

С. Салыков

КӨНҮГҮҮЛӨР СИСТЕМАСЫ МЕКТЕП МАТЕМАТИКАСЫНЫН  
СҮЙЛӨМДӨРҮН ОКУТУУНУН КАРАЖАТТАРЫ КАТАРЫНДА

*Бул методикалык макалада максатка ылайыктуу түзүлгөн көнүгүүлөргө жана алардын системасына таянуу менен окуучулардын таанып-билүү ишмердүүлүгүн активдештирүүнүн жолдорун анализдөөгө аракет жасалат. Изилдөөнүн объектиси катарында негизги математикалык сүйлөмдөр (аксиомалар, анытамалар жана теоремалар) тандалып алынган. Педагогикалык жогорку окуу жайларынын математика факультетинин студенттерине, мектептин мугалимдерине арналган.*

Мектеп математикасын окутууда көнүгүү системасы анын каражаты катарында чоң мааниге ээ. Чындыгында эле көнүгүү математикалык билимдерди, билгичтиктерди өздөштүрүүнүн каражаты, окуучулардын окуу, таанып-билүүчүлүк иш-аракеттерин

уюштуруунун жана башкаруунун жолу, окутуунун методдорунун бири, мазмунду өздөштүрүүнү контролдоонун ыкмасы болуп кызмат кыла алат.

Математиканын мектептик курсун окутууда көнүгүү суроолордун тизмеси түрүндө да, математикалык мисал, маселе түрүндө да берилиши мүмкүн. Мектеп практикасы жана изилдөөлөр көрсөткөндөй, көнүгүүлөр жана алардын системасынын аксиомалар, аныктамалар жана теоремалар сыяктуу математикалык сүйлөмдөрдү окутууда айрыкча мааниси чоң. Бул учурда көнүгүүлөр белгилүү бир максатка жетүүнү көздөгөн, өзүнүн каражаттары жана методдору бар окуу таанып-билүүчүлүк иш аракеттердин өзгөчө бир түрү катарында каралышы мүмкүн.

Аксиомалар бул далилдөөсүз кабыл алынган жана дедуктивдик изилдөөлөрдүн алгачкы, жөнөкөй натыйжаларынын кыскача берилген формулировкалары. Бир жагынан, адам баласынын ондогон кылымдар бою турмуштук практикасында текшерилип, чын экендигине эч бир шек кылбай турган сүйлөм катарында каралса, экинчи жактан, аксиомалар дедуктивдик системаны түзүүнүн алгачкы, аларсыз эч бир илимий теорияны түзүүгө мүмкүн эмес болгон негизги фактылар катарында каралат. Математикалык чыныгы далилдөөлөр менен окуучулар планиметриянын 9 аксиомасын өздөштүргөндөн кийин гана кездешишет.

Аксиомаларды өздөштүрүү окуучулардын көз карашында чоң бурулуштун жасалышына алып келет. Окуучу жаңы билимди жөн гана пассивдүү кабыл алуучудан ой-жүгүртүүчүгө, корутунду жасоочуга айланат. Ошентип, аксиомалардын окуучулар тарабынан аң-сезимдүү өздөштүрүүсүнө жетишүүнүн мааниси чоң. Планиметрия курсунда 9 аксиома, стереометрияда болсо 3 аксиома сунуш кылынат. Аксиомалардын мазмунун ачып көрсөтүү максатка ылайыктуу түзүлгөн көнүгүүлөрдүн системасы аркылуу ишке ашырылат. Мисал катарында 4-аксиоманы карайлы: "Түз сызык тегиздикти жарым тегиздикке бөлөт".

Бул аксиоманын мазмунун окуучулардын өздөштүрүүсүнө жетишүү үчүн аларга төмөнкүдөй тапшырмалар жана суроолор сунуш кылынат.

1. Түз сызык жүргүзүлө жана андан  $K$  чекитин белгилегиле.  $K$  чекити жарым тегиздиктердин бирине тиешелүү болубу?
2. Жүргүзүлгөн түз сызыкка карата ар түрдүү жарым тегиздиктерде жатуучу  $A$  жана  $B$  чекиттерин белгилегиле.
3.  $A$  чекити жаткан жарым тегиздикке тиешелүү болгон  $C$  чекитин белгилегиле.
4.  $B$  чекити жаткан жарым тегиздикке тиешелүү болгон  $D$  чекитин белгилегиле.
5.  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$ ,  $BC$ ,  $BD$ ,  $CD$  кесиндилеринин кайсылары жүргүзүлгөн түз сызыкты кесип өтөт?
6. Эгерде  $A$  жана  $B$  чекиттери 1) бир эле жарым тегиздикте жатышса, 2) ар түрдүү жарым тегиздиктерде жатышса  $AB$  кесиндиси берилген түз сызыкты кесип өтөбү?

