Байзаков А.Б., Мамыров Ж., Курманалиева Т.К., Дауталиева Г.

К.Тыныстанов ат. ЫМУ

ОРТО МЕКТЕПТЕ МАТЕМАТИКАЛЫК МОДЕЛЬ ТҮШҮНҮГҮН ОКУУТУУНУН МЕТОДИКАСЫ ЖӨНҮНДӨ

1997-жылы басылып чыккан М.Иманалиев, И.Бекбоев жана А.Абдиевдер тарабынан түзүлгөн математика курсу боюнча жаңы программанын негизинде берилген макаланын авторлорунун бири, «Алгебра-8» жаңы муундагы китебин даярдаган. Бул макалада көрсөтүлгөн китепте берилген «математикалык модель жөнүндө түшүнүк» темасын окутуунун методикасын сунуш кылабыз. Бул материал мурунку Совет доорунда программада окутулбагандыктан, алар-ды 8-класста окутуунун методикасын иштеп чыгууну актуалдуу маселе катары карайбыз. Бул материал алгач ирет программа киргизилип жатканды-гын төмөнкү факт айгинелейт.

1989-жылы Кыргыз Совет энцикло-педиясынын башкы редакциясы тарабы-нан чыгарылган «Математика термин-дердин түшүндүрмө сөздүгү (мектеп окуучулары үчүн)» [1] китебинде модель, математикалык модель түшүнүгү каралган эмес.

Сырткы чөйрөнү адамзаттын таанып билүүсү татаал процесс. Көп убакыттан бери математика реалдык дүйнөнүн кубулуштарын, процесстерин изилдөөнүн инструменти болуп калган. Бизге кандайдыр бир реалдуу объектини (мисалы, Айдын Жерди айланышын, Кыргызстанда калктын санынын өсүшүн, бизнесмен алган кредитинин төлөө графигин ж.б.) окуп үйрөнүү керек болсун.

Модель - бул изилденип жаткан объектинин касиеттерин, элементтери-нин өз ара байланыштарын, катыштарын жөнөкөй түрдө, окуп үйрөнүүгө ылайык чагылдырып ойлонуп табылган объект. Бул объект (тагыраак модель): схема, чийме, график, логика-математикалык формулалар, физикалык конструкциялар, макет ж.б. түрүндө болот. Моделдеш-тирүү методу, аналогия принцибине б. а., реалдуу объектини түздөн-түз эмес, ага окшош жана анын изилдегенге ылайык объектилерди (моделдерди) окуп үйрөнүү мүмкүнчүлүгүнө негизделген.

Математикалык модель – математи-калык символдор менен сырткы дүйнөнүн кандайдыр бир кубулуш-тарын болжолдуу жазуу. Матема-тикалык модель түзүүнүн негизги максаты - жүргүзүлгөн байкоолордон алынган маалыматтар боюнча кубулуш-тун маңызын түшүнүүгө жетишүү.

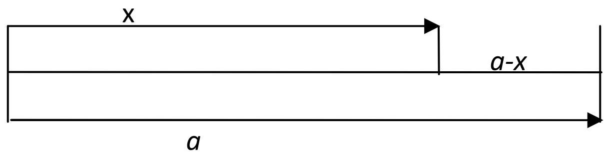
Математикалык модель окуп үйрөнү-лүүчү объектилерге (кубулуштарга) эч убакта теңдеш барабар эмес, анын кээ бир касиеттери жана өзгөчөлүктөрү каралбай калат. Моделдерди анализ-дегенде алынган жыйынтыктар реалдуу объекти үчүн болжолдуу мүнөзгө ээ. Алардын тактыгы математикалык моделдин объектиге дал келишинин даражасын аныктайт. Алынган жыйын-тыктардын чындыгынын критерийи - практика, эксперимент болот. Матема-тикалык модель сырткы дүйнөнү таанып билүүнүн күчтүү методу, ошондой эле прогноздоонун жана башкаруунун негизи.

Математикалык моделдердин төмөн-күдөй түрлөрү бар:

1. Арифметикалык жана алгебралык моделдер. Мисалдар: «Алтын кесилиш». Узундугу *a* болгон кесинди менен анын «алтын кесилишин» узундугу х орто-сундагы байланыш $\frac{a}{x}=\frac{x}{a-x}$

(1)

формуласы менен жазылат (1-сүрөт).



1-сүрөт.

