УДК 378.147

Салыков С.С, Жапарова С.Н., Кадырова А.Б.
К.Тыныстанов атындагы ЫМУ

ТЕҢДЕШ ӨЗГӨРТҮП ТҮЗҮҮЛӨРДҮ ОКУТУУНУН КӨЙГӨЙЛҮҮ МАСЕЛЕЛЕРИ

Макалада мектеп алгебрасынын башталгыч курсунун негизги мазмундук-методикалык багыттарынын бири болгон туюнтма жана аларды теңдеш өзгөртүп түзүү бөлүмүндө мазмундары ачылып бериле турган теңдештик, теңдеш өзгөртүп түзүү сыяктуу түшүнүктөрдү калыптандыруунун жана аларды окутууда мотивдештирүүнүн, ошондой эле тиешелүү окуу материалдарын өздөштүрүүдө окуучулар кездеше турган кыйынчылыктарды жоюунун жолдору жана каражаттары талдоого алынып, негиздүү методикалык сунуштар келтирилди.

Мектеп математикасынын мазмунун талдоо көрсөткөндөй, методикалык жана структуралык ыңгайлуулук үчүн аларды бир катар мазмундук-методикалык багыттарга ажыратып кароо кабыл алынган. Ушундай багыттардын бири болуп туюнтма жана аларды теңдеш өзгөртүп түзүү мазмундук-методикалык багыты эсептелет. Алгебралык жана трансценденттик туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү өздөштүрүү менен окуучулар туюнтма жана анын түрлөрү жөнүндөгү, теңдештикти далилдөө боюнча ыкмаларга, билимдерге жана билгичтиктерге ээ болушуп, ошону менен бирге жалпы математикалык маданиятын да жогорулатууга мүмкүнчүлүк пайда болот. Кошумча түрдө, 7-8-класстардын алгебрасында рационалдык туюнтмаларды өзгөртүп түзүү боюнча өздөштүргөн билимдери жана көндүмдөрү жогорку класстарда тригонометриялык жана логарифмалык сыяктуу трансценденттик туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүдө да кеңири колдонулуп, натыйжада, предметтин темаларынын арасындагы шайкештиктер ишке ашырылуу менен, билимдердин компетенттүүлүгүнүн пайда болушуна шарт түзүлө тургандыгын белгилейли. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү темаларын окутуу менен окуучулардын сезимдеринде математиканын кубаттуу методдорунун бири болгон аналитикалык метод жөнүндө элестөөнүн калыптанышына өбөлгө түзүлөт. Чындыгында эле, кандай гана математикалык маселе аналитикалык метод менен чыгарылбасын, натыйжага жетүү кандайдыр бир теңдеш өзгөртүп түзүүнү аткаруу менен коштолот. Ошол эле учурда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү математиканын мектептик курсунун өзүнчө темасы катары берилбегенин, алгебранын жана анализдин башталышы курсунун дээрлик бардык темаларында окуп үйрөнүлө турганын белгилөө зарыл.

Биз чакан макалабызда мектеп алгебрасынын системалуу курсу башталган, 7-8-класстарда рационалдык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуу маселеси боюнча бир катар, негиздүү методикалык ой-пикирлерди ортого салмакпыз.

Мектеп математикасынын кандай гана бөлүмү болбосун, баарыдан мурда тигил же бул түшүнүктү калыптандыруу ишке ашырыла турганы белгилүү. Анткени илимий түшүнүк, ой жүгүртүүнүн, демек, дүйнөнү таанып билүүнүн негизги формасы катарында объектилердин негизги, маңыздуу белгилерин чагылтат. Бул багытта теңдештик түшүнүгүнө кайрылсак, мектепте математика боюнча билим берүү тарыхында (кийинки 50-60 жыл чегинде) алгебра окуу китептеринде бул түшүнүккө ар түрдүү үч аныктама берилип келгенин белгилөө керек:

1) өзгөрмөлөрдүн бардык маанилеринде туура болгон барабардык теңдештик деп аталат;

2) өзгөрмөлөрдүн кабыл алууга мүмкүн болгон бардык маанилеринде туура болгон барабардык теңдештик деп аталат;

3) берилген көптүккө тиешелүү болгон, өзгөрмөнүн бардык маанилеринде туура болгон барабардык ошол көптүктө теңдештик деп аталат.

