УДК: 513(07)

С.С.Салыков, Ж.М.Мамыров, С.Н.Жапарова
К.Тыныстанов ат. ЫМУ

КӨП ГРАНДЫКТАРДЫ ОКУТУУНУН МЕТОДИКАЛЫК МАСЕЛЕЛЕРИ

Макала стереометрия курсунун негизги темаларынын бири болгон көп грандыктарды (призманы) жана туура көп грандыктарды окутуунун методикалык системасын иштеп чыгууга арналган. Негизги каражат катарында максатка ылайык түзүлгөн көнүгүүлөрдүн системасын пайдалануу, негиздөө менен, сунуш кылынат.

Көп грандыктар жөнүндөгү окуу мектеп стреометриясынын традициялык бөлүмдөрүнүн бири болуп, орто мектепте математиканы окутуунун тарыхында өзүнүн татыктуу ордун эзелтеден бери ээлеп келе жатат. Мындай жагдай барыдан мурда, көп грандыктар жөнүндөгү окуунун билим берүүчүлүк да, өнүктүрүүчүлүк да маанисинин өтө жогору экендиги менен шартталган. Чындыгында эле призма, пирамида жана анын түрлөрүн окуп үйрөнүү менен окуучулар планиметрия курсунда өткөн бир катар маанилүү маалыматтарды (түз сызыктардын параллелдүүлүк жана перпендикулярдык катыштары, үч бурчтук, төрт бурчтук ж.б. фигуралардын касиеттери) эстерине түшүрүүгө аргасыз болушуп, натыйжада геометрия боюнча билимдеринин ийкемдүү жана терең болушуна шарт түзүлөт. Ушуну менен катар эле стереометрия курсунун алгачкы темаларында (10-класс) түз сызык менен тегиздиктин параллелдик жана перпендикулярдык катыштары жөнүндөгү маалыматтар кеңири колдонулуп, класстар аралык шайкештик ишке ашырылат да, окуучулардын билимдеринин аң сезимдүү жана бекем болушуна алып келет.

Көп грандыктардын доскага жана окуучунун дептерлерине дурустап сызылган сүрөттөлүштөрү, фабрикалык жол менен картондон, жыгачтан, зымдан жана айнектен даярдалган алардын татынакай моделдери окуучулардын мейкиндиктик элестөөлөрүнүн калыптанышына, ошондой эле аларга эстетикалык таалим-тарбия берүүгө мүмкүнчүлүктү пайда кылат.

Мына ошентип, көп грандыктар жөнүндөгү темаларды өтүү менен окуучулардын 7-9 жана 10-класстарда геометрия боюнча алган билимдерин синтездөө, ошондой эле алардын инсандык касиеттерин өстүрүү ишке ашырылат.

Илимий-педагогикалык адабияттарда көп грандыктарды окутуу методикасына бир катар изилдөөлөр арналган. Аларда көрсөтмөлүүлүктү пайдалануу боюнча [4], аналогия методун колдонуу багытында [1;2], мазмундун удаалаштыгы жөнүндө ж.б. бир катар баалуу сунуштар келтирилет [3]. Ошондой болсо да бөлүмдүн негизги темаларын окутуунун жолдору жана каражаттары ачык көрсөтүлгөн изилдөөлөр жокко эсе экенин белгилөөгө туура келет. Максатка ылайык түзүлгөн көнүгүүлөрдүн мазмуну, удаалаштыгы жана аларды колдонуу ыкмасы ачык көрсөтүлгөн, ошондой эле ар тараптан негизделген методикалык сунуштар, мектеп практикасы үчүн айрыкча зарыл болуп эсептелет. Биз өзүбүздүн чакан макалабызда максатка ылайыктуу түзүлгөн көнүгүүлөрдү тиешелүү методикалык сунуштар менен кошо келтирип, мектеп стереометриясында каралбаган айрым бир кызыктуу жана пайдалуу корутундуларды негиздөөсү менен бермекчибиз. Призма жана анын түрлөрүн окутууда, 9-класстын геометрия курсунан окуучулар көп грандык, жана анын түрлөрү жөнүндөгү түшүнүктөр менен кыскача тааныш экендигин эске алуу зарыл. Жогоруда белгиленгендей, теманы өтүүнүн алдында планиметрия курсунда жана 10-класста өтүлгөн керектүү окуу материалдарын өз убагында актуалдаштырууну ишке ашыруу зарыл.

