta^{\sigma}\left[f(z) + \varepsilon g(z)\right]$$
$$\varphi = \varphi_2 = \eta^{\sigma + 1/2}\left[f^{\circ}(z) + \varepsilon g^{\circ}(z)\right] \quad (2)$$

Скачок уплотнения $\mathcal{L}$ и линия разрыва L в плоскости $\theta\eta$

Здесь α, β, α_1 — неизвестные постоянные коэффициента;

f, g, g^0 — гипергеометрические функции; $z = -\frac{\varrho}{4}\frac{\theta^2}{\eta^3}$

Из теории косого скачка известно, что составляющие скорости перед и за скачком связаны уравнением

$$\left(\frac{V_2 - V_1}{u_1 - u_2}\right)^2 = \frac{u_2 - \frac{a_*^2}{u_1}}{\frac{a_*^2}{u_1} + 2\frac{u_1}{(\varkappa+1)} - u_2}$$

Отсюда в первом приближении имеем

$$\bar{\theta}_2 + \bar{\theta}_1 = \mp (\bar{\eta}_2 - \bar{\eta}_1)\sqrt{-1/2(\bar{\eta}_2 + \bar{\eta}_1)}. \tag{8}$$

Нетрудно показать, что вдоль линии разрыва также имеет место соотношение

$$\frac{d\bar{\varphi}_1}{d\bar{\psi}_1} = \frac{d\bar{\varphi}_2}{d\bar{\psi}_2} = \pm c\sqrt{-1/2(\eta_2 + \bar{\eta}_1)} \tag{9}$$

При прохождении через линии разрыва L функция тока остается непрерывной

$$\bar{\psi}_1 = \bar{\psi}_2 \tag{10}$$

Здесь индексы I и 2 — соответственно на левой и правой сторонах линии разрыва.

Краевыми условиями для искривленного скачка уплотнения являются следующие:

$$\psi_1 = \psi_2, \tag{11}$$

$$\frac{d\varphi_1}{d\psi_1} = \frac{d\varphi_2}{d\psi_2} = \pm C\sqrt{-\tfrac{1}{2}(\eta_2+\eta_1)}\,, \tag{12}$$

$$(\theta_2-\theta_1)^2 = \frac{1}{2}(\eta_2-\eta_1)^2(-\eta_2-\eta_1) \tag{13}$$

Разлогая гипергеометрические функции в ряд по малому параметру ε, на основании уравнений (2-13), методом неопределенных коэффициентов получим

$$k_1 = 0{,}93190\,, \qquad k_2 = -0{,}85761\,, \quad k = 0{,}97524$$

$$-h_1 = 0{,}00268\,, \qquad h_2 = 0{,}01152\,, \quad h = 0{,}99988$$

$$\alpha = 0{,}96324\,, \qquad \beta = 0{,}00518\,, \quad \alpha_0 = 3{,}67059$$

(при этом взяли $\varepsilon = -0{,}1$).

Теперь найдем x, и y в зависимости от η на линии разрыва L и на скачке уплотнения $\mathcal{L}$. Легко убедиться, что для линии разрыва

$$\bar{\psi} = -2{,}88779\,\bar{\eta}^{\,\nu}\,, \quad \bar{\varphi} = -0{,}00552\,\eta^{-3/2}\,, \tag{14}$$

для скачка уплотнения $\mathcal{L}$

$$\tilde{\psi} = -1{,}00115\,\eta^{\nu}\,, \quad \varphi = -6{,}49747\,(-\eta)^{3/2} \tag{15}$$

Тогда из формулы Чаплыгина

$$dx = \frac{\cos\theta}{W}\,d\varphi - \frac{\rho_0}{\rho W}\sin\theta\,d\psi$$

$$dy = \frac{\sin\theta}{W}\,d\varphi + \frac{\rho_0}{\rho W}\cos\theta\,d\psi, \tag{16}$$