«Проценттик өсүш». Алгачкы M_o суммасынын жылына P% менен өсүшү. Анда бир жылдан кийинки проценттик өсүш M_1

$$M_1 = M_0\left(1 + \frac{P}{100}\right), \qquad (2)$$

формуласы менен жазылып аныкталат. Мында, банк системасында колдонулган түшүнүктөрдү айта кетели: M_o – негизги сумма, а $M_0 \frac{P}{100}$ - проценттик өсүш болот.

2. Геометриялык моделдер. Мисалы, айлананын узундугу L менен r радиусунун ортосунда

$$L = 2\pi r$$

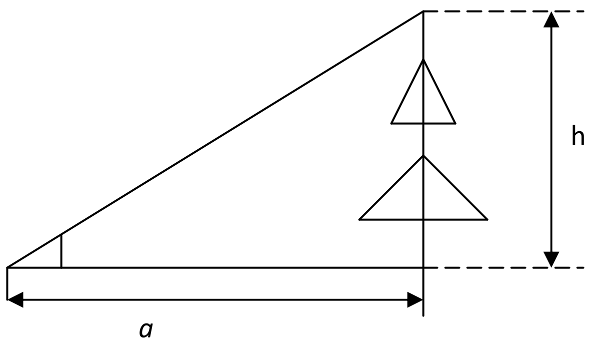
байланышы бар жана тегеректин аянты $S = \pi r^2$ формуласы менен эсептелет.

Ар кандай графиктер, диаграммалар, схемалар түрүндөгү геометриялык моделдер практикада көп колдонулат. Мамлекеттик автоинспекциянын (МАИ) кызматына жол-транспорт кырсыгында колдонулган геометриялык моделдер чыныгы кырдаалды так билгенге иллюстративдик инструмент болот.

3. Тригонометриялык моделдер. Мисалы, дарактын бийиктиги h белгисиз болсо, аны эсептөөчү тригонометриялык модель

$$h = atg\alpha \tag{3}$$

болот (2-сүрөт), мында α белгилүү бурч.



3-*сүрөт*

4. Ыктымалдык-статистикалык моделдер. Мисалы, 8-класста n окуучунун m и отличник, n-m и ударник болсо, доскага чакырылган окуучунун отличник болуп калышынын ыктымал-дыгы $P = \frac{m}{n}$ формуласы менен жазылат.

5. Математикалык анализ моделде-ри. Математикалык моделдин 5-түрү жогорку математиканын аппарты, түшүнүктөрү менен жазылат.

Математикалык моделдердин неги-зинде алынган тыянактар менен таанып билүүнүн өсүшү менен кайсы бир учурларда биздин кубулуш жөнүндөгү билимибизге туура келбей калат. Ошентип, жаңы, кыйла өркүндөтүлгөн математикалык моделди түзүү зарылдыгы пайда болот. Математикалык моделди түзүүдөгү типтүү мисал - Күн системасынын моделдери. Анын ар башка моделин Птолемей, Н.Коперник, И.Кеплер, И.Ньютондор түзгөн жана улам кийинкиси таанып билүүнүн жаңы кырларын ачкан.

Азыркы учурда, компьютердин пайда болушу менен, математикалык моделдештирүү методу изилдөөнүн башка методдорунун ичинен алдынкы орунга чыкты. Ал илим менен техникалык татаал маселелерин чыгарууга, оптималдык режимде иштөөчү жаңы техникалык каражаттарды долбоорлоого мүмкүндүк түзөт. Математикалык модель эл чарбасынын бардык тармактарында кеңири колдонулат. Төмөнкү көнүгүү-лөргө токтоло кетели.

1-маселе. Узундугу 1 м келген тактайдын «алтын кесилиш» жүргүзүлгөн чекиттерин тапкыла

Чыгаруу: (1) формуласы боюнча $\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x}$ теңдемесин чыгаралы. Акыркы теңдемеден $x^2=1-x$, $x^2+x-1=0$ квадраттык теңдемесин алабыз. $D = 1^2 + 4\cdot 1 = 5$. Анда $x_{1,2} = \frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$. Демек $x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$, $x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} < 0$. Алтын кесилиш жүргүзүлгөн биринчи чекитти

$x*_1 = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ таптык. $x_2<0$ болгондуктан аны кароодон чыгара-быз. Экинчи чекитин $x*_2=1-x*_1$ формуласы менен табабыз:

$x^*_2 = 1 - \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$, , жообу: $x^*_1 = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\,м$; $\quad x^*_2 = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\,м$

2-маселе. Бир жылдык мөөнөт менен фермер бир менчик банктан жеңил-детилген, жылдыгы 4% болгон кредит - 25000 сом алды. Бир жылдан кийин фермер банкка канча сумма кайтарып берерин аныктагыла.