Ушундай эле көнүгүүлөрдүн системасы калган аксиомаларды киргизүүдө жана алардын мазмунун өздөштүрүүнү уюштурууда колдонулушу мүмкүн.

Эми көнүгүүлөр системасын түшүнүктөрдү калыптандыруу процессинде колдонуу маселелерине токтололу.

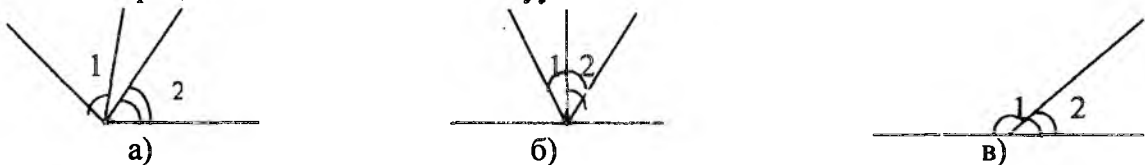
Түшүнүк ой-жүгүртүүнүн негизги формасы катарында объектилердин негизги белгилерин чагылтып көрсөтөт. Ошондуктан түшүнүктү калыптандыруу дегенибиз, бул баарыдан мурда, анын зарыл жана жетиштүү белгилеринин системасын

өздөштүрүү дегендик болот. Андан ары окуучулар түшүнүктүн көлөмү жөнүндөгү билимге ээ болушуп, алардын арасындагы теңдештик, баш ийүү, карама-каршылык, чогуу баш ийүү сыяктуу байланыштарды үйрөнүшөт. Акырында, өздөштүргөн түшүнүктү мисал, маселелерди чыгарууда, теоремаларды далилдөөдө колдоно билүү машыгууларына ээ болуусу талап кылынат.

Билимдерди өздөштүрүүнүн закон ченемдүүлүктөрүн эске алуу менен, түшүнүктөрдү калыптандыруу процессин этаптар боюнча жүргүзүү максатка ылайыктуу.

Изилдөөлөр жана мектеп практикасы көрсөткөндөй, түшүнүктүн маңыздуу белгилерин бөлүп алуу, анын аныктамасын формулировкалоо этаптары – негизги этаптар болуп эсептелет. Мында түшүнүккө алып келүү жана натыйжаларды табуу сыяктуу илимий түшүнүктөрдү калыптандыруу менен тыгыз байланыштуу болгон психологиялык операцияларды алардын структурасын, колдонуу ыкмаларын эске алуу менен окуучулардын максатка ылайыктуу пайдалана билүүсүн камсыз кылуу айрыкча маанилүү экенин эстен чыгарбоо керек. Ар бир этапка туура келүүчү ойлонуунун операцияларын, иш-аракеттерди тактап чыгуу жана аларды ырааттуу колдоно билүү зарыл. Көрсөтүлгөн этаптарда түшүнүктүн маңыздуу белгилерин бөлүп алуу жана анын аныктамасынын алгачкы варианттарын издөө максатында берилген көнүгүүлөр системасын түзүүдө окуучулардын математика боюнча билим деңгээлдери, ошол түшүнүктүн өзүнүн өзгөчөлүгү ж.б. эске алынат.

Айрым учурларда көрсөтмөлүүлүккө, чиймелерге таянуу менен анализдөөнү уюштурууга болот. Маселен, 7-класстын геометрия курсунда жандаш бурчтар түшүнүгүнүн, аныктамасына окуучуларды алып келүү үчүн түгөй бурчтарды демонстрациялоо максатка ылайыктуу.



Окуучуларга төмөнкүдөй суроолор менен кайрылабыз:

1. Түгөй бурчтардын бардыгы үчүн кандай жалпы касиет орун алат деп айтууга болот? (Окуучунун болжолдуу жообу: ар бир түгөй бурчтар жалпы чокуга ээ).

2. Бурчтардын биринчи түгөйү экинчи түгөйдөн эмнеси менен айырмаланат? (Экинчи түгөйдүн жалпы жагы бар).

