

МАШИНОВЕДЕНИЕ

УДК 531.01

С. Абдраимов, А.О. Абидов, Ю.А. Фокин, М.М. Кукчаев

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УНИВЕРСАЛЬНОГО КОЛЛЕКТОРНОГО ДВИГАТЕЛЯ В ОБЛАСТИ НАСЫЩЕНИЯ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ

Составленная математическая модель универсального коллекторного двигателя, представленная в работе в дальнейшем путем присоединения к ней математических моделей остальных элементов может быть преобразована в обобщенную математическую модель ударной машины.

Универсальные коллекторные двигатели (УКД), в принципе, представляют собой двигатели последовательного возбуждения, работающие от сети как переменного, так и постоянного тока при одинаковой скорости вращения якоря в режиме полной нагрузки. Они развивают большой вращающий момент, имеют ограниченные габаритные размеры и массу вследствие их быстроходности. От машин постоянного тока они отличаются только тем, что магнитная система коллекторных двигателей выполняется полностью шихтованной, а катушки обмотки возбуждения состоят из двух секций и имеют промежуточные выводы.

Специфическими требованиями характеризуются и электроприводы ручных ударных электроинструментов, оборудованных УКД. Они находят широкое применение во всех отраслях народного хозяйства. Это обусловило такие их преимущества, как удобство в эксплуатации, возможности работы в производственных и бытовых условиях, портативность и маневренность, высокий коэффициент полезного действия.

Ударные системы в ручных ударных машинах применяются для создания кратковременных воздействий на обрабатываемую среду, обеспечивая ее разрушение. Составлению математической модели ударной системы посвящено достаточное количество работ [2, 3].

При описании модели передачи вращения инструменту опоры и соединения представляются как упругие элементы и демпферы; валы – как масса, упругий элемент и демпфер; элементы зубчатого зацепления – как массы; изгибные деформации зацеплений – как упругий элемент; кинематические пары – как демпферы [1].

Исполнительным органом данной рабочей машины является инструмент (пика), который непосредственно соприкасается с обрабатываемой средой.

В работе [1] крутильные колебания в трансмиссиях буровых машин буровую штангу рассматривают как систему с распределенными параметрами. При этом принимаются допущения, что она деформируется так же, как и при статическом кручении, поперечные сечения остаются плоскими и поворачиваются вокруг оси инструмента, как жесткие диски. Там же рассматривается процесс свободных колебаний в штанге как системы с распределенными параметрами. Далее изучаются эквивалентные дискретные системы, движение элементов системы с дискретными

массами подбирается такая дискретная система, движение которой с заданным приближением соответствует движению системы с распределенными параметрами.

На основе модели отдельных элементов двигателя, передач, ударной системы и инструмента составляется обобщенная математическая модель электрического ручного перфоратора на основе механизма переменной структуры.

Составление математической модели УКД с последовательным возбуждением производится с учетом механических статических и динамических характеристик двигателя.

При составлении модели необходимо иметь в виду, что магнитный поток Φ – величина переменная, которая зависит от тока якоря I , $\Phi = f(I)$. При малых значениях тока нагрузки магнитная система двигателя не насыщена. А при большом токе нагрузки пропорциональность между током и потоком нарушается, величина потока становится почти постоянной, и кривая $M = f(I)$ получается близкой к прямой, проходящей через начало координат [4].

С учетом такой особенности этих машин составляется два уравнения: первое уравнение описывает динамическую характеристику двигателя в области слабого насыщения магнитной системы, а второе уравнение – при достаточном насыщении. Приравняв эти два уравнения, можно найти точку перехода от первого уравнения во второе. Тем самым мы получаем математическую модель УКД.

Вывод первого уравнения движения рассмотрен в работе "Математическая модель универсального коллекторного двигателя" [5].

Основное уравнение движения машин составляется по известному уравнению Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_i} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_i} = M_i \quad (1)$$

где T – кинетическая энергия системы;

φ_i – i -тая обобщенная координата;

Π – потенциальная энергия деформации упругих элементов;

M_i – внешний момент, приложенный к i -той массе.

Ручные электрические перфораторы, оборудованные УКД, обладают постоянным моментом инерции якоря двигателя, и поэтому уравнение (1) можно записать в следующем виде:

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_d - M_c \quad (2)$$

где ω – угловая скорость якоря двигателя, $\omega = 2\pi n/60$

J – момент инерции якоря;

M_d – момент движущих сил;

M_c – момент сил сопротивления.

Для решения задач динамики машин необходимо учесть электрические параметры цепей якоря и возбуждения двигателей. В УКД индуктивность обмотки возбуждения определяется по следующей формуле:

$$L = 2 \cdot P \cdot W \cdot \frac{d\Phi}{dI} \quad (3)$$

где P – число пар полюсов машины;

W – число витков на одном полюсе;

Φ – магнитный поток.

Как известно, уравнение электродвижущей силы (ЭДС) в цепи якоря в дифференциальной форме имеет такой вид:

$$U = E + I \cdot R + L \cdot \frac{dI}{dt} \quad (4)$$

где U – напряжение сети;

E – ЭДС, индуцируемая в якоре двигателя;

R – сопротивление якорной цепи;

$R - Ra + X_a$ – сумма активных и реактивных сопротивлений в цепи якоря.