Ал үчүн атайын түзүлгөн көнүгүүлөрдүн төмөнкүдөй системасын колдонуу максатка ылайык:

1. ΔABC жана $\Delta A_1B_1C_1$ берилген. $\llcorner C = \llcorner A_1C_1B_1 = \llcorner C_1HB_1 = 90^O$ $H \in A_1B_1$. $|AB| = |A_1C_1| = 5$, $|AC| = 4$, $|C_1H| = 3$ экендигин белгилүү болсо $\Delta ABC = \Delta A_1C_1H$ жана $\Delta ABC \sim A_1B_1C_1$ экенин далилдегиле.
2. 1-маселенин шарты орун алса, $|HB_1|$ жана $|B_1C_1|$ кесиндилеринин узундугун тапкыла.
3. АВСД ромбусуна $\llcorner A = \alpha$, $\alpha < 90°$. Бул ромбдун диагоналдары кесилишкен О чекити аркылуу АВ, ВС, СД жана АД жактарын тиешелүү түрдө Т,Н,К,Р чекиттеринде кесип өтө турган эки түз сызык жүргүзүлгөн. Эгерде $\llcorner POK = \alpha$, $\llcorner APO = 90°$ экени белгилүү болсо, ТНКР төрт бурчтуу тик бурчтук экенин далилдегиле.
4. 3-маселенин шарты берилип, КР=а болсо, ТНКР төрт бурчтугунун аянтын тапкыла.
5. АВСД трапециясынын (АД | | ВС) негизине параллель болгон тегиздик АВ жана СД жактарын, тиешелүү түрдө Т жана К чекиттеринде кесип өтөт. АД=10, ВС=6. Эгерде Т чекити АВ кесиндисинин ортосу болсо ТК кесиндисинин узундугун тапкыла.
6. Е чекити АВСД тик бурчтугунун тегиздигине тиешелүү эмес. $BE \perp AB$, $BE \perp BC$ болсо $BE \perp CД$ экенин далилдегиле.
7. 6-маселенин шарты орун алса, жана СД=6, СЕ=8 болсо, ЕСД үч бурчтугунун аянтын тапкыла.

Актуалдаштыруудан кийин көп грандыктар жөнүндө жалпы түшүнүк берүүгө өтөбүз. Көп грандыктарга түшүнүк берүүнү жөнөкөй көп грандыктарды (куб, параллелепипед) мисал катары келтирүүдөн баштоо оңтойлуу. Себеби алар менен окуучулар мурдатан аздыр-көптүр тааныш. Бул жагдай көп грандыктарга жалпы түшүнүк берүүнү кыйла жеңилдетет. Параграфтагы материалды окутууда көп грандык жөнүндөгү түшүнүк тереңдештирилиш керек. Эгерде планиметрияда көп бурчтукту туюк сынык сызык менен чектелген тегиздиктин бөлүгү катары карасак, азыр стереометрияда көп грандыкты ошого окшоштуруп мейкиндикте бардык жагынан көп бурчтуктар менен чектелген туюк фигура (тело) катары карайбыз. Демек көп грандыктын ичинде жаткан чекиттер да, аны чектеп турган бетте жаткан чекиттер да көп грандыкка тиешелүү болот. Бул түшүнүктү мисалдар (чиймеде же моделде) менен бышыктаган дурус. Мисалы куб, тик бурчтуу параллелепипед, пирамида, көп грандыктар, атап айтканда геометриялык телолор болушат. Ал эми тегиздиктеги фигуралар (мисалы үч бурчтук, айлана, трапеция ж.б) ошондой эле мейкиндиктеги эки грандуу бурчтар ж.б. телолор болуп эсептелбейт. Анткени алар телонун аныктамасына туура келбейт. Демек, бардык телолор геометриялык фигуралар болушат, ал эми бардык эле геометриялык фигуралар тело боло бербейт. Мугалим бул айырманы окуучуларга ачык түшүндүрүшү зарыл, аны эске сактап калуунун жолдорун колдонуу керек.

Жаңы материалды окутууда көп грандыкка аныктама берилип, ал аныктама чиймеде (1-сүрөт) же моделде айкалыштырылат.

Окуу китебинде төмөнкүдөй тек түрдүк аныктама берилген. Бети (грандары) чектүү сандагы көп бурчтуктардан турган тело көп грандык деп аталат [1]. Өзгөчө көп грандыктын элементтерин аныктап, аларды чиймеде көрсөтүү маанилүү болот. Ошону менен бирге көп грандыктын диагоналдарын жана диагоналдык кесилиштерин чиймеде белгилеп көрсөтүп, аларды кантип түзүү керек экендигин түшүндүрүү зарыл. Көп грандыктын сүрөтүндө (1-сүрөт) бардык эле кесиндилер, мисалы АД кесиндиси көп грандыктын диагоналы боло бербейт. Ошондой эле көп грандыктагы бардык эле көп бурчтук диагоналдык тегиздик боло бербейт.