в первом приближении имеем

$$a_* x = \varphi + (\varkappa+1)^{-1/3} \int \eta \, d\varphi - [3/2 (\varkappa+1)]^{\frac{1}{\varkappa-1}} \int \theta \, d\psi + \ldots$$

$$a_* y = [3/2 (\varkappa+1)]^{\frac{1}{\varkappa-1}} \psi + 3/2 \, c \int \eta^2 d\psi + \int \theta \, d\varphi + \ldots$$

Отсюда согласно выражениям (3), (4), (I4) и (I5) получим для линии разрыва L

$$a_* x = -5{,}49747 (-\bar{\eta})^{9/2} + 1{,}46530 (-\bar{\eta})^{11/2}$$

$$a_* y = -4{,}55532 \, \bar{\eta}^4 + 2{,}94444 \, \bar{\eta}^6$$

для искривленного скачка уплотнения $\mathcal{L}$

$$a_* x = -0{,}00552 \, \eta^{9/2} - 0{,}00545 \, \eta^{11/2}$$

$$a_* y = 1{,}57925 \, \eta^4 - 0{,}70458 \, \eta^6.$$

Во второй главе данной работы методом прямых численно решаются краевые задачи, связанные с обтеканием профиля потоком газов дозвуковой скорости, со сверхзвуковой зоной, оканчивающейся искривленным скачком уплотнения [5].

Предположим, что функция тока ψ удовлетворяет уравнению Трикоми (I).

Решение ищется в области $\mathcal{D} = \{ABCEFKGHA\}$ плоскости $\theta\eta$, удовлетворяющее следующим краевым условиям:

а) $\psi = 0$ на $BCEFK$

(I7)

б) $\psi = f(\theta)$ на KG, f заданная функция

в) На дуге BAH точки кривых $AB(\eta = \eta_2)$ и $AH(\eta = \eta_1)$ соответствующие дозвуковой и сверхзвуковой сторонам скачка уплотнения, поставлены в соответствие друг с другом посредством уравнения (I0), причем должно выполняться равенство

$$\psi(\theta_1, \eta_1) = \psi(\theta_2, \eta_2) \tag{I8}$$

Точки (θ_1, η_1) и (θ_2, η_2) соответствуют векторам скорости в одной и той же точке скачка уплотнения соответственно на его передней и задней сторонах.

г) Вдоль искривленного скачка уплотнения, т.е. вдоль кривых АН и АВ, имеет место соотношение

$$\frac{d\varphi_1}{d\psi_1} = \frac{d\varphi_2}{d\psi_2} = \pm C\sqrt{-\tfrac{1}{2}(\eta_2+\eta_1)}. \tag{I9}$$

Кроме того, искомое решение уравнения (I) в точке $D(\theta=0; \eta=\eta_0)$ должно иметь особенность вида

$$\psi = \rho^{-1/2}\sin\frac{t}{2} + O(\rho^{1/2}) \tag{20}$$

Уравнения скачка уплотнения в сверхзвуковой и дозвуковой зонах соответственно задаются в форме

$$\theta_1 = \frac{2}{3}k_1(-\eta_1)^{3/2} + \theta_A \text{ - дуга } AH,$$

$$\theta_2 = \frac{2}{3}k_2\,\eta_2^{3/2} + \theta_A \text{ - дуга } AB.$$

Линии GH, GG', KG' являются характеристиками уравнения (I) (точки G и H лежат на линии $\eta = 0$).

Как было отмечено выше, данную краевую задачу решаем методом прямых. Проведем прямые параллельные оси θ, и пусть выше этой оси θ расстояние между двумя соседними параллельными пряними равно h_2, а ниже – h_1. При этом область пересекает прямые $\eta = \eta_0 + k h_1$ и $\eta = \eta_0 + k h_2$