Чыгаруу: Шарт боюнча M_o=25000 сом, P=4%. Маселени чыгаруу үчүн (2) формуласын колдонолу:

$$M_1 = M_0\left(1+\frac{P}{100}\right) = 25000\left(1+\frac{4}{200}\right) = 26000\ сом$$

Жообу: 26000 сом.

3-маселе. Күн горизонттон 45 (чоң шашке) көтөрүлгөндө теректин бийиктигинин көлөкөсүнүн узундугу а=12 м ди түзөт. Теректин бийиктигин тапкыла.

Чыгаруу: (3) формула боюнча

$$h = atg\alpha = 12\cdot tg45^0 = 12\cdot 1 = 12м..$$

Жообу: 12 м.

4-маселе. Бишкектеги «Lion» дүкөндө бир күндө эркек бут кийимдердин төмөндөгүдөй размердеги 45 түгөйү сатылды:

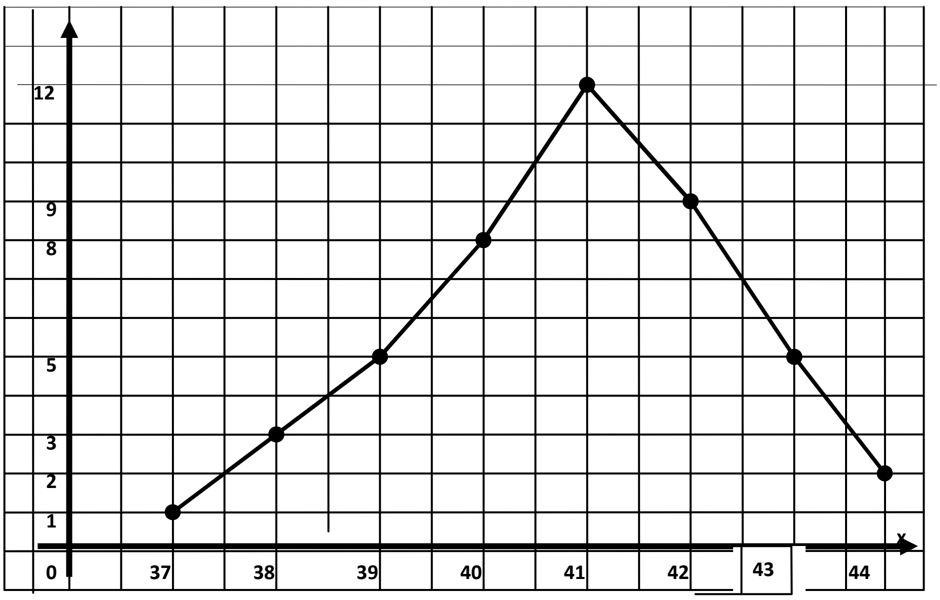
39	41	40	42	41	40	42	44	40	43	42
41	43	39	40	42	39	41	37	43	41	38
43	42	41	40	41	38	44	41	41	40	42
40	41	42	40	43	38	39	41	41	42	42
39										

Бул статистикалык маанилердин бөлүштүрүүсүн түзгүлө жана график түрүндө көргөзгүлө.

Чыгаруу: Берилген статистикалык маанилерди өсүшү боюнча жайгаштырып жана алардын ар бир мааниси канча жолу жолугарын эсептеп, төмөнкү статис-тикалык бөлүштүрүүнү алабыз:

Бут кийим разм., x_i	37	38	39	40	41	42	43	44	Баары
Түгөйлөр. саны, n_i	1	3	5	8	12	9	5	2	45

Алынган бөлүштүрүүнү график түрүндө көргөзөлү. График *полигон* деп аталат (3-сүрөт).