Көп грандыктар жөнүндөгү түшүнүктөрдү жеңилдетүү максатында мындан ары биз негизинен томпок көп грандыктарды гана карай тургандыгыбызды окуучуларга эскертип коюу дурус болот.

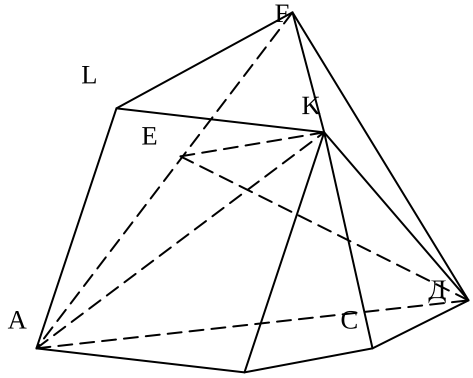
Теманын аягында Эйлердин теоремасын туюнтуучу формуланы берүү каралган $e+f-к=2$. Мында **е** - томпок көп грандыктын чокуларынын саны. **f** - грандарынын саны, **к** - кырларынын саны. Каалагандай томпок көп грандык үчүн Эйлердин теоремасынын аткарыла турганын, кубдун мисалында көрсөтүп коюу максатка ылайык.

Кийинки темада призма түшүнүгү киргизилет. Ага төмөнкүдөй тек түрдүк аныктама берүү каралган: “Параллель тегиздиктерде жаткан эки граны барабар көп бурчтуктар, ал эми калган грандары параллелограммдар болгон көп грандык призма деп аталат”. Мындай көп грандыкты табууга мүмкүн экендигине (2-сүрөт) көңүл буруп, плакатта анын кантип түзүлгөнүн көрсөтсө оңтойлуу болот. $\alpha \| \alpha_1$ тегиздиктери жана ℓ багыты берилсин (2-сүрөт). α_1 тегиздигинде жаткан $A_1B_1C_1Д_1E_1$ көп бурчтугун алып, аны ℓ багыты боюнча α тегиздигине проекциялайбыз (көрүнбөгөн элементтери пунктар сызыгы аркылуу көрсөтүлдү). Натыйжада АВСДЕ көп бурчтугу пайда болот.

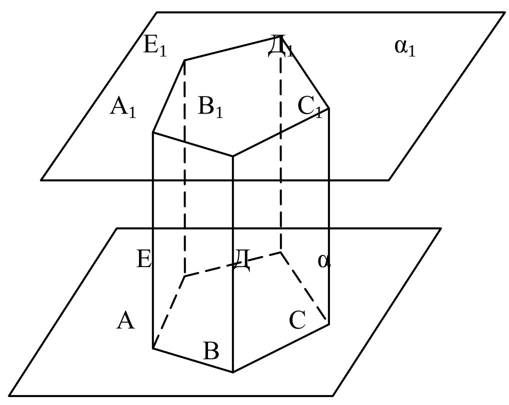
Мында $A_1A \| B_1B \| ... \| E_1E \| \ell$ болору түшүнүктүү. Көп бурчтуктун удаалаш чокулары аркылуу жүргүзүлгөн параллель түз сызыктардын ар бир эки түгөйү аркылуу тегиздик жүргүзөбүз. Анда ал тегиздиктер жана АВСДЕ $A_1B_1C_1Д_1E_1$ көп бурчтуктары көп грандыкты аныктайт. Ал көп грандык призма болот (аны өзүнчө сызсак, 2-сүрөттөгүдөй көрсөтүлөт). Чындыгында эле, параллель тегиздиктердин арасында жаткан параллел кесиндилер болгондуктан, $AA_1=BB_1=...=EE_1$ болот. Анда $ABB_1A,...,EAA_1E_1$-параллелограммдар болушат. Ошону менен бирге эле тиешелүү жактары барабар болгондуктан, $АВСДЕ=A_1B_1C_1Д_1E_1$ болору түшүнүктүү. Демек, призманын аныктамасына туура келет. Призма мейкиндиктин туюк, чектелген бөлүгү (2-сүрөт) экендигин чиймеде көрсөтүү зарыл. Анын элементтерин (чокуларын, негиздерин, каптал грандарын, кырларын, диагоналдарын, диагоналдык кесилиштерин) даяр чиймеде же моделде көрсөтүү оңтойлуу болот. Мында призманын бийиктиги бир негизинен экинчи негизине, б.а. параллель тегиздиктерге түшүрүлгөн перпендикуляр катары аныкталат, ал перпендикулярдын узундугу негиздеринин арасындагы аралыкты аныктай тургандыгын окуучуларга түшүндүрүп коюу зарыл. Биздин оюбузча, жогорудагы маалыматтарды бергенден кийин, призманы түзүүнүн (сызуунун) жолун көрсөтүү максатка ылайык, анткени, мындай түзүү көрсөтүлгөн көп грандыктын жашай тургандыгынын конструктивдик далилдөөсү болот.