Аппроксимируя уравнения (I) соответствующим разностным отношением, получим

$$\eta_k \Psi_k''(\theta) + \frac{1}{h^2}\left[\Psi_{k+1}(\theta) - 2\Psi_k(\theta) + \Psi_{k-1}(\theta)\right] + O(h_1^2 + h_2^2) = 0,$$

$$(k = -m, \dots, -1, 0, 1, \dots, n) \tag{21}$$

с начальными условиями $\Psi_{-(m+1)} = \Psi_{n+1} = 0$

Решение данной системы уравнений (2I) будем искать в виде

$$\Psi_k(\theta) = V(\theta)\,\gamma(k). \tag{22}$$

Тогда из равенства (2I) имеем

$$\frac{V''(\theta)}{V(\theta)} = -\frac{\gamma(k+1) - 2\gamma(k) + \gamma(k-1)}{\eta_k h^2 \gamma(k)} = \delta^2. \tag{23}$$

При различных значениях k, а именно $k = -1, 0, 1, 2$ из последнего уравнения (23), можно определить значения $V(\theta)$ и $\gamma(k)$ в общем виде.

Тогда общее решение системы уравнений (22) имеет вид:

$$\Psi_k(\theta) = \sum \left(A_s e^{\delta_s \theta} + B_s e^{-\delta_s \theta}\right) \sin \frac{\pi s (k+2)}{6} \tag{24}$$

Здесь A_s и B_s – произвольные постоянные, определяемые из краевых условий (I7) – (20).

Для определения потенциала скорости φ на каждой линии η_k, используем уравнения С.В.Фалькович [4].

Значения Ψ и φ между характеристическими линиями GH и GG' определяются методом характеристик, т.е. по уравне –

ниям

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda} = -c\sqrt{-\eta}\,\frac{\partial\psi}{\partial\lambda}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\mu} = c\sqrt{-\eta}\,\frac{\partial\psi}{\partial\mu}$$

где μ и λ - характеристические координаты.

Теперь решим на характеристическом треугольнике KGG' задачу Коши.

Согласно формулы Чаплыгина (26) осуществляем переход на физическую плоскость, который дает возможность определить профиль обтекаемого крыла, скачок уплотнения и звуковую линию.

В конце второй главы обобщается вышеуказанная краевая задача.

Исходными уравнениями являются уравнения Чаплыгина в форме С.В.Фальковича [4]

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = -B(\eta)\frac{\partial\psi}{\partial\eta}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\eta} = \eta\, B(\eta)\frac{\partial\psi}{\partial\theta} \qquad (25)$$

Исключение потенциала скорости из уравнения (25) приводит к уравнению

$$\eta\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial\eta^2} + b(\eta)\frac{\partial\psi}{\partial\eta} = 0, \quad b(\eta) = \frac{d}{d\eta}B(\eta) \qquad (26)$$

В окрестности $\eta = 0$ имеем разложение

$$b(\eta) = b_0 + b_1\eta + b_2\eta^2 + \quad + b_m\eta^m$$

Здесь $b_0, b_1, \quad, b_m$ - постоянные коэффициенты.

Уравнения скачка уплотнения на до и сверхзвуковых сторонах задаются соответственно в виде:

$$\Theta_2 = \frac{2}{3}\left(\sum_0^2 k_{i2}\,\eta_2^{3/2+i}\right) + \theta_A \text{ - луч } AB$$

$$\Theta_1 = \frac{2}{3}\left[\sum k_{i1}(-\eta_1)^{3/2+i}\right] + \theta_A \text{ - луч } AH \qquad (27)$$

Решение ищется в области $D = \{ABCEFKGЖA\}$, т.е. задача Ф.И.Франкля заключается в определении решения уравнения (26) непрерывного в замкнутой области D в плоскости годографа $\theta\eta$.