ЭДС якоря двигателя согласно уравнениям в работе Д.Э. Брускина описывается так [6]

$$E = C_\theta \cdot I \cdot \omega \quad (5)$$

где C_θ – конструктивный коэффициент двигателя, определяемый из следующего выражения

$$C_\theta = P \cdot N / 2 \cdot \pi \cdot a$$

Совместно решая уравнения (2), (3), (4), подставив значение M_c из уравнения (3), получим дифференциальное уравнение ЭДС в цепи якоря. Уравнение движения машины имеет следующий вид:

$$\begin{cases} U = C_\theta \cdot \omega \cdot \Phi + I \cdot R + L \cdot \frac{dI}{dt} \\ J \cdot \frac{d\omega}{dt} = C_m^1 \cdot \Phi \cdot I - M_c \end{cases} \quad (6)$$

где C_m^1 – конструктивный коэффициент машины;

$C_m \cdot \Phi \cdot I = M_d$ – момент движущих сил.

С насыщением магнитной системы двигателя кривая намагничивания близка к прямой. При этом пропорциональность между магнитным потоком – Φ и током якоря – I нарушается. Изменение величины магнитного потока уменьшается с увеличением тока якоря. При этом можно принять, что $\Phi^2 = C_1 \cdot I$

откуда $\Phi = \sqrt{C_1 \cdot I}$,

где C_1 – постоянный коэффициент.

Тогда систему уравнений (6) можно записать в виде

$$\begin{cases} J \frac{d\omega}{dt} = C_m^1 \cdot \sqrt{C_1 \cdot I} \cdot I - M_c \\ U = C_\theta \cdot \omega \cdot \sqrt{C_1 \cdot I} + I \cdot R + L \cdot \frac{dI}{dt} \end{cases} \quad (7)$$

Обозначим $\omega = \varphi$.

Тогда система уравнений (7) примет вид:

$$\begin{cases} J \cdot \varphi = C_m^1 \cdot \sqrt{C_1} \cdot \sqrt{I} \cdot I - M_c \\ U = C_\theta^1 \cdot \varphi \cdot \sqrt{C_1} \cdot \sqrt{I} + I \cdot R + 2 \cdot P \cdot W \cdot \frac{d\Phi}{dI} \cdot \frac{dI}{dt} \end{cases} \quad (8)$$

Из первого уравнения системы (8) находим силу тока

$$I^{3/2} = \frac{1}{C_m^1 \cdot \sqrt{C_1}} \cdot (J \cdot \varphi + M_c) \text{ или } I = \sqrt[3]{\frac{1}{C_m^2 \cdot C_1} \cdot (J \cdot \varphi + M_c)^2} \quad (9)$$

Таким образом, находим значения выражений для I , $\sqrt{I}$, $d\Phi/dt$. Подставим их во второе уравнение системы (8).

После несложных преобразований окончательно получим:

$$\begin{aligned} J \cdot \varphi = & \frac{3}{2} \frac{J \cdot \varphi + M_c}{P \cdot W \cdot \sqrt[3]{C_{I^2} \cdot C_m}} \cdot (U \cdot \sqrt[3]{\frac{C_m^1 \cdot C_1}{J \cdot \varphi + M_c}} - \varphi \cdot C_\theta^1 \cdot \sqrt{C_m^1 \cdot C_{I^2}} - \\ & - R \cdot \sqrt[3]{J \varphi + M_c}) - \frac{dM_c}{dt} \end{aligned} \quad (10)$$

Необходимо учесть, что суммарный момент сопротивления в данном уравнении состоит из момента сопротивления на вращение инструмента и из момента сопротивления, создаваемого со стороны ударного механизма. Так как передаточное отношение ударного механизма переменное, момент сопротивления, создаваемый со стороны ударного механизма – переменная величина. А момент сопротивления на вращение инструмента – переменная величина, зависящая от многих факторов. В связи с этим суммарный момент сопротивления в данной модели принят переменной величиной.

С присоединением математических моделей остальных элементов к математической модели электродвигателя составляется обобщенная математическая модель ударной машины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Манжосов В.К., Абдраимов С., Невенчанная Т.О. Крутильные колебания в трансмиссиях буровых машин. –Фрунзе: Илим, 1982. –166с.
2. Абдраимов С., Невенчанная Т.О. Построение механизмов переменной структуры и исследование их динамики. – Фрунзе: Илим, 1990. –175с.
3. Абдраимов С. Безмуфтовые прессы с механизмами переменной структуры: /Дисс.докт.техн.наук. –Фрунзе, 1985.
4. Башарин А.В., Новиков В.А. Управление электроприводами. –Л.: Энергоиздат. Ленинградское отд. –1982. –392с.
5. Абдраимов С., Абидов А.О., Кукчаев М. Математическая модель универсального коллекторного двигателя //Наука и новые технологии. –1999. - №2.
6. Брускин Д.Э. и др. Электрические машины и микромашины. –М.: Энергоиздат, 1982.