

**ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ В ЭКОНОМИКЕ: ПРИНЯТИЕ
РАЦИОНАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММЫ
MS EXCEL**

В данной работе рассматриваются практические вопросы, связанные с принятием рациональных решений в экономике на основе использования Excel 2010 и ее модификаций. Выполнение приводимых заданий, позволит приобрести практические навыки, необходимые для решения на компьютере важных и актуальных экономических задач.

Ключевые слова: экстремальные задачи, оптимизация, математическое программирование, математическая модель, целевая функция, функция «СУММ», рациональное решение.

Бул макалада Excel 2010 колдонуу жана аны модификациялоонун негизинде экономикада рационалдуу чечимдер менен байланышкан суроолор каралат. Маанилүү жана актуалдуу экономикалык маселелерди чечүүдө компьютердин жардамы практикалык иш тажрыйбасын алууга мүмкүнчүлүк түзүлөт.

Негизги сөздөр: экстремалдуу маселелер, оптимизация, математикалык программалоо, математикалык модель, максаттуу функция, «СУММ» функциясы, рационалдуу чыгарылышы.

There are practical issues related to making rational decisions in the economy based on the use of Excel 2010 and its modifications considered in this work. The fulfillment of the given tasks, will allow acquiring the practical skills necessary to solve important and urgent economic problems on the computer.

Key words: extreme problems, optimization, mathematical programming, mathematical model, objective function, "SUMM" function, rational solution.

Большинство задач, решаемых с помощью электронной таблицы, предполагают нахождение искомого результата по известным исходным данным. Но в Excel есть инструменты, позволяющие решить и обратную задачу: подобрать исходные данные для получения желаемого результата.

Одним из таких инструментов является «Поиск решения», который особенно удобен для решения так называемых «задач оптимизации». Среди функций Excel 2010 [1] имеются математические функции, предназначенные для решения экстремальных задач.

Теория и методы решения экстремальных задач изучаются в науке, получившей название математическое программирование [2].

В качестве иллюстрации рассматриваются:

1. Транспортная задача. Имеется m пунктов производства и n пунктов потребления. Количество продукта в i -м пункте производства обозначим через a_i , $i = \overline{1, m}$; Потребность в продукте в j -м пункте потребления обозначим через b_j , $j = \overline{1, n}$.

Стоимость перевозки одной единицы продукта из i -го пункта производства в j -й пункт потребления обозначим через c_{ij} ($i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$) руб.

Математическая модель транспортной задачи будет иметь следующий вид:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad i = \overline{1, m}, \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} \geq b_j \quad j = \overline{1, n},$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}.$$

Целевая функция может быть записана следующим образом:

$$V = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_j x_{ij}.$$

Минимизация транспортных расходов требует решения следующей задачи. Найти

$$\min V = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_j x_{ij}$$

при условиях: $\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad i = \overline{1, m}, \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} \geq b_j \quad j = \overline{1, n}, \quad x_{ij} \geq 0 \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}$

Решение транспортной задачи. Рассмотрим числовую транспортную задачу [3]. Для строительства четырех объектов используется кирпич, изготавливаемый на трех заводах. Ежедневно каждый из заводов может изготовить 100, 150 и 50 условных единиц кирпича (предложение поставщиков). Потребности в кирпиче на каждом из строящихся объектов ежедневно составляют 75, 80, 60 и 85 условных единиц (спрос потребителей). Тарифы перевозок одной условной единицы кирпича с каждого из заводов к каждому из строящихся объектов задаются матрицей транспортных расходов

$$C = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & 20 & 1 \end{bmatrix}.$$

Требуется составить такой план перевозок кирпича к строящимся объектам, при котором общая стоимость перевозок будет минимальной.

Для решения транспортной задачи на персональном компьютере с использованием Excel необходимо:

1. Ввести исходные данные в ячейки рабочего листа Excel;
2. Разметить блоки ячеек на рабочем листе Excel, необходимые для моделирования объемов перевозок, а также для формирования элементов математической модели и целевой функции;
3. Сформировать на рабочем листе Excel элементы математической модели и целевую функцию;
4. Настроить программу «Поиск решения» и выполнить ее.

Рабочий лист Excel с введенными исходными данными для решения транспортной задачи показан на рис 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3			Матрица транспортных расходов						Предложение поставщиков
4									
5									
6			6	7	3	5			100
7			1	2	5	6			150
8			8	10	20	1			50
9									
10	Спрос потребителей		75	80	60	85			

рис 1.

Кроме исходных данных на рабочем листе Excel для решения транспортной задачи необходимо предусмотреть: блок ячеек "Матрица перевозок", блок ячеек "Фактически реализовано", блок ячеек "Фактически получено", блок ячеек "Транспортные расходы по потребителям" и ячейку "Итого расходы". Для наглядности указанные блоки ячеек целесообразно обвести рамками (см. рис. 2).

Теперь в этих блоках ячеек можно формировать элементы математической модели и целевую функцию.