Көрсөтүлгөн бул аныктамалардын ортосундагы көз карандылык жөнүндө сөз кылсак, биринчи аныктаманын маанисиндеги теңдештик экинчи жана үчүнчү мааниде да теңдештик боло турганын көрүү кыйын эмес. Чындыгында эле, эгерде барабардык өзгөрмөлөрдүн бардык маанилеринде туура болсо, анда ал өзгөрмөлөрдүн кабыл алууга мүмкүн (берилген көптүккө таандык болгон) бардык маанилеринде да туура барабардык болот. Ал эми экинчи жана үчүнчү учурлар орун алганда, барабардыктын биринчи учуру үчүн да теңдештик боло турганы дайыма эле келип чыкпайт. Маселен, барабардык ага кирген өзгөрмөлөрдүн кабыл алууга мүмкүн болгон бардык маанилеринде туура болсо эле, анын өзгөрмөлөрдүн бардык маанилеринде туура барабардык боло турганы логикалык натыйжа катарында келип чыкпайт. Бул, демек, көрсөтүлгөн аныктамалар эквиваленттүү эмес дегенди билдирет. Ал эми логиканын талабына ылайык, илимий түшүнүккө ар түрдүү аныктама берилсе, алардын эквиваленттүүлүгүн далилдөө илимдин ошол тармагын тыкыр түрдө түзүү үчүн өтө зарыл экендиги белгилүү (бул багытта математикалык анализдин системалуу курсунда предел түшүнүгүнө берилген Кошинин жана Гейненин аныктамаларынын өз ара тең күчтүү экендиги тыкыр түрдө далилденип берилгенин жана ошону менен ал эки аныктама бирдей эле көлөмгө ээ болгон түшүнүктүн маңыздуу белгилерин ар түрдүү жолдор менен ачып көрсөтө турганын белгилеп кетели). Жогоруда көрсөтүлгөн аныктамалардын эквиваленттүүлүгү жөнүндө сөз кылганда, албетте, мектеп математикасын окутуу өзгөчөлүктөрү эске алынууга тийиш экендиги табигый иш.

Дидактиканын принциптерин (айрыкча, жеткиликтүүлүк) эске алуу менен, азыркы учурда 7-класстын алгебрасында бүтүн, ал эми 8-класста болсо бөлчөктүү рационалдык туюнтмалар жана аларды теңдеш өзгөртүп түзүү каралат. Ушул структуралык өзгөчөлүктөргө байланыштуу, жогоруда көрсөтүлгөн 1-аныктама 7-класстын, ал эми 2-аныктама 8-класстын алгебра курсунда сунуштала турганын белгилейли. Бул аныктамалар окуучулардын жаш өзгөчөлүгүн жана билим деңгээлин эске алуу менен конкреттүү-индуктивдик жолду колдонуу аркылуу киргизилет. Мисал катарында, бүтүн сандардын көптүгүндө каралган туюнтма жана алардан түзүлгөн барабардык түшүнүктөрүнө таянуу менен, 7-класстын алгебра курсунда теңдештик түшүнүгүн киргизүү ыкмасына токтололу. Окуучуларга 6x-4 жана 2(3x-2) туюнтмаларынын сан маанилерин өзгөрмө x-тин ар түрдүү маанилеринде, таблица түзүү аркылуу (пропедевтикалык максатта мындай таблицаларды түздүрүү төмөнкү класстан эле мугалим тарабынан ишке ашырылып келген) салыштырууну өз алдынча аткаруу сунушталат:

x	-2	-1,5	-1	0	1	-1/2	3
6x-4	-16	-13	-10	-4	2	-1	14
2(3x-2)	-16	-13	-10	-4	2	-1	14

Өзгөрмө x тин бардык бирдей эле маанилеринде эки туюнтманын тиешелүү сан маанилери барабар болуп жатканын окуучулар белгилешет да, 6x-4=2(3x-2) барабардыгын жазышат. Андан ары ушул сыяктуу өзгөрмөсү (өзгөрмөлөрү) бар барабардыктарды теңдештик деп атай турганыбыз эскертилип, а+в=в+а, а(в+с)=ав+ас ж.б.у.с. окуучуларга мурдатан жакшы белгилүү, ошол эле учурда өзгөрмөлөрдүн бардык маанилеринде туура болгон барабардыктарды теңдештик катарында мисалга келтиребиз. Натыйжада, биринчи аныктама анализдөө жана синтездөө операцияларын колдонуу менен пайда болот. Мында окуучулар адегенде туюнтмаларда өзгөрмөлөр бар экендигин, андан ары эки туюнтманы камтыган барабардык өзгөрмөнүн бардык маанилеринде туура барабардык боло турганын белгилешип, анализдөө менен алынган бул корутундуларды бир сүйлөмгө бириктирүү менен синтезди ишке ашырат да, натыйжада, биринчи аныктама пайда болот. Албетте, класста $2x+1,3x^2=x(2+1,3x)$ ж.б.у.с. бир катар мисалдарды да зарылдыгына жараша келтиребиз. Кошумча түрдө 0,7x+2 жана 2,7 туюнтмаларынан түзүлгөн, дайыма туура боло бербей турган мисалдарды келтирүү теңдештик түшүнүктөрүн маңыздуу белгилерин аң-сезимдүү өздөштүрүүгө өбөлгө болот. Аягында туура сан барабардыктары да теңдештик боло турганын (мисалы -2,3+5=3,3) белгилеп коюу керек.