В данном случае краевыми условиями являются следующие:

$$\Theta_2 - \Theta_1 = \pm\sqrt{\frac{\eta_2-\eta_1}{2}}\,(\eta_2-\eta_1)\Big[1+\frac{3}{4(\varkappa+1)^{2/3}}(\eta_2+\eta_1)+$$

$$+\frac{27\varkappa+15}{160(\varkappa+1)^{4/3}}(\eta_2^2+\eta_1^2)+\frac{11}{16(\varkappa+1)^{2/3}}\eta_2\eta_1+\dots\Big] \qquad (28)$$

$$\frac{d\varphi_1}{d\psi_1} = \frac{d\varphi_2}{d\psi_2} = \pm C\sqrt{-\tfrac{1}{2}(\eta_2+\eta_1)}\Big[1+\frac{5+4\varkappa}{20(\varkappa+1)^{2/3}}(\eta_2+\eta_1)+$$

$$(29)$$

$$+\frac{64\varkappa^2+28\varkappa+5}{1120(\varkappa+1)^{4/3}}(\eta_2^2+\eta_1^2)+\frac{272\varkappa^2-280\varkappa+625}{2800(\varkappa+1)^{4/3}}\eta_2\eta_1+\dots\Big]$$

Кроме того имеют место краевые условия (17), (18), (20). Ограничимся случаем отсутствия циркуляции. Задача решается методом прямых.

В уравнении (26), заменив производные по η соответствующими разностными отношениями, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\eta_k \psi_k''(\theta) + \frac{1}{h^2}\left[\psi_{k+1}(\theta) - 2\psi_k(\theta) + \psi_{k-1}(\theta)\right] +$$

$$+ \frac{B(\eta)}{h}\left[\psi_{k+1}(\theta) - \psi_k(\theta)\right]^{\bullet} + o(h_1^2 + h_2^2) = 0, \qquad (30)$$

с начальными данными

$$\psi_{-2}(\theta) = \psi_{-2}''(\theta) = 0, \quad \psi_2(\theta) = \psi_2''(\theta) = 0$$

Решение системы уравнений (30) будем искать в виде

$$\psi_k(\theta) = V(\theta)\,\gamma(k) \qquad (31)$$

Тогда общее решение системы уравнений (30)

$$\psi_k(\theta) = \Sigma\left(A_s e^{\delta_s \theta} + B_s e^{-\delta_s \theta}\right)\left[\frac{1}{1 + B(\eta)h}\right]^{\frac{k+2}{2}} \sin\frac{\pi s(k+2)}{5}.$$

Для определения потенциала скорости φ, используем уравнения С.В.Фальковича (25).

Значения функции тока ψ и потенциала скорости φ известны на характеристических линиях GG' и GH, а значения между этими характеристическими линиями определяются методом характеристик.

В характеристическом треугольнике $\mathcal{K}GG'$ решаем задачу Коши. Значение ψ в точке треугольника $\mathcal{K}GG'$ выражается формулой [6]

$$\psi = \int_0^1 g(\lambda_0, \mu_0, t)\,\tau\left[\lambda_0 + (\mu_0 - \lambda_0)t\right]dt +$$

$$+ \int_0^1 h(\lambda_0, \mu_0, t)\,\nu\left[\lambda_0 + (\mu_0 - \lambda_0)t\right]dt$$

Здесь

$$g(\lambda_0, \mu_0, t) = \frac{O(1)}{[t(1-t)]^{5/6}}$$

$$h(\lambda_0, \mu_0, t) = \frac{O(1)\,(\mu_0 - \lambda_0)^{2/3}}{[t(1-t)]^{5/6}}$$

Символ O (I) означает ограниченную величину с границей не зависящей от λ_0, μ_0, t

Далее переходим на физическую плоскость xy. Этот переход осуществляется при помощи формул Чаплыгина, которые после некоторого преобразования имеют вид

$$a_* x = \varphi + (\varkappa+1)^{-2/3} \int \eta \, d\varphi + \frac{5+2\varkappa}{10(\varkappa+1)^{4/3}} \int \eta^2 d\varphi -$$

$$- \frac{6\varkappa^2 - 70\varkappa - 75}{350(\varkappa+1)} \int \eta^3 d\varphi - 1/2 \int \theta^2 d\varphi \left(\frac{\varkappa+1}{2}\right)^{2/(\varkappa-1)} \int \theta \, d\psi - 3/2\, c \int \theta \eta \, d\psi$$

