

ОРТО МЕКТЕПТЕ ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫК ФУНКЦИЯЛАРДЫ ОКУТУУДА ТАРИХТЫН ЭЛЕМЕНТТЕРИ

Тригонометриянын элементтери сегизинчи класстан башталып, акыркы класстарга чейин окутулат. Тригонометриялык функциялар, алардын касиеттери, негизги формулалары, тригонометриялык теңдемелер жана барабарсыздыктар, алардын практикалык маанилери - мектеп математикасынын негизги материалдары. Тригонометриянын элементтерин окутууда ал элементтердин кыскача тарыхын берүү менен, окуучулардын предметке болгон кызыгуусу артылып, алардын тематикалык ойлоосу кеңеет, демек, программалык материалдарды жакшы түшүнүүсүнө мүмкүнчүлүк болот.

8-класстын геометрия курсунда окуучулар тик бурчтуу үч бурчтуктун жардамы аркылуу тар бурчтун косинусу, синусу, тангени жана негизги тригонометриялык теңдештиктер менен таанышышат.

Тригонометриялык функцияларды окутууда «тригонометрия» сөзү окуучуларга биринчи жолу кездешет. Ошондуктан ал сөздүн маанисин ачып берүү талапка ылайыктуу. «Тригонометрия» деген сөз биринчи жолу 1505-жылы немец теологу жана математиги Питискустун китебинин мазмунунан жолугат. Бул сөз грек тилинен келип чыккан. «Тригано» – үч бурчтук, «метрия» – өлчөм, башкача айтканда, тригонометрия үч бурчтуктарды өлчөө жөнүндөгү илим. Аты салыштырмалуу жакында эле пайда болгону менен, азыркы тригонометрияга тиешелүү түшүнүктөр жана фактылар мындан эки миң жыл мурда пайда болгон. Үч бурчтуктун жана айлананын ар түрдүү катыштары биздин эрага чейинки III кылымдардагы Байыркы Грециянын улуу математиктери Евклиддин, Архимеддин, Аппалоний Пергскийдин эмгектеринде эле кездешет. Рим доорунда бул катыштар атайын аттарга ээ болушпаса дагы, жетишерлик деңгээлде системалуу түрдө Меналай тарабынан изилденген. α бурчунун азыркы синусу α борбордук бурчун керип турган хорданын жардамы же эки эселенген жаанын хордасы катарында каралып үйрөнүлгөн.

Илимдин андан ары өнүгүшүндө тригонометриянын өнүгүшүнүн себептеринин бири болуп убакытты аныктоонун, ачык деңизде кеменин же чөлдө кербендин кайсы орунда экендигин аныктоонун зарылчылыгы эсептелген.

Үч бурчтуктун жактары менен бурчтарынын арасындагы көз карандылыкты окуп үйрөнүп, байыркы адамдар үч бурчтуктун ар кандай элементтерин эсептөөнүн жолдорун табышкан. Байыркы Вавилон окумуштуулары ошол кезде эле тригонометриянын айрым маалыматтарына ээ болушкан. Ал жөнүндө вавилондуктардын күндүн жана айдын тутулуштарын алдын-ала айта алгандык фактысы күбө боло алат. Байыркы вавилондуктардын чоподон жасалган таблицаларынын биринде мындай маселе чыгарылат. Мында тегеректин белгилүү диаметри жана сегменттин бийиктиги боюнча хорданын узундугу эсептелет, бул болсо синус менен косинустун арасындагы байланышты түзүүгө алып келет. Байыркы грек окумуштуулары тик бурчтуу үч бурчтуктарды чыгаруу методдоруна ээ болушкан.

XVII кылымдын башында тригонометриянын өнүгүшү аналитикалык болуп белгиленет. Буга чейин тригонометриянын башкы максаты үч бурчтуктарды чыгаруу, геометриялык фигуралардын элементтерин эсептөө жана тригонометриялык функцияларды окуу геометриянын негизинде жүргүзүлсө, XVII–XIX кылымдарда тригонометрия акырындык менен математикалык анализдин бир бөлүгү болуп калды.

9-класстын алгебра курсунда тригонометриялык функцияларды окутуу координата тегиздигиндеги бирдик айлананын жардамында берилип, ал функциялардын касиеттерин, негизги формулаларын окутуу каралган. Ошондой эле тригонометриялык функциялардын негизги бурчтардагы сан маанилеринин таблицасын окуучулар жетиштүү деңгээлде

билүүлөрү керек. Бул материалдарды берүүдө төмөндөгүдөй тарыхтын элементтерин берсе болот.