3. Бурчтардын экинчи түгөйү үчүнчү түгөйдөн эмнеси менен айырмаланат? (үчүнчү түгөйдөгү бурчтардын дал келбөөчү жактары бир эле түз сызыктын толуктоочу жарым түз сызыктары болушат).

в) сүрөттө келтирилген бурчтар жандаш бурчтар деп аталарын белгилеп, анын так аныктамасын берүүнү окуучуларга сунуш кылабыз.

Конкреттүү-индуктивдик жолду колдонуунун дагы бир формасына мисал келтирели. 5-класста жөнөкөй жана курама сан түшүнүктөрүн киргизүүдө аларды салыштыруу, карама-каршы коюу жана корутунду жасоо сыяктуу ой-жүгүртүүнүн операцияларына таянуу менен окуучулардын активдүү акыл иш-аракеттерин уюштуруп проблемалык кырдаалдын элементин пайда кылууга мүмкүн.

Класс доскасына сандардын эки катарын жазып коюу керек:

2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; ...

4; 6; 8; 10; 12; 14; 15; 16; ...

Андан ары окуучуларга тапшырма ирээтинде: биринчи жана экинчи катардагы ар бир сандын бардык бөлүүчүлөрүн табууну сунуш кылабыз. Тапшырма аткарылгандан кийин биринчи катардагы сандардын экинчи катардагы сандардан айырмасын окуучулар менен бирдикте тактап чыгабыз да, ар бир катардагы сандардын аталышын жарыялап жөнөкөй жана курама санга так аныктама берүүнү алардан талап кылабыз.

Түшүнүктүн аныктамасында келтирилген маңыздуу белгилерди өздөштүрүү этабында болсо түшүнүктүн негизги жана жардамчы белгилерин өз-өзүнчө тизмелеп жазып чыгууну уюштуруу эффективдүү ыкма экенин окутуу практикасы көрсөтүүдө. Маселен, 10-класстын "Алгебра жана анализдин башталышы" окуу китеби боюнча орточо жана кирпик какканчактагы ылдамдык түшүнүктөрүн киргизгенден жана туундунун аныктамасын бергенден кийин окуучулар менен өтүлгөн материалдарды кайрадан анализдөөнү уюштуруу максатка ылайыктуу. Мында маңыздуу белгилер катарында төмөнкү белгилерди тиешелүү иш-аракеттердин удаалаштыгы катарында көрсөтүшөт:

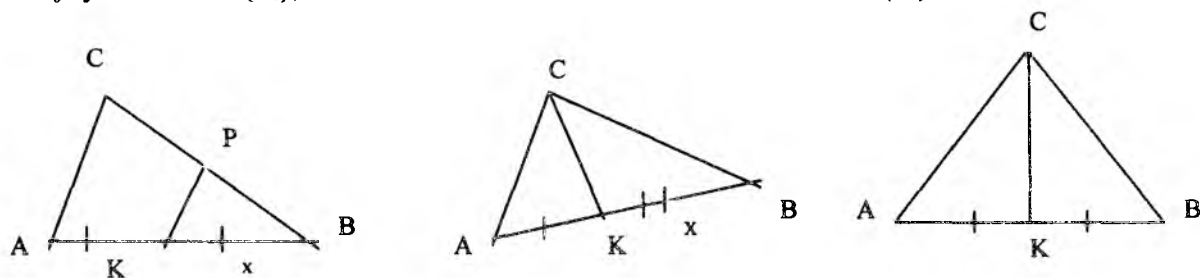
1. аргументке өсүндү берүү жана ага ылайык келүүчү функциянын өсүндүсүн табуу;
2. функциянын өсүндүсүнүн аргументтин өсүндүсүнө болгон катышын табуу;
3. аргументтин өсүндүсү нөлгө умтулгандагы катыштын пределдин табуу.

Бөлүнүп алынган белгилер өз ара тыгыз байланыштагы абстракциялар экенин мугалим белгилейт. Андан ары төмөнкүдөй негизги эмес байланыштар бөлүнүп алынат: конкреттүү формулалардын тандалып алынышы, аргументтин өсүндүсүнө берилген сан маанилер ж.б. Мында аныктамага таянуу менен алгоритма түзүлүп жаткандыктан, анын колдонуу чеги жөнүндө да окуучуларга мугалим айтыш коюуга тийиш. (Бул алгоритма, жашай тургандагы белгилүү болгон, каалагандай функциянын туундусун табууга мүмкүндүк берет).