Түшүндүрүү түз эле төмөнкү түзүүнүн алгоритмасын келтирүүдөн башталышы мүмкүн:

1) эрктүү көп бурчтукту - демек призманын бир негизин сызабыз;
2) анын чокуларынан, көп бурчтуктун тегиздигинин бир жагында жаткан өз ара параллель шоолаларды жүргүзөбүз;
3) шоолаларда алардын башталышынан, өз ара барабар кесиндилерди өлчөп коюп, алынган чекиттерди туташтыруу менен жогорку негизди алабыз. Келип чыккан көп грандык призма болот.



1-сүрөт



2-сүрөт

Параллель көчүрүү кыймыл болгондуктан жана призманын аныктамасында бул түшүнүк пайдалангандыктан, анын бир катар касиеттери натыйжа катарында аныктамадан түздөн-түз келип чыгаарын айрыкча белгилөөгө татыктуу (айрыкча А.В.Погореловдун окуу китеби боюнча):

1. Параллель көчүрүүдө тегиздик параллель тегиздикке (же өзүнө) өткөндүктөн, призманын негиздери параллель тегиздиктерде жатышат.

2. Параллель көчүрүүдө чекиттер параллель (же дал келишкен) түз сызыктар боюнча бирдей гана аралыкка жылгандыктан, призманын каптал кырлары параллель жана барабар.

Андан ары призманын каптал бети негиздеринен жана каптал бетинен турарын белгилеп, анын бийиктиги жана диагоналы жөнүндө түшүнүк беребиз. Мында окуучулардын билимдеринин бекем болушуна жетишүү үчүн, фронталдык формада төмөнкүдөй суроолорду берүүгө болот:

1) үч бурчтуу призмада канча диагоналы болот?
2) төрт бурчтуу, беш бурчтуу, п-бурчтуу призмадачы?

Окуучулар үч бурчтуу призмада диагоналдар жок деп жана төрт бурчтуу призмада төрт диагонал (анткени анын төмөнкү негизинин ар бир чокусунан жогорку негизинин карама-каршы жаткан чокусуна бир гана диоганал жүргүзүүгө мүмкүн) болот деп, ал эми n-бурчтуу призма учурунда n(n-3) диагонал (анткени төмөнкү негизинин ар кандай A_i чокусунан, A_i чокусу жаткан грандагы A_i, A_{i+1}, A_{i-1} чокуларынан башка жогорку негиздин ар бир n -3 чокусуна диагонал жүргүзүүгө мүмкүн) болот деп жооп беришет.

Андан ары призманын сүрөттөлүшүнө негизделүү менен индукциялык жол аркылуу алынуучу, призманын диагоналынан башка элементтеринин сандык мүнөздөмөсү жөнүндөгү корутундуга окуучулардын өздөрү келишин камсыз кылуучу тапшырмалардын үстүнөн алардын чакан топтордо иштөөсүн уюштурабыз:

1. Үч, төрт жана n бурчтуу призмада канча граны жана канча каптал граны болот? (Окуучудан бардыгы 5,6 жана n+2 граны, ал эми каптал грандарынын саны 3,4 жана n болот деген жооп күтүлөт).

2. Үч, төрт жана n бурчтуу призмада бардыгы канча кыры жана канча каптал кыры болот? (Окуучулар тиешелүү түрдө бардыгы 9,12 жана 3*n кыры жана каптал кырларынын саны 3-кө, 4-кө жана n-ге барабар болот деп жооп беришет.

3. n бурчтуу призманын канча чокусу болот? (Окуучулардан n бурчтуу призмада 2 n чокусу болот деген индукцияга негизделген жоопту күтөбүз).

Темада, призманын маанилүү түрлөрү болгон тик призмага жана туура призмага тек, түрдүк аныктама берүү аркылуу алардын маңызы ачылып берилет: “Эгерде призманын каптал кырлары негизине перпендикулярдуу болушса, анда ал тик призма деп аталат. Негизинде туура көп бурчтук жаткан тик призма туура призма деп аталат”. Кошумча түрдө, мугалим окуучулардын көңүлүн жантык призманын да боло турганын сүрөттө жана моделде көрсөтүп койгону дурус. Андан ары жантык призманын каптал кыры ℓ анын бийиктиги h тан дайыма чоң экенин, ал эми тик призмада ℓ=h аткарыларын белгилеп, сыноочу бир катар суроо-көнүгүүлөрдү класска сунуш кыла алат:

1. Тик призманын каптал грандары жана диагоналдык кесилиштери кандай көп бурчтук болот? (жообу: тик бурчтуктар).