Теңдештик түшүнүгү менен бирге эле, теңдеш барабар туюнтмалар, туюнтманы теңдеш өзгөртүп түзүү түшүнүктөрү да окуучулардын таанып-билүү активдүүлүгүнө жана алардын билим деңгээлине таянуу менен киргизилет: “Өзгөрмөлөрдүн бардык маанилеринде тиешелүү маанилери барабар болгон эки туюнтма теңдеш барабар деп аталат”, “Берилген туюнтманы ага теңдеш барабар болгон башка туюнтма менен алмаштыруу ал туюнтманы теңдеш өзгөртүп түзүү деп аталат” [1]. Бул аныктамалардан туюнтмалардын үстүнөн жүргүзүлгөн амалдарга функционалдык анализдин көз карашы таркатылып жатканын көрөбүз. Анткени көрсөтүлгөн көз караш боюнча, маселен, эки көп мүчөнү кошуу үчүн алардын арасына “+” белгисин коюу менен эле чектелүүгө болбойт. Алынган туюнтманын мааниси аларга кирген өзгөрмөлөрдүн бардык маанилериндеги туюнтма-кошулуучулардын маанилеринин суммасына барабар экенине ишенүү зарыл. Ушул жагдайга байланыштуу окуу китептеринде [1], [2], «2,5(-3,1к) туюнтмасын жөнөкөйлөткүлө», «12 (t-p) туюнтмасын көбөйтүүнүн кошууга карата бөлүштүрүүчүлүк касиетин пайдалануу менен теңдеш барабар туюнтмага өзгөртүп түзгүлө” “y(а-в)+(c+d) туюнтмасында кашааларды ачкыла” д.у.с. тренировкалык жана чыгармачылык менен иштөөнү талап кылган көнүгүүлөр сунушталат. Бул сыяктуу көнүгүүлөрдө берилген туюнтма ага теңдеш барабар туюнтма менен, туюнтмада көрсөтүлгөн тиешелүү амалдарды аткаруу аркылуу алмаштырылып жатканын байкайбыз. Жалпы алганда, туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнүн теориялык негизи катары сандардын үстүнөн жүргүзүлгөн амалдардын касиеттери (кошуунун жана көбөйтүүнүн коммутативдик, ассоциативдик касиеттери ж.б.) кызмат кыла турганына өзгөчө белгилеп коюу зарыл.

Окутуу практикасы көрсөткөндөй, [3], [4] туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүдө жана теңдештиктерди далилдөөдө окуучулар көптөгөн, ар түрдүү мазмундагы каталарды келтиришет. Мындай жагдайдын обьективдүү да, субьективдүү да жагы бар. 7-класстан алгебра курсун системалуу түрдө окууга киришкен окуучуларга тендеме, теңдеш өзгөртүп түзүү, өзгөрмө, көп мүчө ж.б.у.с. сыяктуу түшүнүктөрдү белгилеген көптөгөн жаңы терминдерди, тигил же бул жаңы операцияны туюнта турган этиштерди (мисалы, жөнөкөйлөт, өзгөртүп түз, далилде) жана туюнтмалардын арасындагы катнаштарды билдирүүчү жаңы сөздөрдү (мисалы, теңдеш барабар, тең күчтүү) өздөштүрүүгө туура келет. Ушулар менен катар эле, түшүнүк же алардын ортосундагы катыштар менен байланышта болгон символдордун бир топ арбын көптүгү да (мисалы, a^4, $a^3 \pm в^3$) окуучуларга сунушталат. Бул сыяктуу жагдайлар, айрыкча, 7-класста алгебра курсунун алгачкы сабактарында белгилүү деңгээлде кыйынчылыктарды пайда кылбай койбойт. Көрсөтүлгөн кыйынчылыктарды, баарыдан мурда, окуучулардын математикалык речин өстүрүү багытында талыкпай жүргүзүлгөн иштер аркылуу жоюуга мүмкүн [4]. Мисалы, x^3-y^3, a^2-$в^2$, $(a+в)^3$ ж.б. туюнтмаларды эки туюнтманын кубдарынын айырмасынын (суммасынын) кубу, эки туюнтманын квадраттарынын айырмасы, эки туюнтманын суммасынын (айырмасынын) кубу деп мазмунду окутууну (жок дегенде бул материалдарды өтүүгө арналган алгачкы сабактарда) ишке ашыруу максатка ылайык. Көпчүлүк учурда, маселен, a^3-$в^3$ туюнтмасын "а куб минус в куб" деп туура эмес окууга жол берилип калганы байкалууда. Мында алгебралык диктантты да колдонуу пайда бере турганын белгилөө керек [3]. Ошондой эле азыркы методикада иштелип чыккан мисалдарды ар тараптан варианттап берүү ыкмасын колдонуу окуу материалдарын өздөштүрүүнүн аң-сезимдүүлүгүн жогорулатат. Маселен, -(x-y)=-x+y теңдештиги менен окуучуларды тааныштырууда, аны солдон оңго карай жазуу жана окуу менен гана чектелбестен, ошону менен бирге, оңдон солду карай (-x+y=-(x-y)) да окууну жана жазууну талап кылуу керек. Бул жазуулардын максаты ар түрдүү: биринчи учурда алдында терс белги болгон кашааны ачуу жөнүндө сөз болуп жатса, экинчиде-кашаанын сыртына "-" белгисин чыгаруу эрежеси көрсөтүлгөн. Бул теңдештиктерди өз ара салыштыруу иши алардын алгачкысы жөнүндө кошумча маалымат берет. Келтирилген теңдештикти вариациялоонун башка жолдорун да колдонууга болот:

1) $-(x-y)=-x+y$	2) $-(x+y)=-x-y$
$-x+y=-(x-y)$,	$-x-y=-(x+y)$,
3) $-(-x-y)=x+y$	4) $-(x+y)=x-y$
$x+y=-(-x-y)$,	$+x-y=-(-x+y)$.

Окуучулардын туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү боюнча билимдеринин аң-сезимдүүлүгүн жана бекемдигин камсыз кылуу үчүн аналогия методун колдонуп, теңдештик түшүнүгүн сан барабардык түшүнүгү менен салыштырууну уюштуруу да дурус болот. Маселен, -(x-y)=-x+y теңдештиги −(7,5-3)=-7,5+3 сыяктуу сан барабардыгынын жалпыланышы болот.

Окуучулардын билимдеринин аң-сезимдүү болушуна, жекече учурда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүдө алар тарабынан кетириле турган каталарды алдын алууга жетишүүдө тигил же бул теңдеш өзгөртүп түзүүнүн максатын так түшүнүү менен оң мотивди пайда кылуу да чоң мааниге ээ. Маселен, бүтүн рационалдык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнүн маанисин, максатын ачып берүүдө 7,8а-7,8в=7,8(а-в) сыяктуу мисалга кайрылабыз да, кашаанын сыртына жалпы көбөйтүүчүнү чыгаруу аркылуу 7,8а-7,8в туюнтмасынын сан маанисин табуу иши жөнөкөйлөгөнүнө токтолобуз. Чындыгында эле, мисалы а=2, в=1,3 деген өзгөрмөлөрдүн маанилериндеги барабардыктын сол жагындагы 7,8а-7,8в туюнтмасынын сан маанисин табуу үчүн үч амалды аткаруу зарыл болсо, 7,8(а-в) туюнтмасына өзгөрмөлөрдүн ошол эле маанилерин коюу менен, анын сан маанисин табуу үчүн эки гана амалды аткаруу талап кылына турганын айрыкча баса көрсөтүү керек. Көрсөтүлгөн теңдеш өзгөртүп түзүү максатка ылайыктуу экени өзүнөн-өзү көрүнүп турат. Кандайдыр бир санга барабар болгон туюнтмаларды кароодо болсо, жогоруда белгиленген артыкчылык ого бетер ачык көрүнөт. Мисалы, $(x-y)(x+y)-(x^2-y^2)+3$ туюнтмасынын $x=2$; $y=1,5$ болгондогу сан маанисин түздөн түз коюу менен эсептесек, анда сегиз амал аткарууга туура келмек. Бул туюнтманы теңдеш өзгөртүп түзүү анын үчкө теңдеш барабар экенин көрсөтөт: $(x-y)(x+y)-(x^2-y^2)+3=3$. Ошентип, биздин учурда теңдеш өзгөртүп түзүү кандайдыр бир эсептөөнү жүргүзүүдөн толугу менен куткарат.