$$a_* y = \left(\frac{\varkappa+1}{2}\right)^{2/(\varkappa-1)} \psi + 1/2\, c \int \eta^2 d\psi - \frac{2\varkappa}{15} \left(\frac{\varkappa+1}{2}\right)^{\frac{2}{\varkappa-1}} \int \eta^3 d\psi +$$

$$+ \frac{82\varkappa^2 - 595\varkappa - 900}{2100(\varkappa+1)^{4/3}} \left(\frac{\varkappa+1}{2}\right)^{2/(\varkappa-1)} \int \eta^4 d\psi - 1/2 \left(\frac{\varkappa+1}{2}\right)^{2/(\varkappa-1)} \int \theta^2 d\psi +$$

$$+ \int \theta \, d\varphi + (\varkappa+1)^{-2/3} \int \theta \eta \, d\varphi + \frac{5+2\varkappa}{10(\varkappa+1)^{4/3}} \int \theta \eta^2 d\varphi$$

*Решение выполнено для симметричного обтекаемого профиля. Численное решение дал профиль, весьма близкий к ромбу, с небольшими закруглениями сбоку.

Результаты данной работы докладывались: на II (г.Саратов, 1968г.) и IУ (г.Фрунзе, 1970г.) Всесоюзных совещаниях по аналитическим методам газовой динамики, а также опубликованы в работах [7-11] .

ЛИТЕРАТУРА

1. ФРАНКЛЬ Ф.И. Пример околозвукового течения газа с областью сверхзвуковых скоростей, ограниченной вниз по течению скачком уплотнения, оканчивающимся внутри течения. ПММ, 1955, т.19, вып.4.
2. БИЙБОСУНОВ И. Пример околозвукового течения газа с областью сверхзвуковых скоростей, ограниченной вниз по течению искривленным скачком уплотнения, оканчивающимся внутри течения. ПММ, 1958, т.22, № 3.
3. БИЙБОСУНОВ И. Уточнение одного примера околозвукового течения. Инж.ж.,1963, т.3, вып.3.
4. ФАЛЬКОВИЧ С.В. К теории сопла Лаваля. ПММ,1946,т.10,вып.4.
5. ФРАНКЛЬ Ф.И. Обтекание профиля дозвуковым потоком с местной сверхзвуковой зоной,оканчивающейся искривленным скачком уплотнения. ПММ, 1957, т.21.
6. ФРАНКЛЬ Ф.И. О задачах Коши для уравнений смешанного эллиптико-гиперболического типа с начальными данными на переходной линии. Изв.АН СССР, серия математическая, 1944, № 8.
7. БИЙБОСУНОВ И.,РЫСКУЛОВ А. Плоскопараллельное околозвуковое течение с искривленным скачком уплотнения. Сб. "Одномерное и двумерное течение газов и жид-

костей". Из-во "ИЛИМ", 1969, Фрунзе.

8. БИЙБОСУНОВ И.,РЫСКУЛОВ А. Об одном околозвуковом течении с искривленным скачком уплотнения. Сб."Одномерное и двумерное течение газов и жидкостей", Изд-во "ИЛИМ", 1969, Фрунзе.

9. РЫСКУЛОВ А.,БИЙБОСУНОВ И. Задача об обтек...ии тела околозвуковым потоком газов. Изв. АН Киргизской ССР, 1970, № 1.

10.БИЙБОСУНОВ И., РЫСКУЛОВ А. Плоскопараллельное околозвуковое течение с разрывом. Изв.АН СССР, МЖГ, 1970, № 4.

11. РЫСКУЛОВ А., БИЙБОСУНОВ И. Решение уравнения Чаплыгина методом прямых. (В печати).

Подписано в печать 18/XII-70 г. Объем 1 печ. л.
Формат бумаги 60х84/16. Зак.2142. Тир.200. Д-06744

г. Фрунзе, тип.АН Кирг.ССР
ул. Пушкина, 144