2. Жантык призманын каптал грандары же диагоналдык кесилиштери тик бурчтук болушу мүмкүнбү? (жооп: кээ бирлери болушу мүмкүн).

Окуучулардын көңүлүн, туура призманын аныктамасында көмүскө түрдө көрсөтүлгөн төмөнкүдөй эки белгиге буруп коюу керек (анткени бул акыл иш-аракет түшүнүккө алып келүүнүн негизин түзөт):

1. Призма туура болушу үчүн ал тик призма болушу зарыл;

2. Призма туура болушу үчүн анын негизи туура көп бурчтук болушу зарыл. Бул эки зарыл шартты синтездөө менен жетиштүү шартты алабыз.

Жогоруда диагоналдык кесилиш жөнүндө учкай сөз болду. Диагоналдык кесилиш, бир гранда жатпаган эки каптал кырлары аркылуу өтүүчү тегиздик катарында аныкталышы мүмкүн. Бул учурда да окуучулардын билимдеринин аң-сезимдүү жана бекем болушуна жетишүү үчүн аларга проблемалык мүнөздөгү бир катар төмөнкүдөй суроолор менен кайрылуу максатка ылайык:

1. Аныктамада көрсөтүлгөн кесилишти эмне үчүн жүргүзүүгө мүмкүн? (Жооп: призманын карама-каршы жаткан эки каптал грандары параллель).

2. Призманын диагоналдык кесилиштери кандай көп бурчтук болот? (Жооп: параллелограммдар болушат).

Албетте, окуучулардан жоопторду негиздеп берүүсүн талап кылуу зарыл экени түшүнүктүү. Маселен экинчи жооп учурунда, окуучулар параллелограммдын аныктамасына алып келүү акыл иш аракетин аткарышып, алынган төрт бурчтуктун карама-каршы жактары параллель экенине негизделишет.

Класстын математикалык билими бир топ жогору болсо, n-бурчтуу призманын диагоналдык кесилишинин саны жөнүндө сөз козгоп, талкуулоону уюштурууга болот (Бул суроо диагоналдардын саны жөнүндөгү суроодон бир топ татаал). Кесилиштин аныктамасынан окуучулар негиздин диагоналынын саны канча болсо, диагоналдык кесилиштин саны ошончо болот, деп корутунду чыгарышат. Ал эми томпок көп грандыктын негизи томпок көп бурчтук, демек мурдатан белгилүү болгондой, томпок n-бурчтуктун $\frac{n(n-3)}{2}$ диагоналы бар. Жогорку корутундуну төмөндөгүчө негиздеп берсе да болот. $A_i A_к\ A_к' A_i'$ деген диагоналдык кесилиш, призманын $A_i\ A_к^1$ жана $A_к\ A_i'$ деген диагоналдардын түгөйлөрү менен аныкталып берилет. Ал эми призманын диагоналдарынын саны n(n-3) барабар. Ошентип диагоналдык кесилиштин саны призманын диагоналдарынын санынан эки эсе аз болот.

И.Б.Бекбоев, ж.б. окуу китептер [1, 60], котормо окуу китебинен айырмаланып, призманын бетинин аянты жалпы учур үчүн берилген. Демек кыргыз авторлору, жалпылоо сыяктуу ойлоонун операцияларын калыптандырууга жетиштүү көңүл бөлүшкөнүн көрөбүз.

Методика бул теманы төмөнкүдөй тартипте өтүүнү сунуш кылат. Аянт жөнүндөгү түшүнүктү кайталоодон баштоо керек. Квадраттын, тик бурчтуктун, үч бурчтуктун, параллелограммдын аянттарын аныктоону жана алардын формулаларын эске алуу оңтойлуу.