3-сүрөт

4-маселе. Материалдык чекит верти-калдык түз сызык боюнча тартылуу күчүнүн таасири менен жылат, мында t_0 моментиндеги абалы жана ылдамдыгы белгилүү. Кыймыл законун тапкыла,

Чыгаруу: Вертикалдуу түз сызыкты *Oy* огу деп алабыз, координат огунун башталмасын анын жер тегиздиги менен кесилишкен чекитин алабыз, ал эми *Oy* огун жогору көздөй багыттайбыз. t_0 убакыт моментиндеги чекиттин абалын жана ылдамдыгын y_0 жана v_0 аркылуу белгилейбиз. Ньютондун 2-законун эске алып, биз төмөндөгү экинчи тартиптеги дифференциалдык теңдемеге келебиз:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -g\,, \tag{4}$$

мында g - тартылуу күчүнүн ылдамдануусу. Биздин маселе $t=t_0$

болгондо

$$y = y_0\,, \quad \frac{dy}{dt} = v_0\,, \tag{5}$$

шарттарын канааттандыра турган (4) теңдемесинин $y = y(t)$ чыгарылышын табууга алып келет.

t_0, y_0 жана v_0 сандары чыгарылыштын башталгыч маанилери, ал эми (5) шарты *башталгыч шарт* деп аталат. (4) барабардыгын интегралдоо аркылуу төмөндөгүнү алабыз:

$$\frac{dy}{dt} = -gt + c_1, \tag{6}$$

мындан

$$y = -\frac{gt^2}{2} + c_1t + c_2\,. \tag{7}$$

(7) чи формула (4) теңдемесинин бардык чыгарылышын камтыйт, мында c_1 жана c_2 туруктуулар. Мындан (5) башталгыч шартын канааттандыра турган чыгарылышын белгилеп алабыз. Жөнөкөйлүк үчүн t_0 =0 деп алабыз. (6) жана (7) деги t, y жана $\frac{dy}{dt}$ ордуна 0, y_0 жана v_0 башталгыч маанилерин коёбуз. $c_1 = v_0$, $c_2 = y_0$ алабыз.

Биздин мисал үчүн c_1 жана c_2 изделип жаткан функциянын жана анын туун-дусунун башталгыч маанилери болот. c_1 жана c_2 ни алмаштыруу менен (4) дифференциалдык теңдеменин айрым чыгарылышын алабыз

$$y = -\frac{gt^2}{2} + v_0t + y_0$$

5-маселе. Нерсе v_0 башталгыч ылдамдыгы боюнча горизонтко α бурчу менен ыргытылган. Табуу керек нерсенин: а) траекториясынын көрүнү-шүн; б) эң жогорку көтөрүлүш абалынын бийиктигин; в) учуу алыс-тыгын (абанын каршылыгын эске албаганда).

Чыгаруу: xOy тик бурчтуу координата системасын алабыз, нерсе координата башталышынан горизонтко *α* бурчу боюнча ыргытылсын дейли. Анда ылдамдыктын түзүүчүлөрү төмөндө-гүдөй (каршылык эске алынган жок): $v_x = v_0 \cos\alpha$, б.а. горизонталдык түзүүчү турактуу жана $v_y = v_0 \sin\alpha - gt$.

Нерсенин x жана y координаталары убакыттан функция катары төмөндө-гүдөй табылат:

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t,$$
$$y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

I параметрин алып таштоо менен: $y = tg\alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0 \cos^2\alpha} \cdot x^2$ ээ болобуз.

$$tg\alpha = a, \quad \frac{g}{2v_0 \cos^2\alpha} = b$$

деп белгилеп (*a*, *b* - турактуу) $y = ax - bx^2$ ка ээ болобуз. Бул параболанын теңдемеси. Андан ары $y' = a - 2bx$, мындан $x = \frac{a}{2b}$ болгондо $y' = 0$, б.а.

$$y_{\max} = \frac{a^2}{2b} - \frac{ba^2}{4b^2} = \frac{a^2}{4b}, \quad y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}.$$

Нерсе жерге тийгенде y = 0 болот, б.а. $ax - bx^2=0$, мындан $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{a}{b}$. Эгер $x = \frac{a}{b}$ болсо, учуу аралыгынын эң максималдуу маанисин алабыз: $x_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha$, $x_{\max} \le \frac{v_0^2}{g}$ б.а. $\alpha = \frac{\pi}{4}$ болгондо барабардыка ээ болобуз.

Адабияттар

Абылгазиев Б., Андашев Д., Жапаров Ш. ж.б. Математика термин-дердин түшүндүрмө сөздүгү. Мектеп окуучулары үчүн. -Фрунзе: Кыргыз Совет Энциклопедиясынын Башкы ред., 1989-ж. - 208 б.

Байзаков А., Саадабаев А., Ыбы-кеева Ж.. Алгебра -8. -Бишкек: Билим куту. - 2006. -230 б.

Терешин Н.А. Прикладная направ-ленность школьного курса математики. - М.: Просвещение, 1990. — 96 с.