Түшүнүктү калыптандыруунун маанилүү этаптарынын бири – анын аныктамасынын логикалык структурасын өздөштүрүү болуп эсептелет. Математиканын мектептик курсун анализдөө көрсөткөндөй, анда классикалык аныктама кеңири таралган. Мында тектик түшүнүк жана түрдүк белгилердин ачык, даана берилиши айрыкча маанилүү. Мисалы, "үч бурчтуктун берилген чокусунан жүргүзүлгөн медианасы деп, ошол чокуну карама-каршы жаткан жагынын тең ортосу менен туташтыруучу кесиндини айтабыз" деген медиананын аныктамасында тектик түшүнүк да ("кесинди"), түрдүк белгилер да (" берилген чокудан чыгат", "карама-каршы жагынын тең ортосу менен туташтырат"), ачык көрсөтүлгөн. Бул этапта түшүнүктүн мазмунун өздөштүрүү улантылат да, түшүнүккө тиешелүү объектилерди табууга арналган көнүгүүлөр системанын өзөгүн түзөт. Мейли  $x, y, z$ - аныктамасы конъюнктивдүү структурага ээ болгон түшүнүктүн маңыздуу белгилери болсун дейли. Бул учурда берилген  $A$  түшүнүгүнө тиешелүү болгон  $a$  объектисин табуунун алгоритмасы төмөнкүчө жазылышы мүмкүн:  $x \wedge y \wedge z \in a \Rightarrow a \in A$  Математикалык логиканын  $p$  өзгөрмөлүү функциялардын саны жөнүндөгү корутундусунан берилген түшүнүктү калыптандыруу үчүн төмөнкүдөй көнүгүүлөрдү түзүү мүмкүн экендиги, келип чыгат: 1)  $x \wedge y \wedge z$ ; 2)  $x \wedge \bar{y} \wedge z$ ; 3)  $\bar{x} \wedge y \wedge z$  4)  $x \wedge y \wedge \bar{z}$ ; 5)  $\bar{x} \wedge y \wedge \bar{z}$ ; 6)  $\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z$ ; 7)  $x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}$  8)  $\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}$ . (Мында тамганын үстүндөгү сызыкча предметте тиешелүү касиет жок экенин билдирет). Бирок практика көрсөткөндөй, окуучулар аныктаманын логикалык структурасын өздөштүрүүсүнө жетишүү үчүн, объект түшүнүккө тиешелүү

эмес болгон учурду камтыган көнүгүүлөрдүн п тибин жана объект түшүнүктүн көлөмүнө тиешелүү болгон учурду көрсөтүүчү көнүгүүлөрдүн бир тибин гана иштетүү жетиштүү. Биздин учурда 1) – 4) көнүгүүлөр, сөзсүз, аткарылууга тийиш болгон көнүгүүлөр болуп эсептелет.

Маселен, медиана түшүнүгүнүн логикалык структурасы төмөнкүчө: СК кесиндиси ABC үч бурчтугунун C чокусунан жүргүзүлгөн медиана: СК кесиндиси C чокусунан чыгат ( $x_1$ ); СК кесиндиси AB жагын тең экиге бөлөт ( $x_2$ ).



Медиана түшүнүгүн өздөштүрүүгө алып келүүчү көнүгүүлөрдүн системасынан келтирели: "Кайсы сүрөттө СК кесиндиси ABC үч бурчтугунун C чокусунан жүргүзүлгөн медиана болот".

Окутуу практикасы көрсөткөндөй, маселенин шартын берилген объект түшүнүккө тиешелүү болгондой кылып өзгөртүп түзүүнү сунуш кылган көнүгүүлөрдү да окуучуларга берүү - аларды активдештирүүгө алып келет. Бул максатта окуучулардан төмөнкүдөй маселени иштөөнү талап кылабыз: "PK кесиндиси C чокусунан чыкпайт, бирок ага карама каршы жаткан жакты тең экиге бөлөт. (a) сүрөтү) PK медиана болобу?", "СК кесиндиси ABC үч бурчтугунун C чокусунан (b) сүрөтү) чыгып, анын карама каршы жагын AK  $\neq$  BK кесиндилерге бөлөт. СК медиана болобу?" Эгерде болбосо, андан СК кесиндиси медиана экендиги келип чыккандай кылып шартты кандай өзгөртүү керек?".