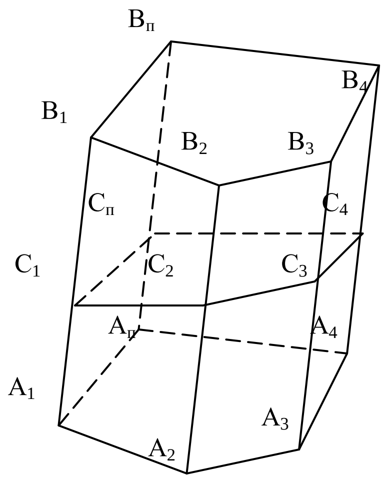
Призманын каптал бетинин жана толук бетинин аянты кантип аныкталарын ачып көрсөтүү зарыл. Мында 30-теореманын далилдениши маанилүү болуп эсептелет. Призманын каптал кырларына перпендикулярдуу кесилиш кандай аныкталарын көрсөтүү керек. Мында түз сызык менен тегиздиктин перпендикулярдуулугунун аныктамасы жана белгилери маанилүү ролду ойнойт. Анын касиеттерин ачык көрсөтүү зарыл болуп эсептелет. Бардык учурда призманын кырларынын өз ара барабар жана параллель болушарын белгилеп кетүү ашыктык кылбайт, ошону менен бирге, мында анын негиздери барабар болорун окуучуларга дагы бир жолу эскертүү маанилүү.

Тик жана туура призмаларга аныктамалар берилгенден кийин тиешелүү натыйжаны баяндоо оңтойлуу. Мында призмалардын беттеринин аянттары жөнүндөгү корутундуну кабыл алуу жеңилдейт. Анда 30-теорема жыйынтыктоочу мүнөздө болуп калат. Албетте, бардык учурда түшүнүктөр чийме менен коштолуп, тиешелүү маселелерди чыгаруу менен бышыкталышы зарыл. Окуучулар призманын каптал бетинин жана толук бетинин аянты деген түшүнүктөрдү ажырата билиши керек.

Эми ушул жалпы көрсөтмөнүн айрым кадамдарынын чечмеленишин көрсөтөлү. Окуу китебинин тиешелүү темасындагы башкы теориялык материал бул 30-теорема [1, 66-67].

Призманын каптал бетинин аянты анын перпендикулярдык кесилишинин периметрин каптал кырына көбөйткөнгө барабар.

Теореманын далилдөөсүнүн планын берүү менен окуучулардын өз алдынча иштерин уюштурууга болот (3-сүрөт):



3-сүрөт

1. п-бурчтуу жантык призманын сүрөттөлүшүн чийүү жана белгилөө ($A_1,A_2,...,A_п$ жана $B_1,B_2,...B_п$-негиздери, $A_1B_1,A_2B_2,...A_пB_п$ каптал кырлары);
2. $A_1B_1=A_2B_2=...=A_пB_п$, жана $A_1B_1 \| A_2B_2 \| ... \| A_пB_п$ экенин призманын аныктамасына таянуу менен далилдөө (аларды ℓ аркылуу белгилөө);
3. $\alpha \perp A_1B_1,...,\alpha \perp A_пB_п$ болгон α тегиздигин жүргүзүү, кесилиштин өзгөчөлүктөрүн тактоо: $P_\alpha=C_1C_2+C_2C_3+...+C_пC_1$, мында $C_1 € A_1B_1$, $C_2 € A_2B_2,...C_п € A_пB_п$, C_1,C_2, ... $C_п$ €α ; C_1,C_2 ,..., $C_п$ –перпендикулярдык кесилиш.
4. $C_1C_2 \perp A_1B_1$, $C_2C_3 \perp A_2B_2$,... $C_пC_1 \perp A_пB_п$ жана $A_1B_1B_2A_2$, $A_2B_2B_3A_3$,..., $A_пA_1B_1B_п$ -параллелограммдар дегенден, алардын аянттары жөнүндө корутунду жасоо (окуучу: $S_1=C_1C_2$ ℓ, $S_2=C_2C_3$ ℓ,... $S_п=C_пC_1$ ℓ деп жазат).
5. 4-дөн призманын каптал бети жөнүндө жалпы корутунду чыгаруу. (Окуучу: $S_{к.б.}=S_1+S_2+...+S_п=C_1C_2$ ℓ + C_2C_3 ℓ +...+$C_пC_1$ ℓ =P_α ℓ)

Аягында тик призманын каптал бетинин аянты жөнүндөгү натыйжаны берүү керек.

Эми туура көп грандыктарды окутуу маселесине кыскача токтололу.