Элементами математической модели транспортной задачи являются следующие суммы:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} - \text{фактически реализовано } i\text{-ым поставщиком } i = \overline{1, m};$$

$\sum_{i=1}^m X_{ij}$ - фактически получено j -ым потребителями $j = \overline{1, n}$.

Для нашей задачи $m=3, n=4$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3			Матрица транспортных расходов						Предложение
4									поставщиков
5									
6			6	7	3	5			100
7			1	2	5	6			150
8			8	10	20	1			50
9									
10	Спрос потребителей		75	80	60	85			
11									
12			Матрица перевозок						Фактически
13			потреб.1	потреб.2	потреб.3	потреб.4			реализовано
14		поставщик 1							
15		поставщик 2							
16		поставщик 3							
17									
18	Фактически получено								
19									
20	Транспортные расходы								расходы
21	по потребителям							Итого	
22									

рис 2.

Рассмотрим процесс формирования этих сумм на рабочем листе Excel.

Вначале сформируем $\sum_{j=1}^4 X_{ij}, i = \overline{1, 3}$ в блоке "Фактически реализовано".

1. Заполните ячейки блока "Матрица перевозок" (C14:F16) числом 0,01.
2. Селектируйте первую ячейку (I14) блока "Фактически реализовано";
3. Наведите курсор на кнопку \sum - автосуммирование и щелкните левой клавишей мыши;
4. Нажмите клавишу Delete;
5. Селектируйте первую строку (C14:F14) блока "Матрица перевозок";
6. Нажмите клавишу Enter;
7. Скопируйте формулу =СУММ(C14:F14) из первой ячейки блока "Фактически реализовано" на все остальные ячейки этого блока.

Аналогичным образом сформируем $\sum_{i=1}^3 X_{ij}, j = \overline{1, 4}$ - в блоке "Фактически получено",

целевую функцию по формуле: $\sum_{i=1}^3 c_{ij} x_{ij}, j = \overline{1, 4}$ в блоке "Транспортные расходы по потребителям", в ячейку "Итого расходы", выражаемую формулой $\sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^3 c_{ij} x_{ij}$.

После формирования элементов математической модели и целевой функции транспортной задачи рабочий лист Excel примет вид, показанный на рис. 3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3			Матрица транспортных расходов						Предложение поставщиков
4									
5									
6			6	7	3	5			100
7			1	2	5	6			150
8			8	10	20	1			50
9									
10	Спрос потребителей		75	80	60	85			
11									
12			Матрица перевозок						Фактически реализовано
13			потреб.1	потреб.2	потреб.3	потреб.4			
14		поставщик 1	0,01	0,01	0,01	0,01			0,04
15		поставщик 2	0,01	0,01	0,01	0,01			0,04
16		поставщик 3	0,01	0,01	0,01	0,01			0,04
17									
18	Фактически получено		0,03	0,03	0,03	0,03			
19									
20	Транспортные расходы по потребителям								расходы
21			0,15	0,19	0,28	0,12	Итого		0,74
22									

рис 3.

С помощью программы “Поиск решения” получаем окончательный результат в виде рис. 4

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3			Матрица транспортных расходов						Предложение поставщиков
4									
5									
6			6	7	3	5			100
7			1	2	5	6			150
8			8	10	20	1			50
9									
10	Спрос потребителей		75	80	60	85			
11									
12			Матрица перевозок						Фактически реализовано
13			потреб.1	потреб.2	потреб.3	потреб.4			
14		поставщик 1	0	5	60	35			100
15		поставщик 2	75	75	0	0			150
16		поставщик 3	0	0	0	50			50
17									
18	Фактически получено		75	80	60	85			
19									
20	Транспортные расходы по потребителям								расходы
21			75	185	180	225	Итого		665
22									

рис 4.

II. Решение задачи определения наиболее прибыльного объема выпуска продукции. Рассмотрим следующую задачу [3]. На машиностроительном предприятии для изготовления четырех видов продукции используется токарное, фрезерное, сверлильное, расточное и шлифовальное оборудование, а также комплектующие изделия. Кроме того, для сборки готовой продукции требуется выполнение определенных сборочно-наладочных работ. Нормы расхода ресурсов на изготовление одного изделия каждого вида приведены в таблице на рис. 5. В этой же таблице указаны: имеющиеся в наличии ресурсы, ограничения, обусловленные спросом на выпуск продукции второго и третьего видов, и прибыль от реализации одного изделия. В отличие от [3] будем предполагать, что в общем случае прибыль с увеличением выпуска продукции может уменьшаться. Степени влияния объема выпуска на прибыль по каждому изделию также приведены в таблице. Заметим, что если степень влияния равна единице, то увеличение объема выпуска изделия не приводит и уменьшению прибыли. Требуется определить такой объем выпуска продукции, который обеспечивает предприятию наибольшую прибыль.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

	Нормы расхода ресурсов на одно изделие				наличие
	Изделия :	изделие 1	изделие 2	изделие 3	
Ресурсы:					ресурсы
Оборудование (человеко-часов)					
токарное		550		620	64270
фрезерное		40	30	20	20
сверлильное		86	110	150	52
расточное		160	92	158	128
шлифовальное			158	30	50
Комплектующие детали (шт.)		3	4	3	3
Сборочно-наладочные раб. (чел-ч)		4,5	4,5	4,5	4,5
Выпуск (шт.):			40		
минимальный					
максимальный				120	
Прибыль от реализации 1-го изделия		315	278	537	370
Степень влияния объема на прибыль		0,9	0,8	0,95	1

рис 5.