Киргизилген түшүнүктөрдү конкреттүү кырдаалдарда колдонуу машыгууларын калыптандырууда түшүнүктөрдүн ортосундагы байланыштарды көргөзүүчү логикалык схемаларды түзүүгө, билимдерди системалаштырууга арналган көнүгүүлөрдү сунуш кылуу керек. Маселен, 8-класста үч бурчтуктарды бурчтарынын чоңдуктары, жактарынын узундуктары боюнча көлөмүн ажыратууга сунуш кылса болот. Ал эми 11-класста болсо кайталоо сабагында чыныгы сандардын төмөнкүдөй эки формада берилген классификациясы менен тааныштыруу максатка ылайыктуу.



Эми теоремаларды окутууда көнүгүүлөрдү колдонуу маселесине кыскача токтололу. Бул процессти да этаптар боюнча ишке ашыруу максатка ылайыктуу экенин практика көрсөтүп отурат.

Теоремада чагылдырылган фактылар менен окуучуларды тааныштыруу этабын ишке ашыруу максатында ченөө, андан ары тиешелүү амалдарды колдонууга байланыштуу болгон лабораториялык иштерди өткөрүүнү уюштуруу керек. Мисалы: үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы жөнүндө теоремага алып келүү үчүн, ар бир окуучунун дептерине үч бурчтук сыздырып, алардын ички бурчтарын транспорттирдин жардамы менен өлчөтүп, суммасын таап, тиешелүү корутунду (болжолдоо) жасатуу максатка ылайыктуу.

Теореманын мазмунун өздөштүрүү этабында болсо, анын шартын, корутундусун жана түшүндүрүүчү бөлүгүн ажыратууга арналган ошондой, эле теореманын шартын канагаттандыруучу фигураларды чиймеден жана моделден бөлүп көрсөтүүгө арналган көнүгүүлөрдү иштетүү максатка ылайыктуу. Кээ бир узун формулировкаларды эске тутууну жеңилдетүү үчүн теореманын мазмунун элементтер боюнча өздөштүрүүнү уюштуруу зарыл. Ал үчүн теореманын формулировкасы өз-өзүнчө элементтерге ажыратылат да, андан ары ар бир элемент көнүгүүлөрдү аткарууга колдонулат. Мисал катарында: 3.2 – теореманы карайлы: "Эгерде бир үч бурчтуктун жагы жана ага жанаша жаткан бурчтары башка бир үч бурчтуктун тиешелүү жагына жана ага жанаша жаткан бурчтарына барабар болушса, анда мындай үч бурчтуктар барабар болушат". Бул теорема төмөнкүдөй 'элементтерге ажыратылышы мүмкүн: "Эгерде бир үч бурчтуктун жагы | ага жанаша жаткан бурчтары || башка бир үч бурчтуктун тиешелүү жагына | жана ага жанаша жаткан бурчтарына барабар болушса || анда мындай үч бурчтуктар барабар болушат". Андан-ары ар бир элементти удаалаш түрдө пайдалануу аркылуу аткарылуучу көнүгүүлөр иштетилет.

Окуучуларды теореманы далилдөөнүн методдору менен тааныштыруунун жана далилдөөнүн үлгүсүн берүүнүн да мааниси чоң. Мында окуучулар менен бирдикте далилдөөнүн планын түзүү, далилдөөнүн башкы идеясын бөлүп алуу сыяктуу машыгууларын калыптандырууга арналган көнүгүүлөрдү аткарууну уюштуруу зарыл. Бул ишти адегенде окуучуларга даяр планды берүүдөн баштоо керек жана ал системалуу жүргүзүлүшү максатка ылайыктуу. Мисалы, үч бурчтуктардын барабардыгынын биринчи белгисинин далилдөөсүн окуучулар өздөштүргөндөн кийин, мугалим алар менен бирдикте калган белгилерди далилдөөдө да колдонууга мүмкүн болгон планды түзүп чыгат.

1. Биринчиге барабар болгон жана экинчиге карата белгилүү абалда жайланышкан үчүнчү үч бурчтукту түзөбүз.

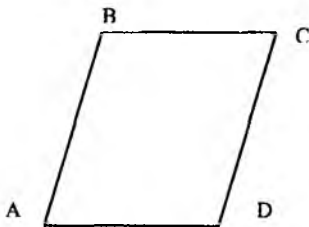
2. Эми үчүнчү үч бурчтук экинчи үч бурчтук менен дал келерин далилдейбиз.

3. Корутунду жасайбыз: Эгерде биринчи жана үчүнчү үч бурчтуктар барабар болушса, ал эми үчүнчү үч бурчтук экинчи менен дал келсе, демек, биринчи жана экинчи үч бурчтуктар барабар болушат.