Тегиздикте чексиз көп туура көп бурчтуктарды түзүүгө мүмкүн экендигин немец математиги К. Гаусс XVIII-кылымда, “Ферманын ($2^{2^{\wedge}к}$ +1 (к=0,1,2,...) формула аркылуу табыла турган) жөнөкөй саны” түшүнүгүнө таянуу менен далилдегендигин белгилеп, ал эми мейкиндикте болсо, болгону беш гана туура көп грандык боло тургандыгына окуучулардын көңүлүн бурабыз. Бул фактыны негиздеп берүүнүн астында, тарыхый маалыматтарды ыгы менен пайдалануу окуучулардын предметке болгон кызыгуусун арттырууга өбөлгө боло турганын эске алып, көп грандыктардын касиеттери негизинен, байыркы грек окмуштууларына белгилүү болгонун белгилеп, адегенде туура көп грандыктардын аталыштарын чечмелеп берип коюу максатка ылайык. Ал телолордун аталыштары гректердин сан атоочторунан, көп грандыктын грандарынын саны боюнча келип чыккан:

Тетраэдр - тетра(төрт) деген сөздөн,
Гексаэдр - гекст(алты) деген сөздөн,
Октаэдр - окта(сегиз) деген сөздөн,
Додекаэдр - додэка(он эки) деген сөздөн,
Икосаэдр - икоси(жыйырма) деген сөздөн.

Грек ойчулу Платондун (б.э.ч. 5-кылым) натурфилософиясында көрүнүктүү роль ойногондуктан, туура көп грандыктарды көп учурда платондун телолору деп да аташат. Платон тетраэдрди, октаэдрди, гексаэдрди жана икосаэдрди чыныгы дүйнөнүн негизги 4 элементтери - от, аба, жер жана суу менен байланыштырууга аракет жасаган. Платондун телолору, бир катар кристаллдар туура көп грандыктардын формасына ээ болушкандыктан, кристаллографияда кеңири колдонулушка ээ экенин белгилейли. Маселен, кайнатма түз гексаэдр түрүндөгү кристаллдардан турса, кадимки эле кымбат баалуу алмаз табигий шартта, көп учурда, октаэдрлер формасында кристаллдашат.

Окуучуларды туура көп грандыктардын касиеттери менен тааныштырууда, төмөнкүдөй суроолор маанилүү экендигине алардын көңүлүн буруу менен баштоо максатка ылайык:

- канча туура көп грандык жашайт?
- туура көп грандыктардын грандары катарында кандай туура көп бурчтуктар кызмат кылышы мүмкүн?
- туура көп грандыктын боло тургандыгы жөнүндөгү белгини кандайча окууга мүмкүн?

Коюлган суроолорго жооп бере турган теореманын далилдөөсү окуу китебинде келтирилбесе да ал анча татаал болбогондуктан, окуучулардын активдүү өз алдынча иштерине таянуу менен берүүгө болот.

Теорема. Туура көп грандыктардын болушу үчүн (p-2)(q-2)<4 шартынын аткарылышы зарыл жана жетиштүү.

Мында {p, q} символу менен туура көп грандык белгиленип, q саны көп грандыктын ар бир чокусунда бириге турган грандардын санын билдирсе, ал эми көп грандыктын ар бир граны туура p-бурчтук болот.

{p; q } туура көп грандыгы болсун. Далилдөө керек: (p-2)(q-2)<4.

Далилдөө. Көп грандыктын ар бир чокусунда q туура көп бурчтук бириксин дейли. Анда ал көп бурчтуктун бир бурчунун чоңдугу $\pi(1-\frac{2}{p})$ боло турганы түшүнүктүү. (Бул корутунду $\frac{\pi(p-2)}{p}$ формуладан алынат). Ал эми ар бир чокуда көп грандуу бурч пайда болушу үчүн, ошол чокудагы бардык жалпак бурчтардын суммасы 2π ден кичине болушу талап кылынары белгилүү. Демек, $q \bullet (1-\frac{2}{p})\pi \; \pi \; 2\pi$ (1). Мындан теңдеш өзгөртүү менен төмөнкүлөргө ээ болобуз: pq-2q<2p => pq-2q-2p<0 => pq-2q-2p+4-4<0 => (pq-2q)-(2p-4)-4<0 => q(p-2)-2(p-2)<4 => (p-2)(q-2)<4.

Ал эми p-2 жана q-2 натуралдык сандар, себеби мааниси боюнча p€N & q€N, ошондой эле p≥3 & q≥3. Мына ошентип эки натуралдык сандын (p-2 жана q-2 түрүндөгү) көбөйтүндүсү 4 төн кичине болууга тийиш жана аларды тандоо жолу менен табуу анча татаал эмес. Алар төмөнкүдөй түгөйлөр боло тургандыгы түшүнүктүү:

P-2	1	1	2	3	1
q-2	1	2	1	1	3

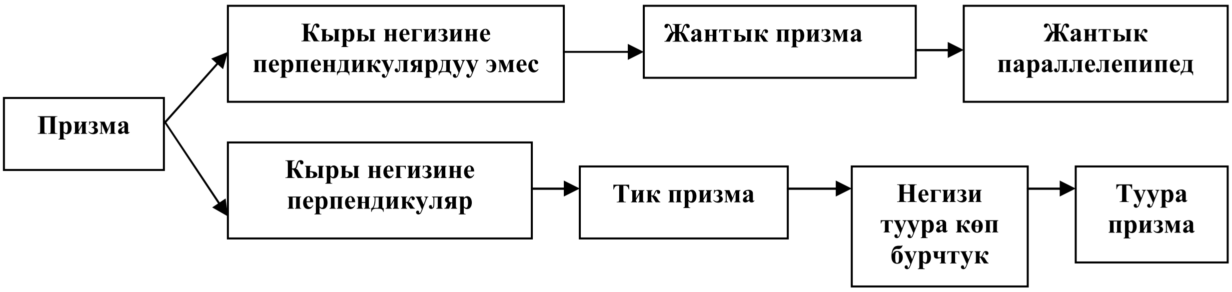
Бул таблицадан p жана q нун мүмкүн болгон төмөнкүдөй маанилерин (p-2=к, q-2=l теңдемелерин удаалаш чыгаруу менен) табабыз:

P	3	3	4	5	3
q	3	4	3	3	5

Көбөйтүндүсү 4 төн кичине болгон эки натуралдык санды тандап алуунун беш гана жолу болгондуктан, туура көп грандыктардын беш гана түрү боло турганы келип чыгат. Ошондой эле, ал туура көп грандыктын грандары туура үч бурчуктар, туура төрт бурчтуктар, туура беш бурчтуктар гана болушу мүмкүн. Ал эми ар бир чокуда 3,4 жана 5 гана грандардын биригиши ыктымал. Тагыраак айтканда, эгерде туура көп грандыктын грандары туура үч бурчтуктар болушса, анда көп грандыктын ар бир чокусунда же үч үч бурчтук ($60^0 \cdot 3<360^0$), же төрт үч бурчтук ($60^0 \cdot 4<360^0$), же беш үч бурчтук ($60^0 \cdot 5<360^0$) биригиши мүмкүн. Ал эми $60^0 \cdot 6=360^0$ болгондуктан, туура алты үч бурчтук көп грандуу бурчту түзө албайт. Натыйжада тетраэдр, октаэдр жана икосаэдр алынат. Эгерде туура көп грандыктын грандары квадрат болсо, анда $90^0 \cdot 4=360^0$ барабардыгынан, 4 квадрат көп грандуу бурчту түзө албай турганы келип чыгат. Демек, грандары квадрат болгон бир гана туура көп грандык (куб) болот. Ал эми $108^0 \cdot 3<360^0$ жана $108^0 \cdot 4>360^0$ шарттарынан, грандары туура беш бурчтук болгон (ар бир чокусунда үчтөн гран бириккен) туура көп грандык бирөө гана (ал додекаэдр) экендиги келип чыгат.

Ошентип, зарылдыгы далилденди. Жетиштүүлүгү, көрсөтүлгөн туура беш көп грандыктарды түзүүгө мүмкүн экендигинен келип чыгат.

Окуучулардын билимдерин системалаштырууга жана жалпылоого арналган сабакта, алардын жалпы акыл иш аракеттерин калыптандырууну улантуу максатында, призманын кыры менен негизинин тегиздигинин өз ара жайланыш абалы боюнча, төмөнкүдөй илимий классификациясын жана туура көп грандыктардын негизги белгилерин тизмектештирип көрсөтүүчү таблицаны берүү максатка ылайык.



Туура көп грандыктын негизги касиеттери			
Бардык грандары туура көп бурчтуктар	**Бардык көп гранду бурчтары бирдей сандагы грандардан турушат**	**Бардык кырлары барабар кесиндилер**	**Бардык жалпак бурчтары барабар**

Жыйынтыктап айтканда, билим берүүчүлүк жана таалим-тарбиялоо багытында чоң мааниге ээ болгон көп грандыктарды талап кылгандай деңгээлде окутуунун мааниси чоң экендигин мугалимдин эске алуусу зарыл.

АДАБИЯТТАР

1. Бекбоев И.Б. Геометрия: Орто мектептин 10-11 кл. үчүн окуу китеби. -Б.: Педагогика, 2000.
2. Бекбоев И.Б., Абдиев А., Айылчиев А., Салыков С., Ыбыкеева Ж.. Геометрия 10-11 класстарда окутуу: Мугалимдер үчүн методикалык колдонмо. -Б.: Педагогика, 2003.
3. Бекбоев И.Б. Инсанга багыттап окутуу технологиясынын теориялык жана практикалык маселелери. -Б.: Педагогика, 2003.
4. Методика преподавания математики. Частная методика / Сост. В.И. Мишин. -М.: Просвещение, 1987.