Тригонометриялык функциялар бурч жана функция түшүнүктөрү менен байланыштуу болгондуктан, алдын ала бурч түшүнүгүн кайталап, аны кеңейтүү зарыл. Бурчтардын градустук чени биздин эрага чейин Байыркы Вавилондо пайда болгон. Жрецтер күн өзүнүн бир күндүк жолун 180 «кадамда» өтөт, демек, бир «кадам» жайылган

бурчтун $\frac{1}{180}$ бөлүгүнө барабар деп эсептешкен. Вавилондо эсептөөнүн алтымыштык системасы кабыл алынган, б.а., ар кандай сан азыркы биздин ондук системада кабыл алынган 10дун даражалары аркылуу жазылбастан, 60тын даражаларынын суммасы түрүндө жазылган. Ошондуктан бурчтарды ченөөнүн бир кыйла майда чен бирдиктерин киргизүү үчүн бир кадам удаасы менен 60 бөлүккө майдаланган.

Бурчтарды ченөөнүн вавилондук системасы жетишерлик ыңгайлуу болгондуктан, аны Грециянын жана Римдин математиктери сактап калышкан. Азыркы кабыл алынып жүргөн бурчтардын чоңдугун белгилөө системасы XVI жана XVII кылымдардын баш жагында кеңири жайылтылган. Ал системаны Н.Коперник жана Т.Браге сыяктуу белгилүү астрономдор да колдонушкан. Бирок К.Птоломей өз учурунда эле градустун санын тегерекче, минутанын санын штрих, ал эми секунданыкын - кош штрих менен белгилеген.

Бурчтун башка чен бирдиги - радиан – жакында эле киргизилген. «Радиан» деген терминди камтыган биринчи басып чыгарылган китепче 1873-жылы Англияда пайда болгон. «Радиан» деген терминдин өзү латындын radius (нур) деген сөзүнөн келип чыккан.

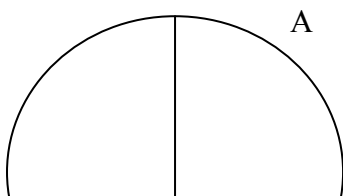
Тригонометрия илими мурун астрономиянын бир бөлүмү катарында өнүккөн. Байыркы грек астрономдору тригонометриянын астрономия менен байланышкан суроолорун тез эле чыгарышкан, бирок алар синустун, косинустун, тангенстин, котангенстин сызыгын эмес, хордасын карашкан. Синустун жана косинустун сызыктарынын аталышы биринчи жолу индиялык окумуштуулар тарабынан киргизилген. Индияда тригонометриялык чоңдуктарды «гонометрия» деген ат менен окушкан. «Гониа» - бурч, «метрио»- өлчөйм. Андан кийин IX кылымда Хорезм шаарынан чыккан өзбек математиги Мухаммад ибн Мусса ал-Хорезми синустун жана котангенстин таблицасын түзгөн. Ал эми Ахмед ибн Абдуллах ал-Марвази тангенс, котангенс жана косеканс үчүн эсептеп чыгарган. Насир ад-Дин Мухаммад ат-Туси «Толук төрт жактуулар» деген трактатында биринчи жолу тригонометрияны математиканын өзүнчө бир бөлүгү катары жазган.

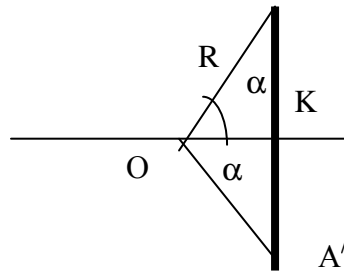
Тригонометриялык таблицаларды түзүүдө кыйла жетишкендиктердин бири К.Птоломейдин «Альмагест» жыйнагы болгон. Бул иште астрономия жана ага жакын илимдер боюнча ошол убакытка чейин болгон ар кандай маалыматтар топтолгон жана жалпылаштырылган. Ушунун эле өзүндө алтымыштык эсептөө системасында 0дөн 180ге чейин жарым градус аралыгында түзүлгөн хордалардын таблицасы келтирилген. Чындыгында, хордалардын таблицасы 0^0 тан 90^0 ка чейинки синустардын таблицасы болуп эсептелет. Птоломей дагы азыркы белгилөөлөрдө төмөндөгүдөй болуп жазылуучу формулаларды чыгарган:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha; \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

Тригонометрия боюнча бул маалыматтар, негизинен, практикалык астрономиянын маселелерин чыгаруу үчүн, жетүүгө мүмкүн болбогон аралыктарды аныктоо үчүн пайдаланылган.

Андан кийинки мезгилдерде узак убакыт бою математиканы Индиянын жана арабдардын окумуштуулары активдүү өнүктүрүшкөн. IV-V кылымдарда индиялык улуу окумуштуу Ариабхатанын астрономия боюнча эмгектеринде пайда болгон. Индиядагы жердин биринчи спутниги ушул адамдын аты менен аталган.





Ал АК кесиндисин Ардхаджива (ардха-жарым, джива- жаанын жиби, бул хорданы элестетет) деп атаган. Кийинчерээк “джива” деген кыскача ат киргизилип кеткен. IX кылымда араб математиктери тарабынан “джива” деген сөз арабдардын “джайб” (томпоктук) деген сөзү менен алмаштырылган. XII кылымда арабдардын математикалык тексттерин которгондо, бул сөз латынча “синус” (sinus-ийилүү) деген сөз менен алмаштырылган. Косинус сөзү алда канча кийин чыккан сөз. Косинус латындын *complementu sinus*, б.а., «кошумча синус», атап айтканда, кошумча жаанын синусу дегенди туюндурган сөздөрүнүн кыскартылышы.