Ар бир белгини далилдөөдө окуучуларга көрсөтүлгөн планды жетекчиликке алуу сунуш кылынат да, аналогия методун колдонуп, башка теоремалардын далилдөөлөрүнүн планын өз алдынча түзүүгө тиешелүү учурда тапшырма берилет. Мисалы, тамыр жөнүндөгү теореманын (10 класс) далилдөөсү эки бөлүктөн турарын белгилешет. Мында, адегенде, тамырдын жашай турганын, андан кийин анын жалгыз экендигин далилдөө талап кылынат. Ал эми функциянын турактуулугунун белгиси жөнүндөгү

теореманын далилдөөсүнүн башкы идеясы берилген аралыктан алынган аргументтин ар бир маанисине туура келген функциянын маанилери ошол эле аралыктын кандайдыр бир тандалып алынган чекитиндеги функциянын мааниси менен дал келерин далилдөө турат. Ошондой эле параллелограммдын белгилерин далилдөө үчүн, каралып жаткан төрт бурчтуктун карама каршы жактарынын параллель экендигин далилдөө жетиштүү экендиги жөнүндөгү корутундуга 8- класстын окуучулары келүүгө тийиш. Бул, демек, объектини түшүнүккө алып келүү иш-аракетин аткаруу керек дегенди билдирет. Ал иш-аракеттерди аткаруу, окуучулардан баарыдан мурда параллелограммдын аныктамасында көрсөтүлгөн негизги белгилерди жана параллель түз сызыктардын касиеттерин эстерине түшүрүүнү талап кылат.

Теоремаларды өздөштүрүү, аларды колдоно билүү менен тыгыз байланышта болгондуктан, бул этап да чоң мааниге ээ. Теоремаларды мисал, маселелерди чыгарууда, башка теоремаларды далилдөөдө колдоно билүү машыгуулары көнүгүүлөрдүн белгилүү бир системаларын аткаруу учурунда гана калыптандырылышы мүмкүн экендиги практикада далилденген. Мында теоремалардын арасындагы логикалык, математикалык байланыштарды табууга арналган жана аларды далилдөөнүн жолдору боюнча класстарга бөлүп чыгууну талап кылган көнүгүүлөрдү берүү максатка ылайыктуу. Маселен, А.В. Погореловдун геометрия боюнча окуу китебинде (1992 ж.) 2.3, 3.6, 4.1 ж.б. теоремаларда карама-каршысынан далилдөө методу колдонулган. Теореманы канагаттандыруучу шарттарды толуктоо машыгууларын калыптандырууга арналган көнүгүүлөрдү да сунуш кылуу зарыл. Мисалы: "AB//CD экени белгилүү. ABCD төрт бурчтугу параллелограмм деп корутунду чыгаруу үчүн дагы эмнени билүү керек" деген тапшырманы 8 класстын окуучуларына берүүгө болот.



Жыйынтыктап айтканда, максатка ылайыктуу түзүлгөн көнүгүүлөр жана алардын системасы математикалык сүйлөмдөрдү өздөштүрүүдө чоң салым кошуп, окуучуларды окуу, таанып-билүүчүлүк ишмердүүлүгүн активдештирүүнүн маанилүү каражаты болуп эсептелет.

Ал эми тиешелүү иш-аракеттерге ээ болуу – ага ылайык келүүчү көнүгүүлөрдү түзүүнү жана аткарууну талап кылгандыктан, түшүнүктөрдү, теоремаларды жана алардын далилдөөлөрүн сапаттуу өздөштүрүүсүн камсыз кыла турган көнүгүүлөрдүн системасын иштеп чыгуу жана аларды эффективдүү колдоно билүү проблемалары математиканы окутуунун методикасынын негизги проблемаларынан болуп эсептелет.

#### ПАЙДАЛАНЫЛГАН АДАБИЯТТАР

1. Погорелов А.В. Геометрия: Орто мектептин 7-11 класстары үчүн окуу куралы. -Бишкек, 1994. 436-б.
2. Метельский Н.В Пути совершенствования обучения математике: Проблемы современной методики математики. – Минск. Университетское. 1989. 160-б.
3. Груденов Я.И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике. –М.: Просвещение, 1987. 160-б.
4. Саранцев Г.И. Формирование математических понятий в средней школе. //Математика в школе. –1998. № 5. 48-б.