Ал эми кыскача көбөйтүүнүн $(a-в)(a+в)=a^2-в^2$ деген формуласын өтүүдө, бул теңдештик көп учурда эки сандын квадраттарынын айырмасын табууда кеңири колдонула турганын алдын-ала көрсөтсөк, оң мотивдин пайда болушуна жетише алабыз. Бул багытта 99^2-1 сыяктуу сан туюнтмасынын маанисин табууда эки туюнтманын квадраттарынын айырмасын өзгөртүп түзүүгө мүмкүндүк берүүчү теңдештикти пайдаланып, $99^2-1=(99-1)(99+1)$ деген барабардыкты жазабыз да, анын сан мааниси оңой эле табыла турганын көрсөтөбүз.

Мектеп алгебрасынын башталгыч курстарын [1], [2] анализдөө көрсөткөндөй, рационалдык туюнтмаларды жөнөкөйлөтүүгө арналган көнүгүүлөргө кеңири орун берилген. Бул учурда берилген туюнтманын аныктоо областын табуу маселеси орчундуу коюлушу мүмкүн. Албетте, бүтүн рационалдык туюнтма учурунда аныктоо областын табуу зарылдыгы жокко эсе: мындай туюнтмалар ага кирген өзгөрмөлөрдүн бардык маанилеринде мааниге ээ болушат. Мисалы, $(a-в)^2+(a+в)^2-2(a+в)^2$ туюнтмасын теңдеш өзгөртүп түзүү менен жөнөкөйлөтүүдө аныктоо областы жөнүндө сөз кылуу зарыл эмес, анткени туюнтмада бөлүмдөр да, тамыр белгиси да ж.б. жок.

Бөлчөктүү рационалдык туюнтмалардын жөнөкөйлөтүүдө, айрыкча, жөнөкөйлөтүү экинчи бир тапшырманы аткаруунун аралык этабы болсо, аныктоо областын изилдөө зарылдыгы келип чыгат. Маселен, $f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$ функциясынын графигин түзүп тапшырмасы берилсе, андан $\frac{x^2-1}{x+1}$ бөлчөктүү рационалдык туюнтмасынын аныктоо областын изилдөө зарылдыгы келип чыгат. Себеби $f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$ жана $q(x)=x-1$ функциялары, алардын табигый аныктоо областы ар түрдүү болгондуктан, ар түрдүү болушуп, графиктери да дал келишпейт. Мына ошентип, теңдеш өзгөртүп түзүүнү талап кылган көнүгүүлөрдү иштетүүдө жөнөкөйлөтүүнүн максаттарын тактап алуу пайдалуу болот.

Айрым ылайыктуу учурда теңдештиктердин теориялык негизгин түшүндүрүү да окуучулардын билиминдеги формалдуулукту жоюуга көмөктөшөт. Маселен, жогоруда көрсөтүлгөн $-(x-y)=-x+y$ теңдештигин төмөндөгүчө далилдөөгө болот:

$-(x-y)=-1\ (x-y)=-1\ x+(-1)\ (-y)=-x+(+y)=-x+y$. Бул далилдөөдө $-x=-1\ x$, $(-1)\ (-y)=+y$ теңдештиктери, көбөйтүүнүн кошууга карата бөлүштүрүүчүлүк касиети жана $-1\ x=-x$,

$y=(-1)\ (-y)$, $-x+(+y)=-x+y$ барабардыктары колдонулду.

Жогоруда келтирилген ыкмалар менен катар эле теңдештиктерди окуп-үйрөнүүдө, окуучулардын таанып-билүү активдүү иш-аракеттерин уюштуруу, алардын байкагычтыгын өстүрүү, өзүн-өзү көзөмөлдөө ж.б. ыкмаларды интерактивдик окутуу менен айкалыштырып колдонуу да чоң мааниге ээ экенин эске алуу керек.

Жыйынтыктап айтканда, маанилүү мазмундук-методикалык багыттардын бири болгон туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуу ишин эффективдүү уюштуруу окуучулардын математика боюнча билимдеринин сапатын жакшыртууга шарт түзөт.

Адабияттар:

1. Алгебра: орто мектептин 7-класс үчүн окуу китеби /А.Теляковскийдин редакциясы астында. -Б.: Мектеп, 1993.

2. Байзаков А.Б. ж.б. Алгебра: Жалпы билим берүүчү орто мектептин 8-кл.үчүн окуу китеби. -Б.: Aditi, 2009.

3. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Преподавание алгебры в 6-8-кл. -М.: Просвеүение, 1980.

4. Бекбоев И.Б. Инсанга багыттап окутуу технологиясынын теориялык жана практикалык маселелери.-Б.: Педагогика, 2003.