УДК:51

Абдылдаев Э.К., Абдылдаев К.К., Тултуков Б.Т.

ИИК им. акад. Ж.А.Алышбаева

ПРОЦЕДУРА РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В данной работе разработана процедура решения нелинейных задач геомеханики.

На основе численного метода конечных элементов нами разработана процедура решения нелинейных задач геомеханики с использованием метода начальных напряжений и деформаций. Метод начальных напряжений в сочетании с МКЭ предложен О.Зенкевичем. Этот эффективный и универсальный метод представляет собой итерационную процедуру с неизменными упругими характеристиками, постоянной матрицей жесткости и с переменным вектором узловых сил.

Пусть нелинейная связь полных напряжений и деформаций имеет вид:

$$\{\sigma\}=[D\text{уп}]\{\varepsilon\}, \tag{1}$$

где элементы матрицы[Dуп] не являются постоянными величинами, а зависят от деформации. Эта матрица не обязательно должна быть задана в явном виде. Достаточно задать серию операций, с помощью которых по заданным деформациям {σ} можно было бы вычислить теоретические напряжения в данной нелинейной среде.

Первоначально прикладывается полная заданная нагрузка, решается упругая задача с начальными, упругими свойствами. Составляется МЖС и рассчитываются напряжения и деформация (точка А на рис.1а). Соответствующие рассчитанным деформациям теоретические напряжения {σт}1, вычисленные по формуле (1), будут отличаться от упругих напряжений{σ}1. Разница

$$\{\sigma\}1-\{\sigma\text{т}\}1=\{\Delta\sigma\text{ н}\}1, \tag{2}$$

рассматривается как прирост начальных напряжений. Прирост начальных напряжений элемента пересчитывается в начальные узловые силы:

$$\{F\}=R_y\int_S[B]^T\{\Delta\sigma^H\}ds, \tag{3}$$

где Ry - коэффициент ускорения сходимости.

Оптимальная величина для широкого диапазона моделей сред будет Ry=1.5. Найденные по (3) начальные узловые силы добавляются к вектору сил системы, и приводится следующее упругое решение с прежней МЖС, но с новым набором узловых сил. Следует отметить, что добавление начальных сил увеличит упругое напряжение в элементе, однако на величину меньшую, чем начальные напряжения, по которым были рассчитаны узловые силы, поскольку в ансамбле элементов добавленные начальные силы распределяются также и на другие элементы области. Поэтому после вычитания из рассчитанных напряжений введенных начальных напряжений получим точку С, более близкую к теоретическому графику, чем точка А. Вновь определяем теоретические напряжения {σ}, соответствующие новым деформациям, и дополнительные начальные напряжения. Процесс продолжается до тех пор, пока найденные упругие напряжения за вычетом суммарных накопленных начальных {σ} не станут достаточно близки к теоретическим.

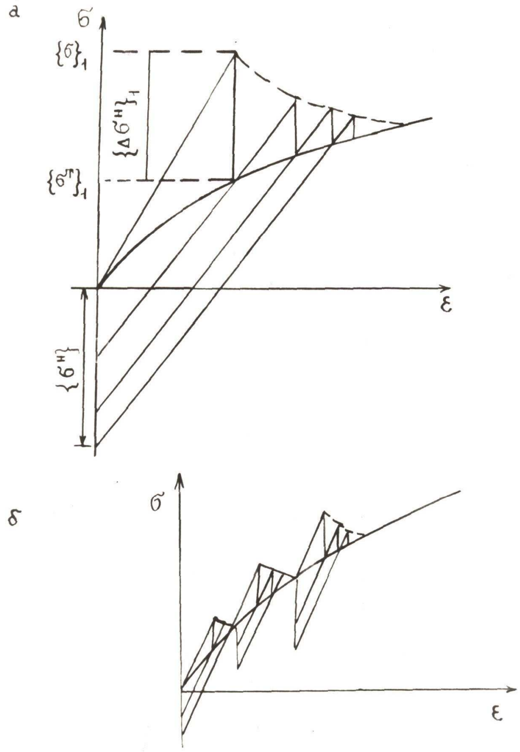

Рис.1. Процедура начальных напряжений:
а – полное и б – пошаговое нагружение

Для решения задач, в которых в процессе нагружения главные напряжения меняют направление, необходимо производить пошаговое нагружение и использовать модель, отвечающую принципам теории пластического течения.

Процедура получения упругопластического решения по теории пластического течения с помощью начальных напряжений такова. Нагрузка прикладывается малыми ступенями в той последовательности, в какой происходит реальное нагружение в натуре. Решение для очередного, например, n-го шага нагрузки достигается точно по выше изложенному методу начальных напряжений. К началу шага известны суммарные напряжения в элементах от (n-1) предыдущих ступеней $\{\sigma\}n\text{-}1$.

К области прикладывается вектор сил (и заданных перемещений) очередной ступени нагрузки и в итерационном режиме повторяются упругие решения с изменяемым вектором.

В очередном 1-м цикле итераций в элементах вычисляется прирост деформаций $\{\Delta\varepsilon\}in$, соответствующей им упругий прирост напряжений

$\{\Delta\sigma у\}in=[D]\{\Delta\varepsilon\}in$, (4)

упругие напряжения

$\{\sigma у\}in=\{\sigma\}n\text{-}1+\{\Delta\sigma у\}in$ (5)

«Фактический» прирост напряжений равный разности между упругим приростом и накопленными на предыдущих (n-1) циклах итерации начальными напряжениями:

$\{\Delta\sigma ф\}in=\{\Delta\sigma у\}in-\{\sigma н\}n$ (6)

По заданной модели среды вычисляется «теоретический» прирост напряжений $\{\Delta\sigma т\}in$, соответствующий прирост деформаций$\{\Delta\varepsilon\}in$. Разность между фактическим и теоретическим приростами рассматривается как приращение начальных напряжений:

$\{\Delta\sigma н\}in=\{\Delta\sigma ф\}in\text{-}\{\Delta\sigma т\}in$ (7)

По приращению начальных напряжений расчитывается по формуле (3) добавка к вектору начальных сил. Начальное напряжение накапливается цикл за циклом в пределах шага нагрузки:

$\{\sigma н\}n=\{\sigma н\}n+\{\Delta\sigma н\}in$ (8)

Если приращение начальных напряжений в каждом из элементов не стало достаточно мало, начинается следущее (i+1)-я итерация. Когда же необходимая точность достигнута, прикладывается следущая(n+1)-я ступень нагрузки.

Компьютерная программа составлена на языке программирования Delphi 6.0.

Литература

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. -М.: Мир, 1975. -542 с.

2. Абдылдаев Э.К. Напряженно-деформированное состояние массива горных пород вблизи выработок. - Фрунзе: Илим, 1990. -164 с.

3. Тултуков Б.Т. Исследование напряженного состояния массива с учетом неупругой деформации горных пород: Автореф. дисс. на соиск. уч. степ. к.ф.-м.н. –Бишкек, 2006.