Тангенстер көлөкөнүн узундугун аныктоо маселесин чыгаруу менен байланыштуу пайда болгон, ошондой эле котангенс, секанс жана косеканс X кылымда араб математиги Абу-л-Вафа тарабынан киргизилген. Ал биринчи жолу тангенс жана котангенстин маанилеринин таблицасын түзгөн. Бирок бул ачылыштар узак убакыт бою европалык математиктерге белгисиз калган жана XIV кылымда тангенстер адегенде англиялык окумуштуу Т. Бравердин, кийинчерээк немец математиги жана астроному Региомонтан тарабынан кайрадан ачылган. «Тангенс» деген ат латындын *tanger* (жануу) деген сөзүнөн келип чыгып, 1583-ж. пайда болгон. *Tangens*- «жанышуучу» сыяктуу которулат.

Орто мектептин 10–классында окуучулар тригонометриялык функциялардын аныктоолорун, касиеттерин эске алуу менен, алардын графиктерин чие билүүгө, тескери тригонометриялык функциялар түшүнүктөрүнө ээ болушат.

Аркинус жана арктангенстин азыркы белгилеништери 1772-жылы веналык математик Шерфердин жана француз окумуштуусу Ж.Л.Лагранждын эмгектеринде пайда болгон. Бирок мындан бир кыйла мурдараак буларды башкача символдор менен белгилеп Д.Бернулли карагандыгы белгилүү. Ошондой болсо дагы, бул символдор XVIII кылымдын аягында гана жалпы таанылууга укук алып, кабыл алынган «арк» деген приставка латындын *arcus* (жаа) деген сөзүнөн келип чыккан, бул болсо $\arcsin x$ түшүнүгүнүн мааниси менен толук айкалышкан, анткени $\arcsin x$ деген бул синусу x ке барабар болгон бурч деп түшүнүлөт.

Тригонометриянын белгилүү болгон көп формулалары геометриялык түрдө байыркы грек, индия, араб математиктери тарабынан ачылган. Тригонометриялык функциялардын айырмасынын формулалары XVII кылымда гана белгилүү болду, тригонометриялык функциялар менен болгон эсептөөлөрдү жөнөкөйлөтүү үчүн ал формулаларды англиялык математик Непер чыгарган. Ал эми синусоиданын биринчи сүрөтү 1634-жылы пайда болгон.

К.Птоломей түзгөн синустун биринчи таблицасы принципалдуу мааниге ээ болгон (узак убакыт бою ал хордалар таблицасы деп аталып келген): бир катар колдонмо маселелерди, биринчи кезекте, астрономиянын маселелерин чыгаруунун практикалык каражаты пайда болгон. Швейцариялык, көп жылдар бою Россияда иштеген жана Петербург Илимдер академиясынын мүчөсү болгон, XVIII кылымдагы өтө чоң математик Л.Эйлер тригонометрияны азыркы түрүнө чейин жеткирген. Эйлер биринчи жолу тригонометриялык функциялардын белгилүү функциясын киргизген, каалаган бурчтун

функциясын караган, келтирүүнүн формулаларын алган. Мунун бардыгы Эйлердин көп жылдык өмүрүндөгү математикада жасаганга үлгүргөн иштеринин кичине гана үлүшү: ал 800дөн ашык иш калтырган, математиканын ар түрдүү областтарына тиешелүү болгон, азыр классикалык болуп калган көп теоремаларды далилдеген.

Бул материалдар менен окуучуларды тааныштыруу, алардын тригонометрия илими боюнча билимдерин кеңейтет, илимге кызыгууларын арттырат, тарбиялайт, илимий көз караштарын өнүктүрөт, билимин системалаштырат.

Адабияттар:

1. Белобородова С.В. История математики на первых уроках тригонометрии. //Математика в школе, - № 3, с. 59.
2. Выгодский М.Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. -М.: Наука, 1967.
3. Глейзер Г.И. История математики в средней школе 7-8 кл, 9-10 кл. -М.: Просвещение, 1982-1983.
4. Иманалиев М. ж.б. Алгебра: Орто мектептин 9-кл. үчүн окуу китеби. -Б.: Педагогика, 2002.
5. Малыгин К.А. Элементы историзма в преподавании математики в средней школе. -М., 1958.
6. Рыбников К.А. Возникновение и развитие математической науки -М.: Просвещение, 1987.
7. Саламатов Ж. ж.б. Алгебра жана анализдин башталышы: Орто мектептин 10-11кл. үчүн окуу китептери. -Б.: Педагогика, 2003.
8. Төрөгелдиева К. М. Математиканын тарыхы. -Бишкек, 2003.
9. Юшкевич А.П. История математики с древних времен до начала IX-в.Т.1-3 - М.: Наука.
- 10.Чистяков В.Д. Материалы по истории математики в Китае и Индии. -М.: Учпедгиз, 1960.