Для решения задачи на персональном компьютере с использованием Excel необходимо выполнить те же пункты как в задаче 1.

Рабочий лист Excel с размеченными блоками ячеек показан на рис. 6. В этих блоках ячеек можно формировать элементы математической модели и целевую функцию.

	A	B	C	D	E	F	G
1		Нормы расхода ресурсов на одно изделие				наличие	факт.
2	Изделия :	изделие 1	изделие 2	изделие 3	изделие 4		
3	Ресурсы:					ресурсы	использов
4	Оборудование (человеко-часов)						
5	токарное		550		620		64270
6	фрезерное		40	30	20	20	4800
7	сверлильное		86	110	150	52	22360
8	расточное		160	92	158	128	26240
9	шлифовальное			158	30	50	7900
10	Комплектующие детали (шт.)		3	4	3	3	520
11	Сборочно-наладочные раб. (чел-ч)		4,5	4,5	4,5	4,5	720
12	Выпуск (шт.):		40				
13	минимальный						
14	максимальный				120		
15	Прибыль от реализации 1-го изделия		315	278	537	370	
16	Степень влияния объема на прибыль		0,9	0,8	0,95	1	
17							
18	Оптимальный выпуск						
19							
20	Прибыль по изделиям						
21							Прибыль
22						Итоговая	

рис 6.

После формирования элементов математической модели и целевой функции задачи определения наиболее прибыльного объема выпуска продукции рабочий лист Excel примет вид, показанный на рис. 7.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

	A	B	C	D	E	F	G
1		Нормы расхода ресурсов на одно издел.				наличие	факт.
2	Изделия :	изделие 1	изделие 2	изделие 3	изделие 4		
3	Ресурсы:					ресурсов	использов
4	Оборудование (человеко-часов)						
5	токарное	550		620		64270	11,7
6	фрезерное	40	30	20	20	4800	1,1
7	сверлильное	86	110	150	52	22360	3,98
8	расточное	160	92	158	128	26240	5,38
9	шлифовальное		158	30	50	7900	2,38
10	Комплект.детали (шт.)	3	4	3	3	520	0,13
11	Сбор. - нал. раб. (чел-ч)	4,5	4,5	4,5	4,5	720	0,18
12	Выпуск (шт.): минимальный		40				
13	максимальный			120			
14	Прибыль от реал-ции 1-го изделия	315	278	537	370		
15							
16	Степень влияния объема на прибыль	0,9	0,8	0,95	1		
17							
18	Оптимальный выпуск	0,01	0,01	0,01	0,01		
19							
20	Прибыль по изделиям	4,99	6,98	6,76	3,7		
21							прибыль
22					Итоговая		22,44

рис. 7.

В результате всех вычислений имеем

	A	B	C	D	E	F	G
1		Нормы расхода ресурсов на одно издел.				наличие	факт.
2	Изделия :	изделие 1	изделие 2	изделие 3	изделие 4		
3	Ресурсы:					ресурсов	использов
4	Оборудование (человеко-часов)						
5	токарное	550		620		64270	64270
6	фрезерное	40	30	20	20	4800	4800
7	сверлильное	86	110	150	52	22360	17098
8	расточное	160	92	158	128	26240	21860
9	шлифовальное		158	30	50	7900	7900
10	Комплект.детали (шт.)	3	4	3	3	520	505
11	Сбор. - нал. раб. (чел-ч)	4,5	4,5	4,5	4,5	720	697,5
12	Выпуск (шт.): минимальный		40				
13	максимальный			120			
14	Прибыль от реал-ции 1-го изделия	315	278	537	370		
15							
16	Степень влияния объема на прибыль	1	1	1	1		
17							
18	Оптимальный выпуск	65	40	46	4		
19							
20	Прибыль по изделиям	20475	11120	24702	1480		
21							прибыль
22					Итоговая		57777

рис. 8.

Литература:

1. Иванов И. Microsoft Excel 2010 для квалифицированного пользователя /И.Иванов. – М.: Академия АЙТИ, 2011. – 244 с.
2. Карманов В.Г. Математическое программирование. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
3. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 1986. – 320 с.
4. Уокенбах Дж. Формулы в Microsoft Excel 2010. – М.: Вильямс, 2011. – 704 с.